



15^{ÈMES} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22 - 24 novembre 2016 - Brest

Propagation des breathers dans les zones de faibles profondeurs

Breather propagation in shallow water

O. Kimmoun^{1*}, H.C. Hsu², A. Chabchoub³, N. Hoffmann^{4,5}, H. Branger¹, M.S. Li² & Y.Y. Chen²

¹ Aix-Marseille University, CNRS, Centrale Marseille, IRPHE, Marseille, France

² Tainan Hydraulics Laboratory, National Cheng Kung University, Taiwan

³ Aalto university, 02150 Espoo, Finland ⁴ Hamburg University of Technology, 21073 Hamburg, Germany ⁵ Imperial College London, London SW7 2AZ, United Kingdom

* *correspondance* : olivier.kimmoun@centrale-marseille.fr

Résumé

Les breathers sont communément utilisés en physique pour examiner des problèmes d'ondes modulées et instables. Pour le cas des ondes de surface libre, c'est un modèle efficace pour expliquer et décrire un des mécanismes d'apparition des vagues scélérates. Les breathers sont solutions de l'équation non linéaire de Schrödinger. Les solutions de cette équation peuvent être stables ou instables en fonction du paramètre kh lié à la profondeur et au nombre d'onde. Si kh est inférieur à un seuil égal à 1.363, les solutions sont stationnaires. Donc le domaine d'application des breathers est de ce fait limité aux grandes profondeurs. Cependant, on peut se demander qu'elle est l'évolution de ces trains de vagues quand ils rentrent dans la zone côtière. Pour répondre à cette question, une série d'expériences a été réalisée au Tainan Hydraulics Laboratory (THL) à Taiwan.

Summary

Breathers are commonly used in physics to deal with modulated and unstable wave train problems. The evolution of breathers on the free water surface are very efficient in modelling and explaining one of the mechanism responsible rogue water wave appearance. Breathers are analytical solutions of the nonlinear Schrödinger equation. Generally, the solutions of this evolution equation can be either stable or unstable. This depends on the dimensionless depth parameter kh , defined to be the product of wave number and water depth. If kh is lower than a threshold equal to 1.363, the solutions are stationary. Therefore, the applicability domain of the breather is limited to deep water. However, one may suspect that the evolution of these wave trains may evolve, when they enter in the coastal zone and may also persist in these shallow conditions. We conducted an experimental study at the Tainan Hydraulics Laboratory in Taiwan in order to investigate this problem.

1 Introduction

Les breathers ou solitons enveloppes sont une famille de trains de vagues modulés et instables, solutions des équations non linéaires de Schrödinger (NLS). Ces solitons enveloppes se retrouvent dans diverses branches de la physique, telles que l'optique, les plasmas, l'électromagnétisme ou les ondes de surfaces. Historiquement le premier breather pour les ondes de surfaces décrit dans la littérature est celui de Peregrine (1983)[1]. Il correspond à une perturbation qui a une période infinie en temps et en espace. Une seconde famille de solitons abondamment décrite dans la littérature correspond aux breathers d'Akhmediev (Akhmediev (1986)[2] et (1993)[3]). Cette famille de solutions correspond à des perturbations périodiques en espace et de période infinie en temps. Théoriquement, ces solutions existent uniquement pour des valeurs du produit kh supérieures à 1.363, avec h la profondeur et k le nombre d'onde. Pour des valeurs inférieures à ce seuil, les solitons redeviennent stables et les perturbations ne sont plus amplifiées. Ces solutions ont été étudiées de manières extensives car elles sont une bonne approximation des ondes de surfaces modulées que l'on peut observer dans l'océan.

L'idée de ce travail expérimental est de propager un soliton enveloppe de type breather d'Akhmediev sur un fond variable de pente 1/200. En sélectionnant des périodes de trains de vagues adéquates, on fait évoluer le train d'ondes du batteur jusqu'à une certaine distance de la ligne de rivage pour des valeurs de $kh > 1.363$. Dans cette zone, le train d'onde est instable, et l'instabilité croît exponentiellement jusqu'à la distance de focalisation, choisie dans notre cas pour des valeurs proches de $kh = 1.363$. De ce fait, le train d'ondes quand il rentre dans la zone de faible profondeur doit posséder des vagues beaucoup plus grandes que celles du groupe initial. Ces vagues peuvent être identifiées, comme des vagues scélébrates. La question est donc : est-ce que ces vagues scélébrates qui rentrent dans des zones de faibles profondeurs persistent ou disparaissent ?

2 Équations du problème

Le modèle mathématique pour décrire l'évolution de la modulation dans un groupe d'onde est donné par l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS) [4]. Cette équation décrit l'évolution en temps et en espace de l'amplitude de l'enveloppe $A(x, t)$ d'un train de vagues faiblement non linéaire se propageant dans divers milieux. En profondeur quelconque, cette équation est donnée par :

$$i \left(\frac{\partial A(x, t)}{\partial t} + c_g \frac{\partial A(x, t)}{\partial x} \right) - \alpha \frac{\partial^2 A(x, t)}{\partial x^2} - \beta |A(x, t)|^2 A(x, t) = 0 \quad (1)$$

Où c_g est la vitesse de groupe, α le coefficient de dispersion et β le coefficient de non linéarité donnés par :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \\ \beta = \frac{\omega k^2}{16 \sinh^4(kh)} [\cosh(4kh) + 8 - 2 \tanh^2(kh)] - \frac{\omega}{2 \sinh^2(2kh)} \frac{[2\omega \cosh^2(kh) + kc_g]^2}{gh - c_g^2} \end{cases}$$

Avec ω la pulsation, k le nombre d'onde et h la profondeur. L'élévation de surface libre est donnée par :

$$\eta(x, t) = \Re [A(x, t) \exp(i(kx - \omega t))]$$

L'équation NLS peut être écrite sous forme adimensionnelle par :

$$i \psi_\xi + \psi_{\tau\tau} + 2|\psi|^2 \psi = 0$$

$$\text{avec } \xi = x - C_g t, \quad \tau = -\alpha t \quad \text{et} \quad \psi(\xi, \tau) = \sqrt{\frac{\beta}{2\alpha}} A(\xi, \tau)$$

Dans ce repère (ξ, τ) se déplaçant à la vitesse de groupe, une solution au premier ordre d'approximation de cette équation est donnée par Akhmediev[3] :

$$\psi(\tau, \xi) = a_0 \frac{\sqrt{2\mathbf{a}} \cos(\Omega\tau) + (1 - 4\mathbf{a}) \cosh(2R\xi) + iR \sinh(2R\xi)}{\sqrt{2\mathbf{a}} \cos(\Omega\tau) - \cosh(2R\xi)} \exp(2i\xi)$$

$$\text{avec } \Omega = 2\sqrt{1 - 2\mathbf{a}}, \quad R = \sqrt{8\mathbf{a}(1 - 2\mathbf{a}^2)} \quad \text{et } \mathbf{a} < 0.5$$

Le paramètre \mathbf{a} est nommé communément le paramètre d'Akhmediev. La période de l'enveloppe varie en fonction de ce paramètre \mathbf{a} et de a_0 l'amplitude de la porteuse. Un exemple de $\psi(\xi, \tau)$ pour $\mathbf{a} = 0.35$ est présenté sur la figure 1.

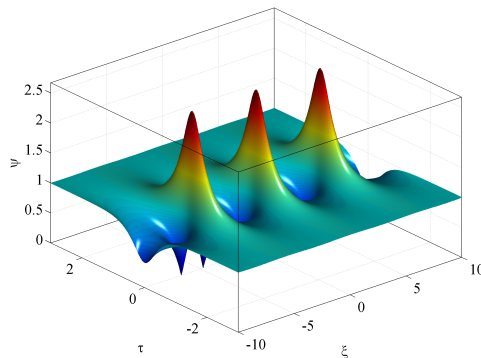


Figure 1: *Breather d'Akhmediev pour $\mathbf{a} = 0.35$. Représentation spatio-temporelle de l'enveloppe $\psi(\xi, \tau)$.*

Sur la figure 2 sont présentés trois cas de surface libre $\eta(0, t)$ devant le batteur pour trois différentes distances de focalisation x_f , de bas en haut (a) $x_f = 0$, (b) $x_f = 76.2m$ et (c) $x_f = 146m$. Ces trois figures permettent de comprendre l'évolution de la surface libre au cours de sa propagation le long du canal. C'est à dire que si l'on génère au batteur le signal (c), alors 146 mètres plus loin, si la profondeur est constante, on obtient l'élévation représentée en (a). De même pour la condition initiale (b), le signal focalisé, 76 mètres plus loin, est celui représenté en (a).

Cependant, même pour le cas en profondeur constante, l'élévation mesurée expérimentalement va différer de l'élévation théorique. La principale raison provient de la dissipation qui prend place au cours de la propagation le long du canal. Cette dissipation est à l'origine d'instabilités conduisant à la bifurcation de la solution initiale comme l'ont montré Kimmoun et al. (2016)[5].

Dans le cas des expériences réalisées dans le cadre de cette étude, outre la dissipation qui est toujours présente, l'influence des variations de bathymétrie va jouer un rôle primordial qu'il est important de quantifier.

3 Configuration expérimentale

Les essais ont été réalisés au Tainan Hydraulics Laboratory (THL) de la National ChengKung University à Taiwan dans le bassin appelé "Mid-size Observation Flume". Ce bassin a une longueur de 200 mètres de long pour 2 mètres de large, la profondeur a été fixée à $h_0=0.975$ mètres. Un des cotés du bassin est équipé d'un batteur piston. Au fond du canal une bathymétrie a été construite. Elle est constituée d'une partie constante de 31 mètres, d'une pente au 1/40 sur 20 mètres et d'une pente au 1/200 au delà. Avec la profondeur initiale fixée à 0.975 mètres, la ligne de rivage est située à $L_S=146$

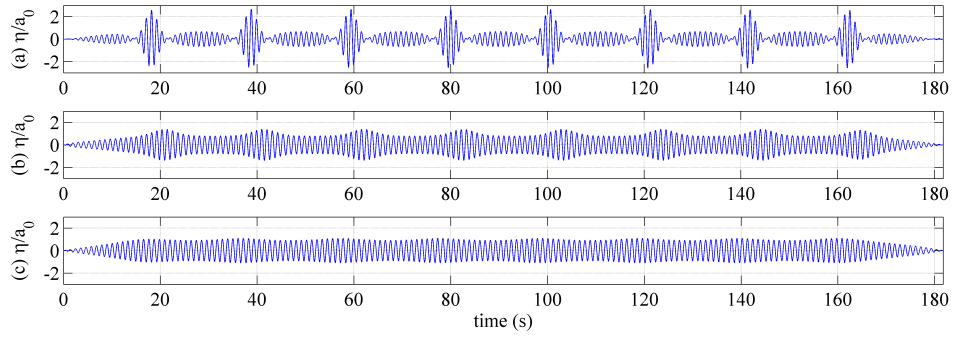


Figure 2: *Élévation de la surface libre $\eta(0,t)$ pour $T_0 = 1.085s$, $a_0k_0 = 0.09$ et $a = 0.35$ et pour une distance de focalisation de haut en bas égale à : (a) $x_f = 0m$, (b) $x_f = 76.2m$, (c) $x_f = 146m$.*

mètres du batteur.

L'instrumentation était constituée de 49 sondes à vagues capacitatives réparties entre 4 et 131 mètres du batteur. Leur fréquence d'acquisition est $fa=100Hz$. Un schéma représentant la bathymétrie et la répartition des sondes est présenté sur la figure 3.

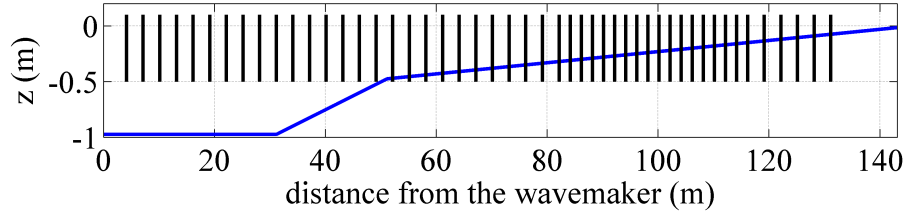


Figure 3: *Schéma du canal avec la bathymétrie et la répartition des sondes à vagues.*

Les conditions expérimentales testées, données devant le batteur, correspondent à des $k_0h_0=[3.34 \ 3.89 \ 4.66 \ 5.83]$ ou pour les périodes $T_0=[0.82 \ 0.92 \ 1.00 \ 1.09]$ secondes. Pour chaque période, huit cambrures de vagues initiales ont été testées a_0k_0 de 0.06 à 0.13 par pas de 0.01. Ici k_0 représente le nombre d'onde pour la profondeur h_0 et la période T_0 donné par la relation de dispersion linéaire.

$$\omega^2 = gk \tanh(kh)$$

Pour une condition initiale, c'est à dire une période et une cambrure données, quatre tests ont été réalisés:

1. Une houle régulière
2. Un breather d'Akhmediev avec $\mathbf{a}=0.35$ et la distance de focalisation donnée par le lieu où $kh=1.363$.
3. Un breather d'Akhmediev avec $\mathbf{a}=0.25$ et la même distance de focalisation.
4. Un breather d'Akhmediev avec $\mathbf{a}=0.25$ et la distance de focalisation positionnée sur la ligne de rivage au repos, c'est à dire 146m.

Le cas $\mathbf{a}=0.25$ a été considéré car il correspond au maximum de croissance de l'instabilité. Pour les cas 1 et 2, la distance de focalisation dépend de la période. Cette distance est donnée par:

$$x_f = L_S - 200 h_f \quad \text{avec} \quad h_f = \frac{g}{\omega^2} (kh)_f \tanh((kh)_f) \quad \text{et} \quad (\mathbf{kh})_f = \mathbf{1.363}$$

$k_0 h_0$	3.34	3.89	4.66	5.83
T_0 (s)	0.82	0.92	1.00	1.09
x_f (m)	106	96	86	76

Table 1: Distances de focalisation fonction de la période.

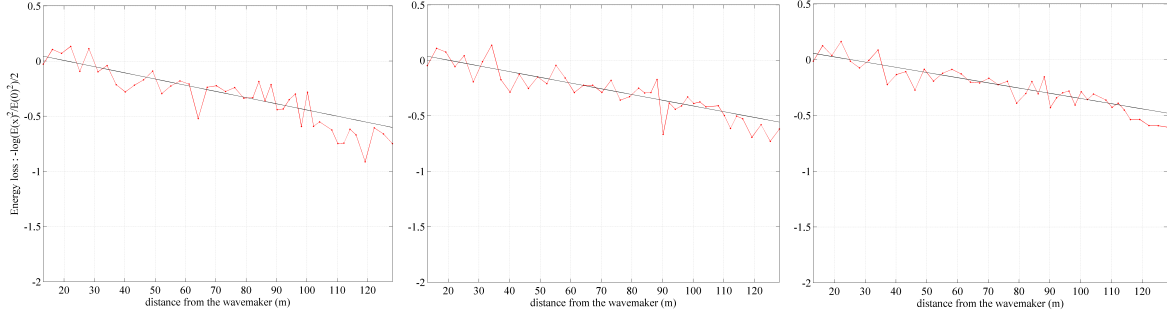


Figure 4: Dissipation d'énergie pour les cas de houle régulière, pour $a_0 k_0 = 0.1$ et pour droite à gauche : $T=0.92s$, $T=1.00s$ et $T=1.09s$

Les distances correspondantes sont reportées dans le tableau 1. Donc pendant cette campagne 128 tests ont été réalisés (4 périodes \times 8 cambrures \times 4 conditions). Les tests en houle régulière ont pour but d'étalonner la porteuse pour une période et une cambrure données. Plus particulièrement, ces tests permettent d'évaluer la dissipation due au frottement sur les parois verticales et le fond et le frottement visqueux à l'interface air-eau.

4 Evaluation de la dissipation

Suivant l'idée de nombreux auteurs (Lamb (1932)[6], Mei (1983)[7], Tulin & Waseda (1999)[8]), l'énergie $E(x)$ de l'onde est supposée décroître exponentiellement en suivant la loi donnée par :

$$E(x) = E_0(x) \exp(-2\sigma x)$$

avec σ le taux de dissipation. Trois exemples d'évolution de $\frac{1}{2} \log(E(x)^2/E_0^2(x))$ sont présentés sur la figure 4 pour les périodes $T = 0.92s$, $T = 1.00s$ et $T = 1.09s$. La pente de la droite nous permet d'accéder au taux de dissipation. Cette pente est calculée sur les sondes correspondant à des profondeurs supérieures à 30cm pour éviter une trop grande influence des échanges d'énergie liées à l'interaction vagues-fond. Sur la figure 5 sont reportés les taux de dissipation en fonction de la cambrure et la période. On peut voir que ce taux diminue quand la période augmente, par contre la dépendance avec la cambrure est moins évidente. Ces deux propriétés avaient été déjà remarquées dans des études précédentes (Tian et al. (2010)[9], Ma et al. (2012)[10]).

Les valeurs du taux de dissipation seront utilisées par la suite dans les simulations numériques.

5 Résultats

5.1 Méthode

Pour l'analyse des enregistrements de sondes, il est nécessaire de bien calculer l'enveloppe du signal. Dans notre cas celle-ci sera évaluée en calculant les composantes de Fourier sur fenêtres glissantes, ici

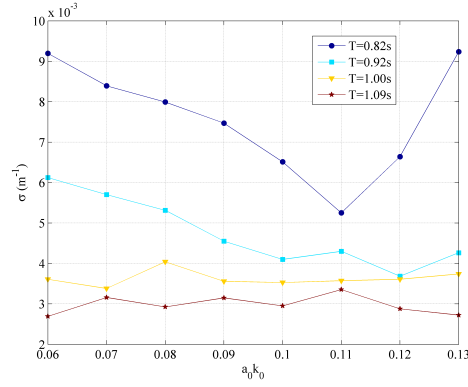


Figure 5: Evolution de σ en fonction de la période des vagues et de la cambrure.

de largeur $2T$. Pour l'harmonique d'ordre n , le coefficient de Fourier est donné par :

$$X_n(t) e^{i\varphi_n(t)} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^{t+T} \eta(\tau) e^{in\omega\tau} d\tau$$

avec $X_n(t)$ le module et $\varphi_n(t)$ la phase. Deux exemples d'évolution de ces coefficients sont présentés sur la figure 6 pour les cas $T=1.09s$, $a_0 k_0=0.09$, $x_f=76m$ et avec à gauche $\alpha=0.35$ et à droite $\alpha=0.25$. Sur la figure 7, sont reportés les superpositions de l'évolution temporelle de la surface libre et de l'enveloppe du signal pour les mêmes cas que la figure précédente. On peut voir que pour décrire convenablement l'enveloppe du train de vagues, il est nécessaire de prendre en compte plusieurs harmoniques, dans le cas de nos essais, les trois premiers. Ce transfert d'énergie du fondamental vers les harmoniques d'ordre plus élevé est classique et vient de l'interaction vagues-fond. On peut d'ailleurs remarquer que les ondes près du rivage ($x=128.175m$) se rapprochent des ondes cnoïdales.

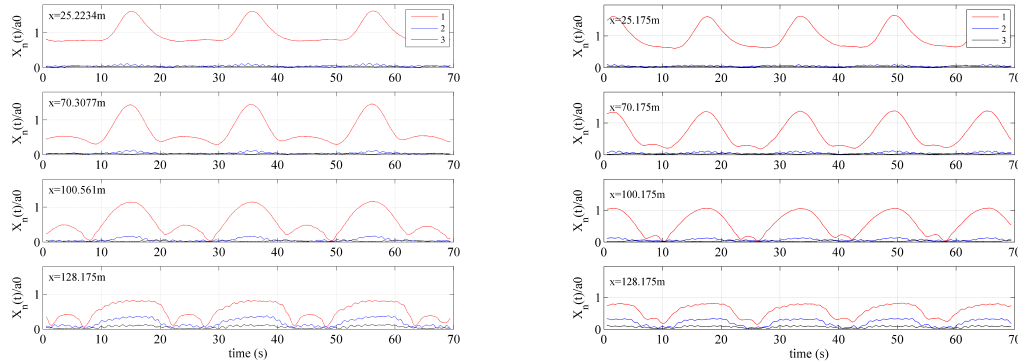


Figure 6: Evolutions temporelles des $X_n(t)$ pour 4 sondes réparties le long du canal et pour les cas $T=1.09s$, $x_f=76m$ et $a_0 k_0=0.09$. Droite $\alpha=0.35$. Gauche $\alpha=0.25$

Pour l'analyse de nos essais, nous allons extraire de cette enveloppe, les maxima et les minima comme le montre le schéma présenté sur la figure 8.

5.2 Résultat générique pour une focalisation au point où $(kh)_f=1.363$

Un résultat typique de cette campagne d'essai est présenté sur la figure 9. Il correspond à $k_0 h_0 = 5.83$, $a_0 k_0 = 0.10$, $\alpha=0.35$ et une distance de focalisation correspondant à $(kh)_f$, c'est à dire $x_f = 76m$. Par

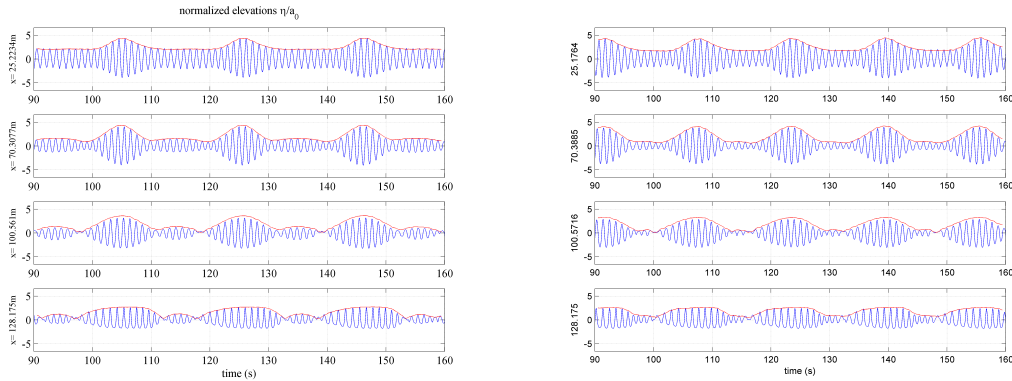


Figure 7: Evolutions temporelles de l'élévation de surface libre et de l'enveloppe pour 4 sondes réparties le long du canal et pour les cas $T=1.09s$, $x_f=76m$ et $a_0k_0=0.09$. Gauche $\alpha=0.35$. Droite $\alpha=0.25$

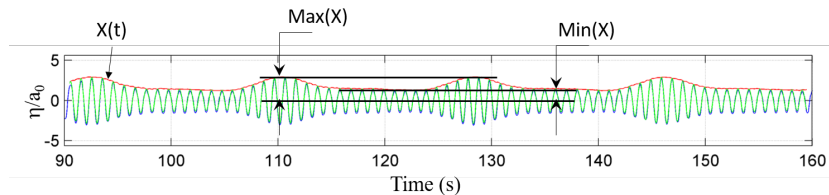


Figure 8: Principe d'obtention des maxima et des minima de l'enveloppe.

la suite, chaque résultat est normalisé par l'amplitude initiale du train d'onde a_0 . Sur la figure 9-droite est reportée l'évolution spatiale des maxima et des minima de l'enveloppe, ainsi que la différence entre ces maxima et ces minima. La première chose remarquable est que les maxima restent pratiquement constants jusqu'à la limite $(kh)_f$ puis décroissent après. Dans le cas classique de NLS, les maxima augmentent jusqu'à une valeur proche de 2.5. Dans le même temps les minima décroissent jusqu'à une distance autour de 100m, puis restent constants. Ce qui résulte pour la différence en un accroissement jusqu'à une distance proche de 100m, puis une décroissance à peu près identique aux maxima. Ce qui veut dire que les breathers continuent d'évoluer en gardant leur structure dans leur évolution en profondeur variable et même au delà de la limite $(kh)_f$. Ce comportement des maxima et des minima a été retrouvé pour la quasi totalité des essais réalisés pendant cette campagne. Sur la figure de droite, l'évolution spatio-temporelle de l'enveloppe est représentée. Plusieurs remarques peuvent être formulées. Premièrement, la crête de l'enveloppe se propage à la vitesse de groupe du batteur au rivage. Il n'y a pas de fission ou de déphasage des crêtes comme on peut l'observer en profondeur constante pour certains jeux de paramètres (Kimmoun et al.(2016)[5]). Deuxièmement la forme de l'enveloppe évolue dans sa propagation pour passer d'une crête pointue et des creux plats à des crêtes rondes et des creux présentant un lobe secondaire. Troisièmement, l'amplitude des crêtes diminue montrant l'importance de la dissipation dans ce type d'essai en canal.

Il est intéressant pour comprendre l'évolution des trains de vagues en bathymétrie variable de comparer nos résultats avec la solution numérique des équations NLS en profondeur constante. Sur la figure 10-gauche est tracée l'évolution spatiale de l'enveloppe pour une profondeur constante $h_0=0.975m$ et les mêmes paramètres de vagues que le cas présenté dans ce paragraphe. Cette simulation correspond à la résolution de l'équation 1. Dans ce cas la structure de la crête est conservée tout au long du domaine et l'amplitude croît jusqu'au point de focalisation, puis décroît. Sur la figure de droite, un terme de dissipation a été rajoutée à l'équation 1, tel que:

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + i\alpha \frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial x^2} + i\beta |A(x,t)|^2 A(x,t) = \gamma A(x,t)$$

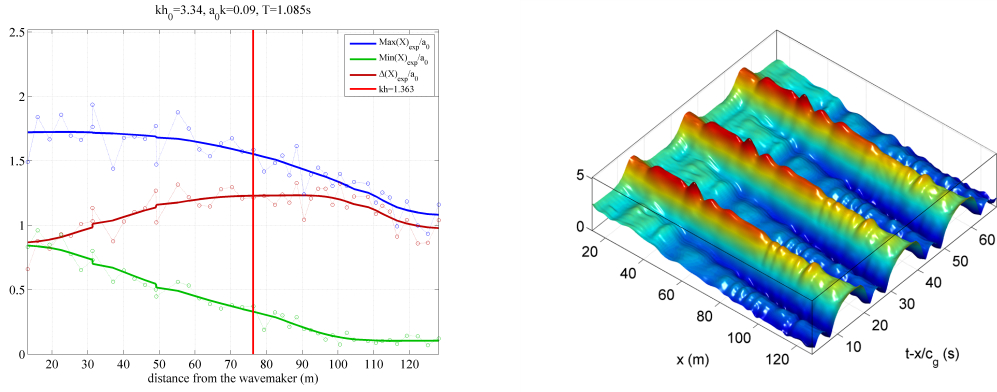


Figure 9: Cas : $k_0 h_0 = 5.83$, $a_0 k_0 = 0.10$, $x_f = 76m$ et $\alpha = 0.35$. Gauche : évolution spatiale des maxima, des minima de l'enveloppe et la différence des deux. Droite: évolution spatio-temporelle de l'enveloppe.

Dans ce cas la solution diffère grandement du cas sans dissipation, permettant de souligner l'importance de celle-ci dans l'évolution des solutions de type "breather". De plus il est surprenant de constater que dans ce cas, la solution est très similaire aux résultats expérimentaux en profondeur variable. Cette première étape tend à montrer que la structure de l'enveloppe conserve ses propriétés même au delà de la profondeur correspondant à $(kh)_f$.

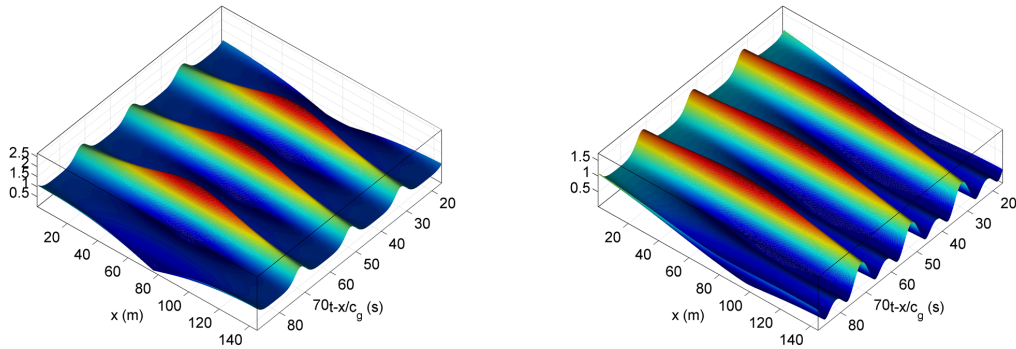


Figure 10: Simulations numériques de l'équation NLS pour les mêmes paramètres que la figure 9, mais en profondeur constante $h_0 = 0.975m$. Gauche : Sans dissipation, Droite : avec dissipation.

De manière conjointe, il est intéressant de regarder l'évolution spatiale du contenu spectral du train de vagues. Sur la figure 15 sont reportés à gauche l'évolution spatiale du spectre d'amplitude en échelle logarithmique et à droite des spectres en amplitude pour 4 différentes sondes réparties le long du canal. On peut voir que près du batteur, l'énergie est centrée sur le pic à la fréquence de l'onde porteuse avec des satellites caractéristiques des ondes modulées. En se propageant l'onde se focalise, le spectre présente alors un élargissement autour du pic central avec une diminution de celui-ci. Par rapport au cas en profondeur constante, quand le train de vagues se rapproche de la zone de rivage, les harmoniques d'ordre supérieur s'amplifient. Pour le cas considéré, la répartition autour du second harmonique est large avec un pic à la fréquence peu marqué.

5.3 Résultat générique pour une focalisation au rivage

L'autre exemple caractéristique correspond aux cas où la distance de focalisation a été fixée au rivage, c'est à dire à 146m du batteur. Dans ce cas le paramètre d'Akhmediev α a été fixé à 0.25, ce qui

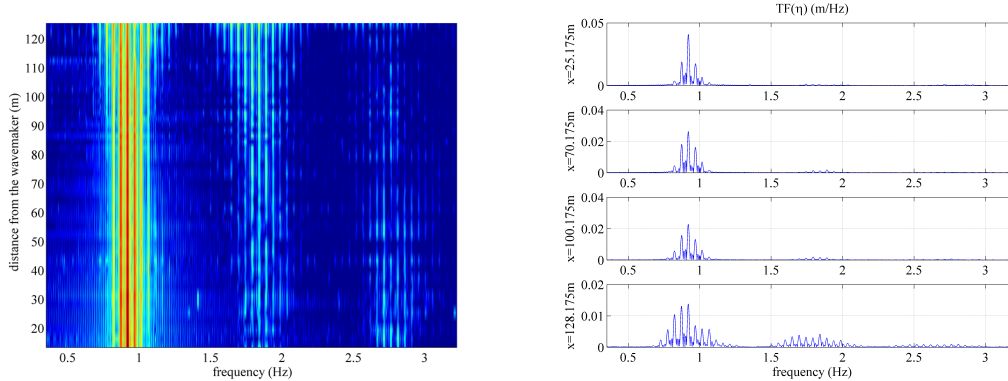


Figure 11: Pour le même cas que la figure 9. Gauche : Représentation en isocontour de l'évolution spatiale du spectre de l'élévation de surface libre en échelle logarithmique. Droite : Spectre en amplitude pour 4 différentes sondes réparties le long du canal.

correspond à la croissance la plus rapide de l'instabilité. Les paramètres de l'essai correspondent à $k_0 h_0 = 5.83$ et $a_0 k_0 = 0.10$. Sur la figure 12 est reporté l'évolution des maxima et des minima. Par rapport au cas précédent les maxima et les minima décroissent de façon quasiment constante du batteur au rivage. Cependant les minima ont un taux de décroissance supérieur, ce qui résulte en une différence qui augmente lors de la propagation jusqu'à approximativement 100m, puis reste stable.

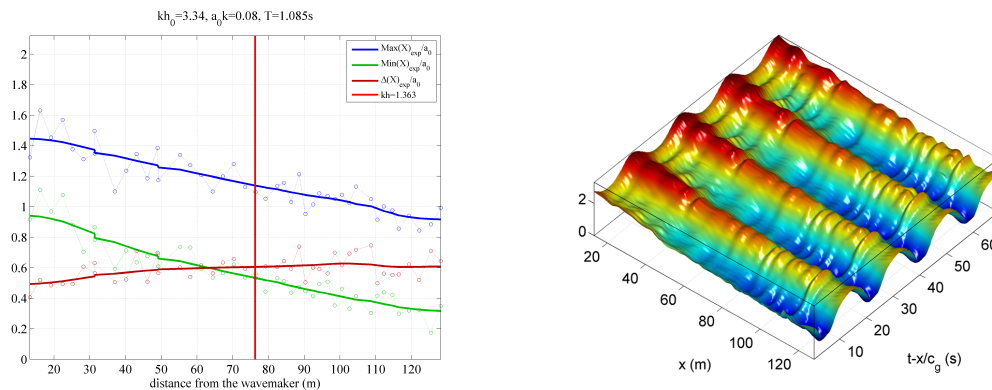


Figure 12: Cas : $k_0 h_0 = 5.83$, $a_0 k_0 = 0.10$, $x_f = 146m$ et $\alpha=0.25$. Gauche : évolution spatiale des maxima, des minima de l'enveloppe et la différence des deux. Droite: évolution spatio-temporelle de l'enveloppe.

Cette valeur autour de 100m peut être reliée au minimum de shoaling que l'on trouve pour cette distance, comme on peut le voir sur la figure 13. Pour l'évolution spatio-temporelle, présentée sur la figure de 12-droite, on observe que l'onde est faiblement modulée près du batteur. Cette faible modulation est normale et correspond à la grande distance de focalisation. Ensuite lors de la propagation la modulation augmente continuellement jusqu'au rivage. Il semble ici aussi qu'au delà de la limite $(kh)_f$, la modulation continue d'évoluer.

De la même manière qu'au paragraphe précédent, des simulations NLS ont été effectuées. Ces simulations sont présentées sur la figure 14, avec à gauche le cas sans dissipation et à droite le cas avec. Pour le cas sans dissipation, on retrouve le cas classique de l'enveloppe qui s'amplifie jusqu'au point de focalisation. On voit apparaître en fin de propagation, les lobes secondaires dans les creux. Pour le cas avec dissipation, l'amplitude de l'enveloppe diminue légèrement pendant la propagation et les lobes secondaires n'apparaissent pas. Cette simulation est encore une fois très similaire à ce qui est observé pendant les expériences.

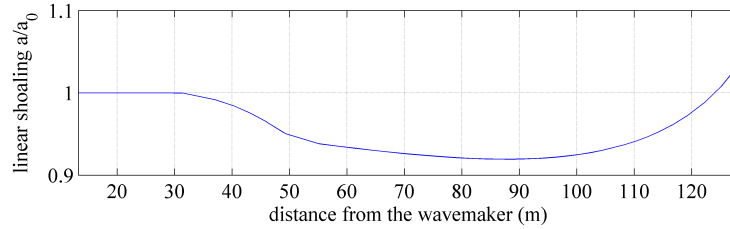


Figure 13: *Evolution spatiale du shoaling linéaire pour la bathymétrie des expériences.*

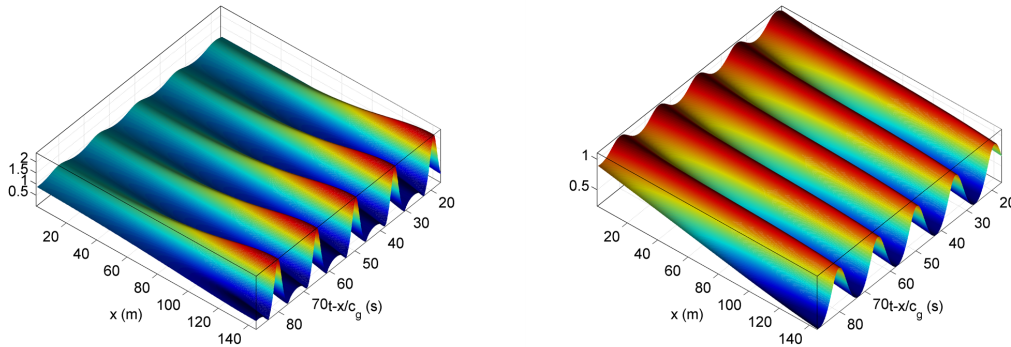


Figure 14: *Simulation numérique de l'équation NLS pour les mêmes paramètres que la figure 12, mais en profondeur constante $h_0=0.975m$. Gauche : Sans dissipation, Droite : avec dissipation.*

Les évolutions du spectre en amplitude sont présentées sur la figure 15. Dans ce cas, on observe près du batteur un pic à la fréquence de l'onde avec deux satellites. Par contre dans son évolution jusqu'au rivage, le pic à la fréquence de l'onde reste dominant avec des satellites qui évoluent peu. Seulement très près du rivage, les harmoniques émergent et les satellites s'amplifient.

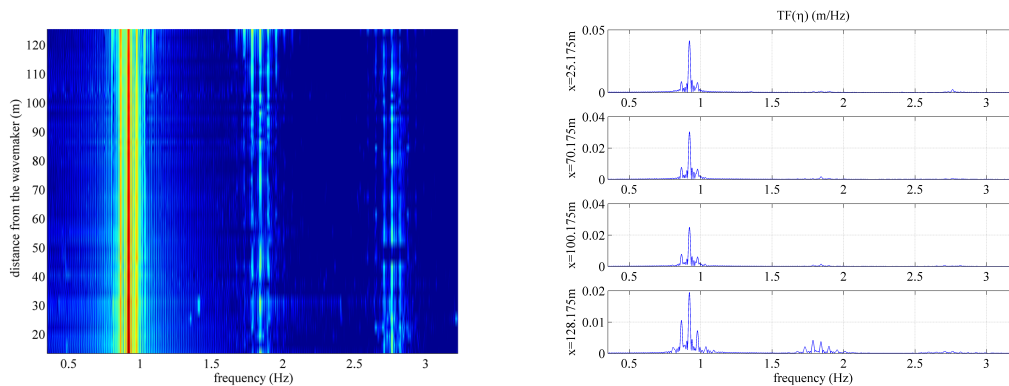


Figure 15: *Pour le même cas que la figure 12. Gauche : Représentation en isocontour de l'évolution spatiale du spectre de l'élévation de surface libre en échelle logarithmique. Droite : Spectre en amplitude pour 4 différentes sondes réparties le long du canal.*

6 Conclusions

Cette étude expérimentale a permis d'étudier l'évolution de breathers en bathymétrie variable. C'est la première fois que ce problème est étudié par la communauté scientifique. Et à la question "est-ce

que les breathers persistent dans les zones de faibles profondeurs?" La réponse est oui. Cependant la forte dissipation qui prend place dans la propagation en canal, atténue fortement l'amplitude des trains d'onde. C'est pourtant cette dissipation qui amène les trains d'onde à évoluer différemment, rendant moins prévisible leurs évolutions.

Le problème majeur que nous avons rencontré pendant ces expériences est que la pente pourtant déjà faible, au $1/200$, conduit à des zones de faibles profondeurs qui sont courtes. Pour contourner ce problème, il serait intéressant d'avoir une bathymétrie qui évolue assez rapidement de grand kh vers des kh proche de 1.363 , suivi d'une zone de profondeur constante à ce kh .

References

- [1] Peregrine, D. H. Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions. *J. Aust. Math. Soc. Ser. B* **25**, 16—43 (1983).
- [2] Akhmediev N.N. & Korneev V.I. Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation. *Theoretical and Mathematical Physics*, 69(2), (1986).
- [3] Akhmediev N.N. & Ankiewicz A. First-order exact solutions of the nonlinear Schrödinger equation in the normal-dispersion regime. *Phys. Rev. A*, 47, (1993).
- [4] Chabchoub A., Hoffmann N. P. & Akhmediev N. Rogue wave observation in a water wave tank. *Phys. Rev. Lett.*, 106, (2011).
- [5] Kimmoun O., Hsu H.C., Branger H., Li M.S., Chen Y.Y., Kharif C., Onorato M., Kelleher E.J.R., Kibler B., Akhmediev N. & Chabchoub A., Modulation Instability and Phase-Shifted Fermi-Pasta-Ulam Recurrence. *Nature Scientific Reports*, (**6**)28516 (2016).
- [6] Lamb H., *Hydrodynamics. 6th Edition, Cambridge University Press, Cambridge*, (1932).
- [7] Mei C.C., *The applied dynamics of ocean surface waves. Wiley-Interscience Publication*, (1983).
- [8] Tulin M.P. and Waseda T., Laboratory observations of wave group evolution, including breaking effects. *Journal of Fluid Mechanics*, 378 :197-232, (1999).
- [9] Tian Z., Perlin M., & Choi W., Energy dissipation in two-dimensional unsteady plunging breakers and an eddy viscosity model. *J. Fluid Mech.*, 655:217-257, (2010).
- [10] Ma Y., Dong G., Perlin M., Ma X. & Wang G., Experimental investigation on the evolution of the modulation instability with dissipation. *J. Fluid Mech.*, 711:101-122, (2012).