



Ifremer

15^{ÈMES} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22 - 24 novembre 2016 - Brest

MODELISATION EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE D'UN TOURBILLON DE VIDANGE AVEC INJECTION EN REGIME SUPER- CRITIQUE

*EXPERIMENTAL AND NUMERICAL SIMULATION OF A SUPERCRITICAL
BATHTUB VORTEX WITH AN INJECTION*

**GASPARD FOURESTIER⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾, TIMOTHEE SANTAGOSTINI⁽¹⁾, MARC LE
BOULLUEC⁽²⁾, PHILIPPE MAGALDI⁽¹⁾, YVES-MARIE SCOLAN⁽³⁾**

⁽¹⁾ GEPS TECHNO, ⁽²⁾ IFREMER, ⁽³⁾ ENSTA BRETAGNE

Résumé

Un type d'usine hydroélectrique pour basse chute est étudié. Il se base sur la formation d'un tourbillon de vidange au sein duquel est plongée une turbine. Dans un premier temps le tourbillon de vidange est étudié sans turbine. Un modèle numérique du tourbillon est réalisé sur OpenFOAM 2.2.2, avec une approche diphasique. Une campagne expérimentale est conduite pour valider l'approche numérique. Les données expérimentales sont comparées qualitativement et quantitativement aux données numériques.

Summary

One type of low head hydropower plant is studied. This solution, based on a bathtub vortex, is called the gravitational vortex hydropower. It consists in a turbine placed at the center of the vortex which allows to harvest the kinetic energy. As a first step, the bathtub vortex is studied without the turbine, in the supercritical flow regime. Simulations are performed using OpenFOAM 2.2.2 with a two phase approach using the volume of fluid method. Simulations are mostly done without any modelling of turbulent phenomena (laminar model). In order to validate the numerical approach, an experimental campaign is carried out. The experimental data are compared qualitatively and quantitatively to the values extracted from the numerical model.

Introduction

Afin de répondre à la demande croissante en énergie sans émettre davantage de gaz à effet de serre, il est nécessaire de trouver de nouvelles sources d'énergies. Avec 16.3% de l'électricité produite dans le monde en 2013 [1], l'énergie hydraulique fait déjà partie de la solution. Cependant, la plupart des sites qui ont les caractéristiques permettant la construction des usines hydroélectriques traditionnelles (hauteur de chutes supérieures à 3m [2]) sont déjà exploités. De petites usines électriques sont donc maintenant imaginées. Ces solutions ont de plus l'avantage d'avoir de faibles impacts environnementaux et elles peuvent être installées dans des régions avec de faibles demandes en électricité. Une de ces solutions, parfois appelée Gravitational Vortex Hydropower (GVHP) en anglais, est une usine hydroélectrique basée sur un tourbillon de vidange. Certaines entreprises développent cette solution [3, 4], et des installations jusqu'à 18kW sont déjà utilisées [5]. Pour extraire le maximum d'énergie d'un tourbillon de vidange, il est tout d'abord important de bien comprendre ce phénomène. Le but de cet article est donc de participer à la compréhension de ce phénomène. Contrairement à la plupart des études sur le sujet dont le but final est d'empêcher sa formation, on cherche ici la formation du tourbillon le plus intense possible. La configuration étudiée consiste en un réservoir circulaire équipé en partie haute d'une admission d'eau qui détermine le débit dès lors que le niveau d'eau moyen interne demeure constant, et en partie centrale basse d'un diaphragme circulaire qui permet la sortie d'eau et au-dessus duquel se met en place un siphon ou tourbillon de vidange.

Le tourbillon de vidange : les modèles analytiques

Des études mettent en évidence différents régimes d'écoulement pour le tourbillon de vidange. Plusieurs classifications sont proposées [6–9], mais la plus simple et la plus utilisée est constituée de 3 niveaux (figure 1). Le premier niveau est le régime sub-critique, il correspond au cas où il n'y a pas d'entraînement d'air à travers le diaphragme. Le second niveau est appelé le régime critique, il est observé lorsque la pointe du vortex atteint exactement le diaphragme. Le régime critique est un régime de transition entre le régime sub-critique et le troisième régime il est particulièrement instable [6]. Le troisième et dernier régime, lorsqu'il y a un entraînement d'air à travers le diaphragme, est le régime supercritique. Dans le cas de la création d'énergie, le tourbillon considéré est toujours supercritique.

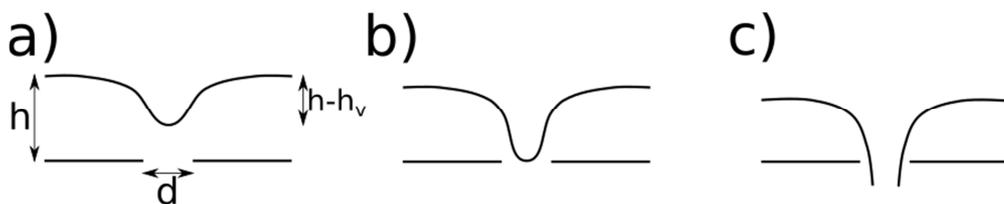


Figure 1: Classification des tourbillons de vidange. a) vortex subcritique. b) vortex critique. c) vortex supercritique. d: diamètre du diaphragme, h: hauteur d'eau, $h-h_v$: profondeur du tourbillon

Plusieurs modèles analytiques du profil de vitesse dans le tourbillon sont proposés dans la littérature. Ces modèles font l'hypothèse d'un écoulement stationnaire, axisymétrique dans un domaine infini. Des hypothèses additionnelles sont faites sur le profil de vitesse selon le modèle proposé.

Le modèle le plus simple et le plus connu est le modèle de Rankine [10]. Celui-ci est fondé sur l'hypothèse que l'écoulement est divisé en deux régions : un tourbillon forcé dans la partie centrale et un tourbillon libre dans la partie extérieure. Le tourbillon forcé est une zone de rotation solide

avec une vitesse proportionnelle au rayon. Dans la zone extérieure, la vitesse décroît proportionnellement à l'inverse du rayon. Cependant ce modèle ne prend pas en compte la surface libre a priori, et ne donne pas d'expression des autres composantes de vitesse.

Pour les tourbillons de vidange stationnaires et axisymétriques, Burgers [11] puis Rott [12] et Odgaard [8] obtiennent l'expression de la vitesse tangentielle suivante en résolvant l'équation de Navier-Stokes et en supposant que la vitesse radiale est proportionnelle au rayon (coefficient de proportionnalité : a) et la vitesse tangentielle u_θ proportionnelle à la circulation Γ et inversement proportionnelle au rayon :

$$u_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{a}{\nu} r^2\right) \right] \quad (1)$$

Où ν est la viscosité cinématique.

Hite et Mih [13] proposent l'expressions suivante en modifiant celles proposées par Rosenhead [14] pour correspondre à leurs données expérimentales.

$$u_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{2r}{r_c^2 + 2r^2} \quad (2)$$

Où r_c est le rayon correspondant à la vitesse tangentielle maximale.

Une amélioration de ce modèle a ensuite été proposée par Chen et al. [15] pour tenir compte de la variation des trois composantes de vitesses sur la verticale. Certains de ces auteurs ont aussi essayé d'ajouter les effets de la turbulence en ajoutant un terme de viscosité turbulente à la viscosité moléculaire [8, 16]. Tous ces modèles sont fondés sur l'hypothèse d'une faible profondeur du vortex par rapport à la profondeur d'eau [9]. Cette hypothèse n'est pas vérifiée pour un vortex supercritique.

Lundgren [17] a proposé un modèle numérique pour les tourbillons de vidange stationnaires dans un récipient tournant. Celui-ci a été amélioré par Andersen et al [18, 19] et appliqué par Stepanyants and Yeoh [9] au cas du tourbillon de vidange dans un récipient fixe. L'intérêt de ce modèle est qu'il reste valide dans le cas de tourbillons critiques ou supercritiques.

Dans tous ces modèles, la circulation est un des paramètres d'entrée. Dans des applications avec des géométries complexes, cette grandeur peut être difficile à évaluer précisément a priori. Ceci limite l'utilisation pratique de ces modèles mais permet de comprendre l'effet des différents paramètres sur le phénomène physique étudié.

Le tourbillon de vidange: données expérimentales

En réalisant une analyse dimensionnelle, différents auteurs montrent que six paramètres adimensionnels sont nécessaires pour représenter le tourbillon de vidange [7, 20]. Parmi ceux-ci les nombres de Reynolds, Froude et Weber sont utilisés. Cependant les définitions de ces nombres varient d'un auteur à l'autre. Le tableau 1 résume les différentes définitions utilisées. Les deux paramètres suivants sont des paramètres géométriques : D/d et H/d où d est le diamètre du diaphragme, D est le diamètre du contenant et H est la hauteur d'eau loin du vortex. Le dernier paramètre est un rapport entre les vitesses tangentielles et radiales, il est évalué par Dagget et Keulegan [7] avec : $\frac{\Gamma d}{Q}$ où Γ est la circulation du tourbillon et Q est le débit dans l'installation.

Daggett et Keulegan [7] réalisent une campagne expérimentale pour étudier l'influence du nombre de Reynolds, de la circulation et de la tension de surface. Ainsi, ils montrent que l'écoulement est peu dépendant du nombre de Reynolds pour des nombres de Reynolds supérieurs à 50 000. Anwar et al. [20] trouvent une valeur minimale de 30 000 en proposant une autre formulation du nombre de Reynolds (voir tableau 1). Ces valeurs permettent de choisir des dimensions minimales des maquettes pour éviter des effets d'échelles trop importants.

Tableau 1 : Résumé des différentes définitions données par plusieurs auteurs des différents nombres sans dimensions utilisés. Re est le nombre de Reynolds, Fr est le nombre de Froude, We est le nombre de Weber, Q est le débit, d est le diamètre du diaphragme, ν est la viscosité cinématique, g est l'accélération de la pesanteur, σ est la tension de surface du liquide dans le gaz, ρ est la masse volumique du liquide, h est le niveau d'eau au-dessus du diaphragme, h' est le niveau d'eau au-dessus du fond du diaphragme ($h' = h + e$, où e est l'épaisseur du diaphragme), U est la vitesse moyenne en sortie du bassin.

	Re	Fr	We
Daggett et al.[7]	$\frac{Q}{\frac{d}{2}\nu}$	$\frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{gh'}}$	$\frac{Q}{2\pi\frac{d}{2}}\sqrt{\frac{\rho}{\sigma\frac{d}{2}}}$
Anwar et al. [20]	$\frac{Q}{\nu h}$	$\frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2gh}}$	$\frac{\rho Q^2 h}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)^2 \sigma}$
Cristofano et al.[6]	$\frac{Ud}{\nu}$	$\frac{U}{\sqrt{gh}}$	$\frac{\rho U^2 d}{\sigma}$
Notations utilisées dans cet article	$\frac{Q}{d\nu}$	$\frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{gh'}}$	$\frac{Q}{2\pi\frac{d}{2}}\sqrt{\frac{\rho}{\sigma\frac{d}{2}}}$

Recoquillon [21] présente une étude complète du tourbillon de vidange dans la boîte à eau d'une voiture. Une boîte à eau est un réceptacle permettant de séparer l'air pour l'aération de la cabine et l'eau provenant de l'écoulement sur le parebrise. Les mouvements du vortex sont étudiés et des profils de vitesse sont mesurés par PIV (Particle Image Velocimetry) dans des plans verticaux et horizontaux.

Cristofano et al. [22] mesurent par PIV les vitesses dans le tourbillon dans trois plans horizontaux pour différents régimes du vortex. Ils étudient les mouvements du centre du vortex et des profils de vitesses radiales et tangentielles pour les différents régimes d'écoulement du vortex et dans des plans à différentes hauteurs. Ils comparent les mesures obtenues au modèle analytique de Rankine, et constate que le modèle de Rankine donne une bonne représentation du profil de vitesse tangentielle pour les plans les plus proches de l'interface. Li et al. [23] utilisent également la PIV pour déterminer les profils de vitesses tangentielles dans un bassin rectangulaire. Ils comparent les profils de vitesses obtenus pour différents régimes d'écoulement. Ils observent que les vitesses tangentielles sont les plus importantes lorsqu'il y a entrainement d'air. Par ailleurs, ils font des comparaisons qualitatives avec leur modèle numérique qui reproduit correctement le phénomène observé.

Le tourbillon de vidange : modèles numériques

Pour modéliser le tourbillon de vidange, certains auteurs utilisent des modèles monophasiques [23, 24] et d'autres utilisent des modèles diphasiques [21, 25]. Chen et al. [25] conduisent des simulations diphasiques du vortex avec quatre injections symétriques dans un bassin carré en

implémentant la méthode VOF (Volume of Fluid). Ils comparent deux modèles de turbulence différents : le modèle k- ϵ standard [26] et le modèle RNG k- ϵ [27]. Ils montrent que le second modèle est préférable car il permet la formation du vortex alors que le premier ne permet pas le creusement de la surface libre observé dans les expériences. Recoquillon [21] réalise des simulations du tourbillon en utilisant le logiciel OpenFOAM. Il utilise un solveur appelé interFOAM qui implémente la méthode VOF pour déterminer l'interface entre les deux phases [28]. Il compare ces résultats avec les expériences qu'il a réalisées et montre d'importantes difficultés à représenter correctement le niveau d'eau observé lors des expériences. Le niveau d'eau calculé est toujours sous-estimé. Les profils de vitesse calculée sont en accord avec les mesures loin de l'interface mais ne sont pas satisfaisants proche de l'interface et du cœur du tourbillon, en particulier pour les vitesses radiales et tangentielles.

Cristofano et al. [29, 30] étudient l'influence du modèle de turbulence sur le profil de l'interface pour des tourbillons de vidange sub-critiques. Ils comparent les résultats de simulations avec trois modèles de turbulences différents : le modèle laminaire (sans modèle de turbulence particulier), le modèle k- ω standard couplé avec un modèle SAS (Scale Adaptive Simulation) [29] et le modèle SST (Shear-Stress Transport) k- ω couplé avec le modèle SAS [29]. Ils comparent ces simulations aux données expérimentales qu'ils ont obtenues et ils mettent en évidence que le meilleur modèle est le modèle SST k- ω .

Diverses études sur les tourbillons de vidange existent déjà. Mais l'étude des tourbillons de vidange supercritiques est plus rare, en particulier en présence d'une injection. Nous présentons ici une campagne expérimentale sur ce type de tourbillon ainsi qu'un modèle numérique de celui-ci. Les données expérimentales et numériques sont enfin comparées.

Dispositif expérimental

Le but est de représenter un tourbillon de vidange supercritique, confiné et avec une injection. Le système expérimental est décrit sur la figure 2.

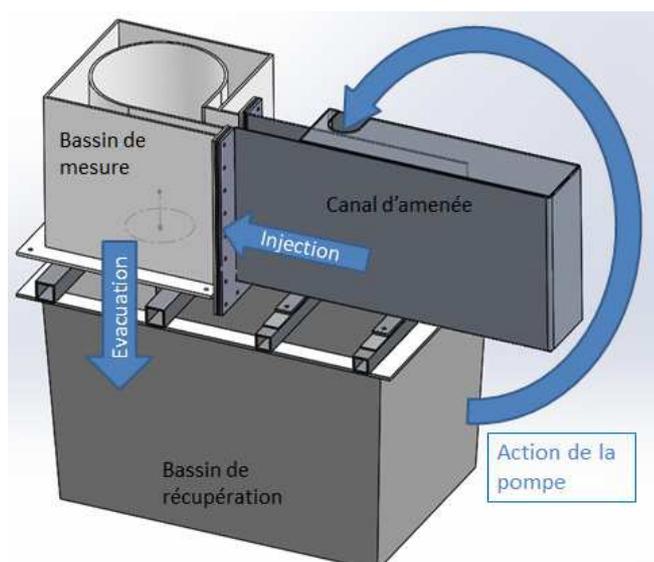


Figure 2: Schéma de principe du montage expérimental. Les flèches bleues représentent le sens de circulation de l'eau. Le tourbillon de vidange est observé dans le bassin d'étude. Le mouvement d'eau en circuit fermé est maintenu par l'intermédiaire d'une pompe.

Plusieurs composants sont identifiés :

- Le canal d’amenée, qui amène l’eau vers le bassin d’étude
- Le bassin d’étude où se forme le tourbillon de vidange. Il est presque cylindrique (de diamètre 390mm) et l’eau s’écoule à travers le diaphragme, un trou circulaire situé en son centre, pour rejoindre le bassin de récupération.
- Le bassin de récupération stocke l’eau.
- Une pompe qui monte l’eau du bassin de récupération vers le canal d’amenée. Elle permet au système d’atteindre un état quasi-stationnaire.

Trois diamètres de diaphragme sont testés : 200mm, 130mm et 100mm. Des ratios entre le diamètre du diaphragme (d) et le diamètre du récipient (D) de 0.51, 0.33 et 0.26 sont obtenus. Pendant la campagne expérimentale trois pompes différentes sont utilisées. Elles sont appelées GP, MP et PP, et se distinguent par leur plage de débit. Une vanne permet de contrôler le débit des pompes GP et MP.

Tableau 2: Tableau des configurations étudiées. Le nombre de Reynolds (Re) et le nombre de Froude (Fr) sont évalués avec les formulations qui sont présentées dans le tableau 1.

Configuration	d (mm)	Pompe	h (cm)	Q (l/s)	Re	Fr
1	130	pp	16.4	3.5	27385	0.22
2	100	MP2	28.6	5.5	55239	0.42
3	200	MP8	28.7	14.0	70237	0.28
4	130	MP3	32.9	9.4	72423	0.40
5	130	GP2	26.3	7.2	55371	0.34

La vitesse de l’eau est mesurée pour cinq configurations différentes. Chaque configuration est définie par une valeur unique du doublet de paramètres : diamètre du diaphragme, débit de la pompe. Ces configurations sont listées dans le tableau 2.

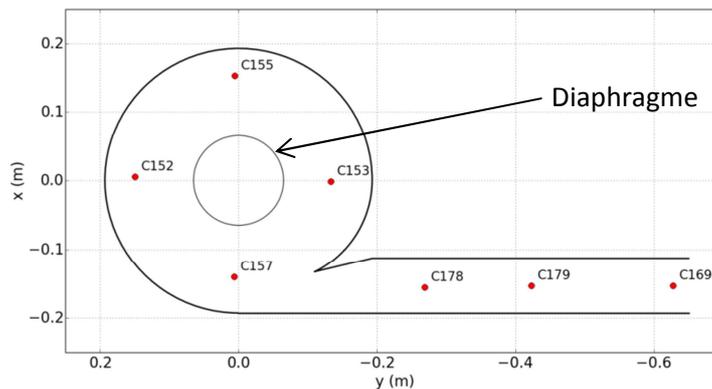


Figure 3: Schéma de la position des sondes à ultrason. Les noms des capteurs sont composés d’une lettre (« C ») et de trois nombres (par exemple « 178 »).

Les trois principales grandeurs physiques mesurées pendant ces expériences sont le niveau d’eau, le débit de la pompe et les vitesses de l’eau. Le niveau d’eau est mesuré en sept positions avec des capteurs à ultrason de la marque HoneyWell. Les positions de ces capteurs sont montrées sur la figure 3. Le niveau d’eau à l’injection est aussi contrôlé visuellement avec une règle. Le débit de la pompe est mesuré avec un débitmètre pour les pompes GP et MP. La pompe PP est calibrée en remplissant un récipient.

Tableau 3: Principales caractéristiques des système LDV utilisés (FlowExplorer, Dantec)

	FlowExplorer 1D	FlowExplorer 2D	
Composantes de vitesse mesurées pendant les expériences	X	Y	z
Longueur d'onde (nm)	660 (rouge)	561 (jaune)	532 (vert)
Distance focale (mm)	500	500	500
Puissance maximale du laser (mW)	100 (fixée)	300	300

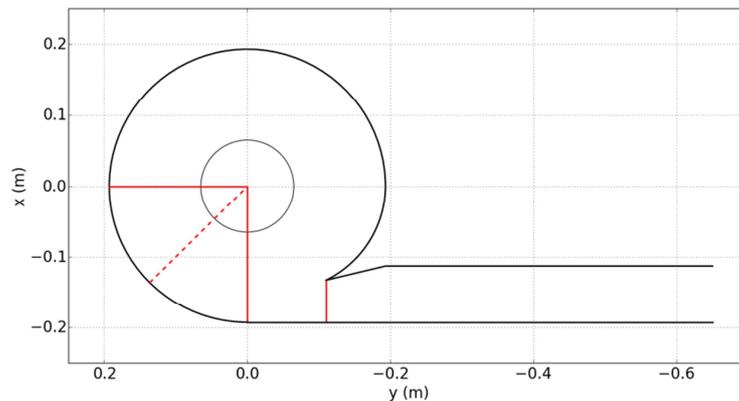


Figure 4: Plans où la vitesse est mesurée (lignes rouges). Le plan correspondant à la ligne tiretée est décrit pour une seule configuration

Les trois composantes de la vitesse sont mesurées par Laser Doppler Velocimetry (LDV) avec des instruments de mesure optique par laser fourni par Dantec Dynamics appelés FlowExplorer. Deux FlowExplorer sont utilisés : un FlowExplorer bi-composante et un FlowExplorer mono-composante. Leurs caractéristiques principales sont résumées dans le tableau 3. Ces systèmes mesurent la vitesse en un point de l'espace. Ils sont donc déplacés pour couvrir les plans du bassin d'étude présenté à la figure 4. Le déplacement des FlowExplorer est pris en charge par un système de déplacement automatique contrôlé par l'ordinateur collectant les données.

L'étude numérique

Le modèle numérique du tourbillon de vidange est réalisé en utilisant le solveur interFoam du logiciel OpenFOAM [31]. Ce solveur résout les équations de Navier-Stokes pour des écoulements diphasiques en utilisant la méthode VOF [28] pour déterminer la position de l'interface. Il suppose que les fluides sont incompressibles et non miscibles. Le couplage vitesse-pressure est réalisé en utilisant l'algorithme PISO [32]. Les phénomènes turbulents ne sont pas représentés dans ce modèle (modèle laminaire). Ce choix est fait pour des raisons de simplicité et parce que de petites structures tourbillonnaires ne sont pas attendues dans l'écoulement. En effet, la figure 5 montre que le niveau de vorticité reste faible dans l'écoulement sauf proche de la couche limite. La couche limite n'étant pas le sujet d'étude ici, on ne fait pas d'effort particulier pour représenter finement ce qu'il s'y passe.

Le pas de temps est automatiquement ajusté par OpenFOAM afin de vérifier la condition de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL), avec un nombre de Courant maximum imposé à 0.5. Le nombre de Courant est calculé dans chaque cellule avec :

$$Co_i = 0.5\Delta t \frac{\int_{S_i} \vec{U}_i d\vec{n}_i}{\Delta\tau_i} \quad (3)$$

Où :

- Δt est le pas de temps
- $\Delta\tau_i$ est le volume de la cellule i où le nombre de Courant est calculé
- S_i est la surface de contour de la cellule i
- $d\vec{n}_i$ est le vecteur normal à la surface de contour de la cellule i et de norme égale à l'aire de cette surface
- \vec{U}_i est la vitesse dans la cellule i

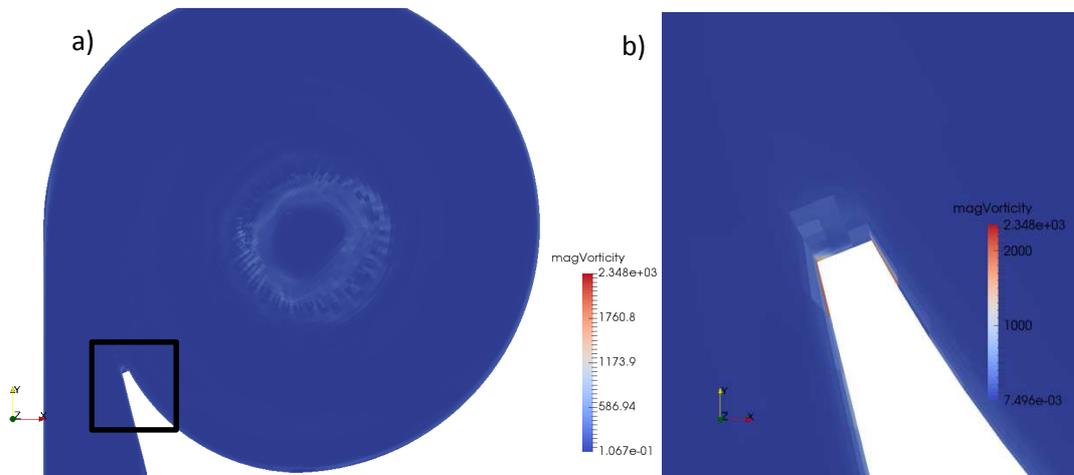


Figure 5: Norme du vecteur vorticité dans le plan $z=0.1m$ pour le cas de référence. b) zoom dans le rectangle noir de la figure a)

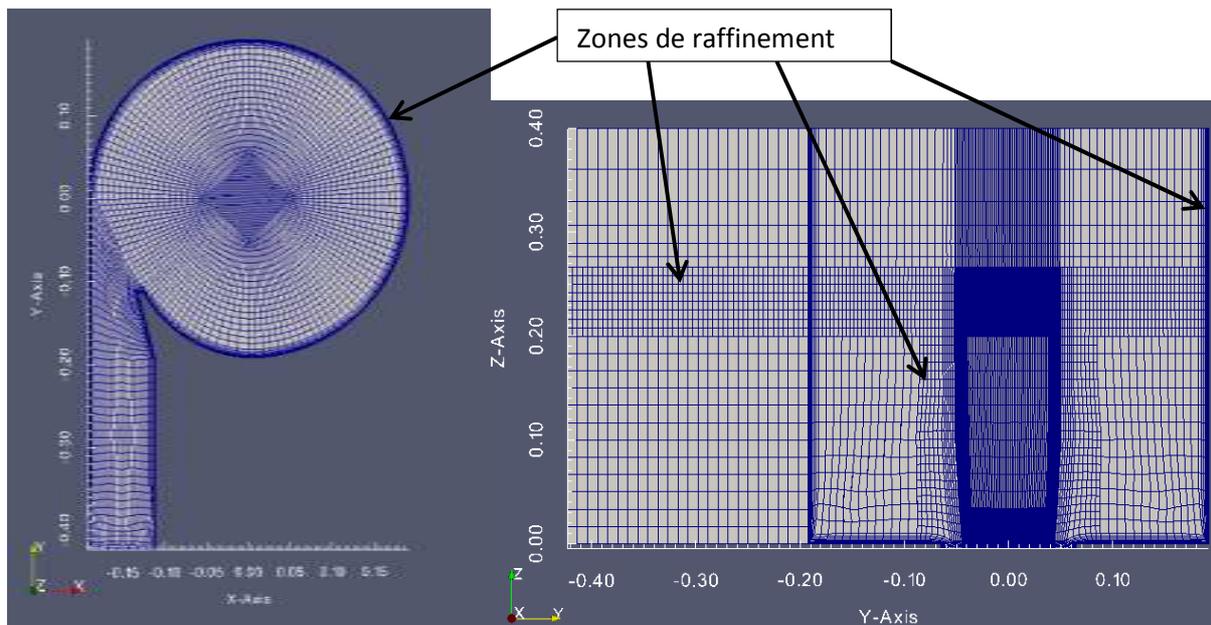


Figure 6: Maillage utilisé pour la 5^{ième} configuration (cas avec des mailles de taille intermédiaire - EM5HaBL3R4)

La simulation commence avec de l'eau au repos dans le bassin. A l'injection, une vitesse constante est imposée. Sa valeur est déterminée à partir du débit mesuré lors des expériences. La vitesse sur les murs est nulle. A la sortie et sur la condition aux limites ouverte à l'atmosphère est imposée une condition aux limites permettant la sortie des deux fluides du domaine modélisé, ou une entrée d'air si nécessaire. Ainsi, lorsque la vitesse est orientée vers l'extérieur, une condition de Neumann est appliquée (gradient de vitesse nul) et lorsque la vitesse est orientée vers l'intérieur du domaine, une condition de Dirichlet est appliquée (la valeur de la vitesse perpendiculairement à la paroi est estimée à partir du flux du pas de temps précédent)¹.

Tableau 4 : Comparaison entre les différents maillages utilisés. Calculs réalisés sur 8 cœurs d'un Bi-Processeur Intel E5-2670 8 cœurs @2.6 Ghz

Nom du cas	Nombre de cellules	Taille des mailles près du diaphragme (mm)	y+ maximum près des parois	Temps de calcul
EM5HaBL3R3.2 (maillage grossier)	315363	2.1	40.4	53h Pour 25s
EM5HaBL3R4 (maillage intermédiaire)	425011	1.6	40.3	77h Pour 25s
EM5HaBL3R2 (maillage fin)	998198	1.3	40.2	419h Pour 60s

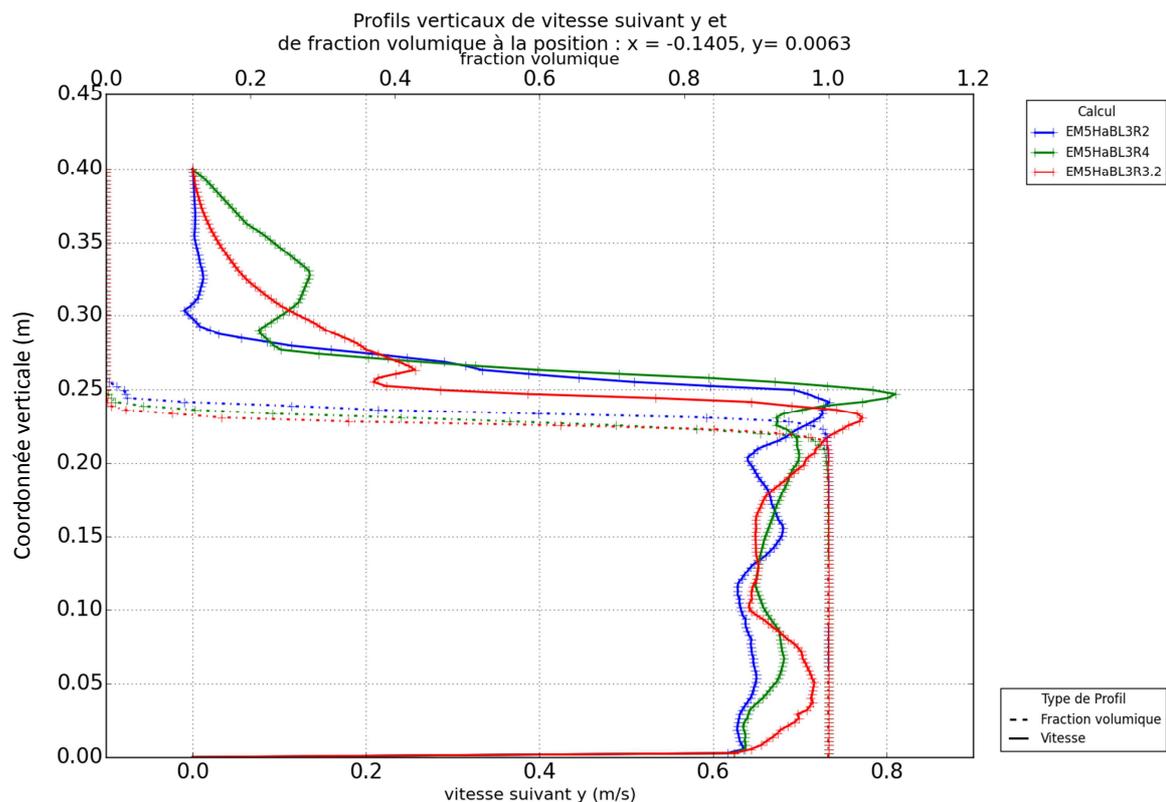


Figure 7: Profils verticaux de vitesses tangentielles et de fractions volumiques, comparaison pour trois tailles de mailles différentes. EM5HaBL3R2 est le cas avec le maillage le plus fin et EM5HaBL3R3.2 est celui avec le maillage le plus grossier.

¹ Dans OpenFOAM, cette condition aux limites est appelée `pressureInletOutletVelocity`.

Le maillage est un maillage structuré par bloc, mais des zones de raffinement sont ajoutées près des murs et dans la zone de l'interface (figure 6). Des maillages (décrits dans le tableau 4) avec des tailles de mailles décroissantes sont comparés. Les profils verticaux de vitesses tangentielles et de fraction volumique dans le bassin d'étude sont comparés dans la figure 7. Lorsque la fraction volumique vaut 1 le fluide considéré est l'eau et lorsqu'elle est nulle le fluide considéré est l'air. On observe que le maillage le plus fin correspond au cas où l'interface est la plus nette et est donc la mieux définie. Pour des raisons de précision et de temps de calcul acceptables, le maillage de taille intermédiaire est utilisé.

Discussion

La figure 8 présente une comparaison entre les interfaces du modèle numérique et celui observé lors des expériences. Dans cette figure, la hauteur d'eau est similaire dans les deux cas. De plus, le profil du vortex est comparable. Pour l'analyse de la figure 8a) plusieurs zones de l'interface sont distinguées : i) les zones gauche et droite, ii) la partie centrale et la partie périphérique, iii) les parties supérieures et inférieures. Ces zones sont présentées à la figure 9 pour améliorer la compréhension. Sur la figure 8a), on observe une différence de comportement entre la zone de droite, où l'interface est presque verticale, et la zone de gauche où l'interface forme un angle plus grand avec la verticale en particulier dans la zone supérieure. Cette différence est expliquée par la présence de l'injection qui provoque une asymétrie dans le domaine. Cette asymétrie explique aussi le décentrage du tourbillon par rapport à la géométrie, en particulier dans la zone supérieure. Dans la zone inférieure, le tourbillon est davantage centré car dans cette zone l'impact de l'injection par rapport à celui de l'éjection est relativement plus faible que dans la zone supérieure. La figure 8 montre que toutes ces caractéristiques sont correctement représentées dans le modèle numérique. Cependant, on remarque que le cœur du vortex où il y a de l'air est légèrement plus large dans le modèle numérique que sur la photographie des expériences.

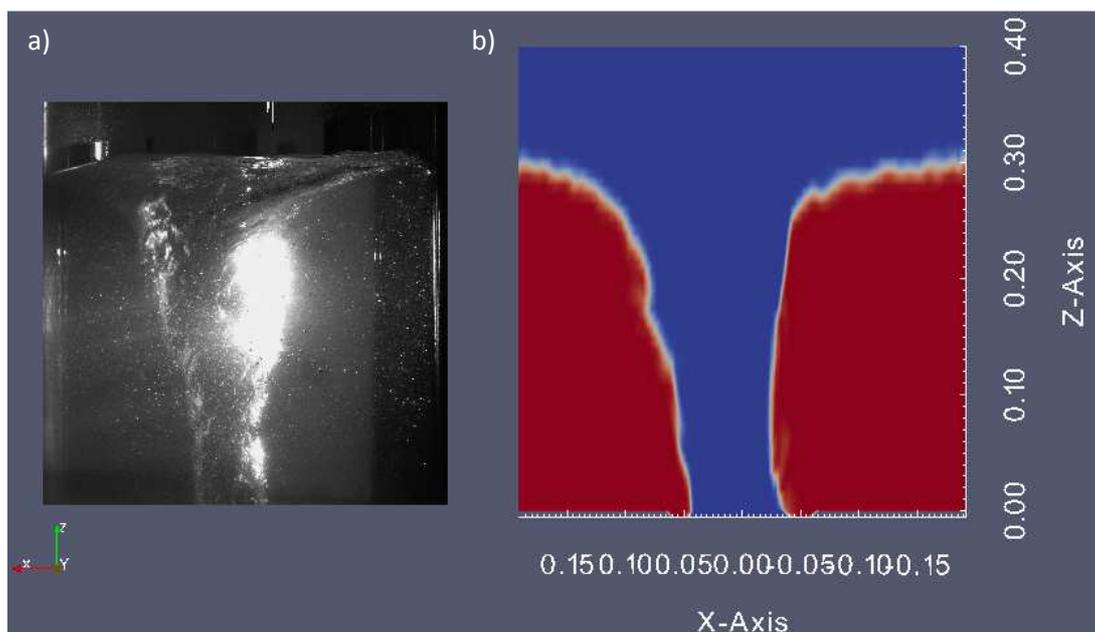


Figure 8: Comparaison qualitative entre une photo du vortex observé lors des expériences correspondant à la 5^{ème} configuration (a) et le vortex issu du modèle numérique correspondant (b)

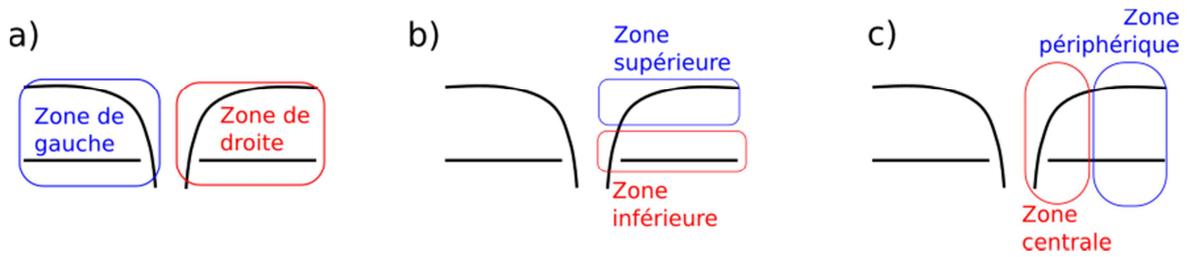


Figure 9: Description des différentes zones du vortex

Des comparaisons quantitatives sont aussi menées. Les hauteurs d'eau mesurées par les capteurs à ultrason sont moyennées et comparées aux hauteurs d'eau moyennes issues du calcul numérique. La figure 10 présente ces comparaisons. On remarque que les hauteurs issues du calcul numérique sont légèrement plus faibles que celles provenant des données expérimentales. Cependant ces différences sont inférieures à l'incertitude des mesures et inférieures à 5% sauf pour le capteur nommée C153. Ce dernier capteur présente des erreurs plus grandes que les autres pour toutes les configurations. La raison de ces différences n'est pas encore expliquée (problèmes dans la chaîne de mesure, défaut du modèle numérique pour cette position).

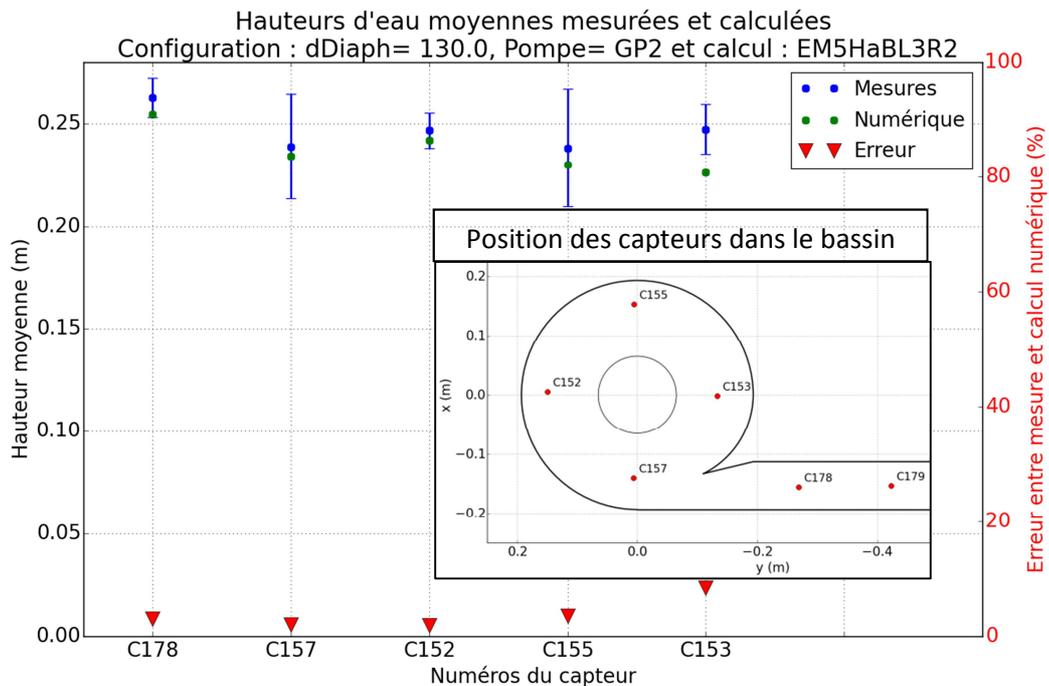


Figure 10: Comparaison entre niveaux d'eau moyens mesurés et calculés pour la 5^{ème} configuration. Les points verts et bleus sont respectivement les hauteurs d'eau moyennes calculées et mesurées. Les barres d'erreurs bleues sont les incertitudes de mesures. Les triangles rouges sont les erreurs entre les deux niveaux d'eau. Ces derniers se rapportent à l'axe de droite. Les positions des capteurs sont rappelées dans la figure en cartouche.

La figure 11 compare des profils horizontaux de vitesse tangentielle issue des mesures par LDV et ceux provenant des calculs numériques. On note que les deux résultats sont proches sauf dans la région proche de l'interface au centre du tourbillon. Dans la zone proche du centre du tourbillon, le modèle numérique surestime les vitesses tangentielles. Il faut remarquer que c'est dans cette zone que les incertitudes de mesures sont les plus grandes à cause des réflexions des lasers sur la surface libre. De plus, des vitesses sont mesurées à des endroits où il n'y a pas d'eau décelée dans le calcul

numérique. Ceci confirme les analyses de la figure 8, qui mettent en évidence que le tourbillon du modèle numérique est plus large (d'environ 10%) que celui observé dans les expériences.

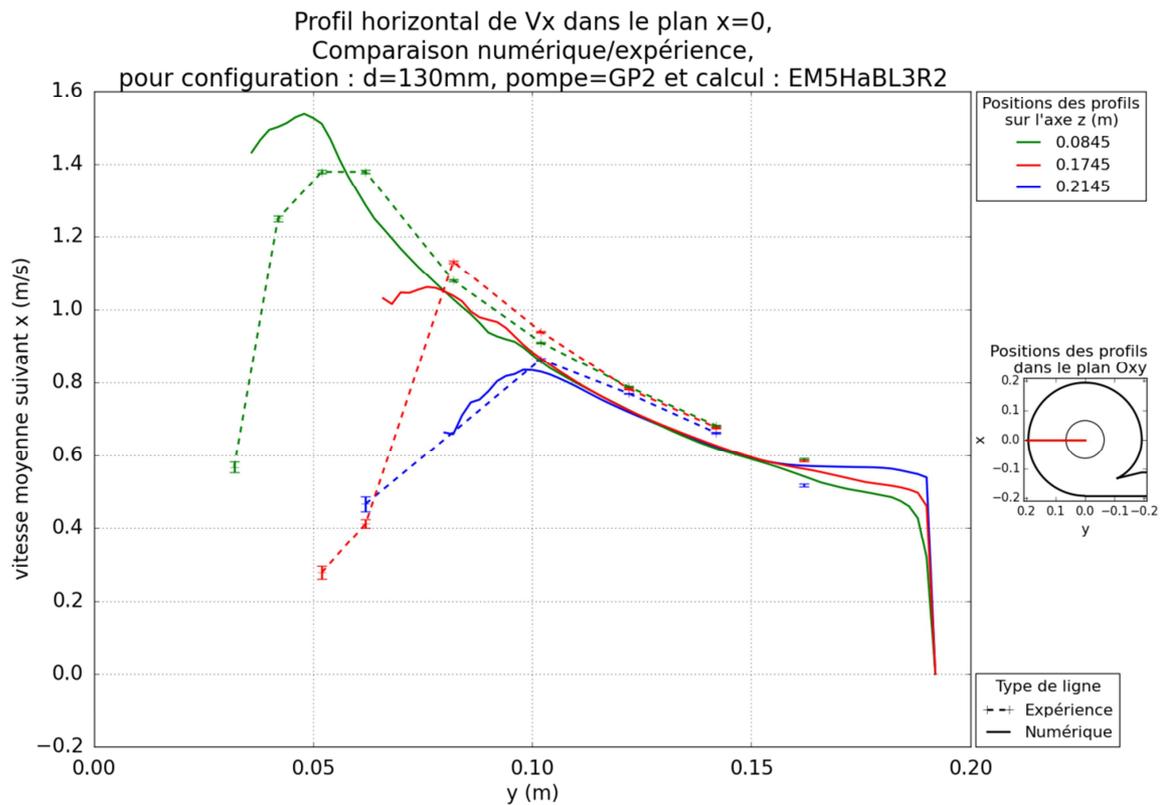


Figure 11: Profils de vitesses tangentielles le long de lignes horizontales dans le plan $x=0$. Comparaison entre données expérimentales et numériques.

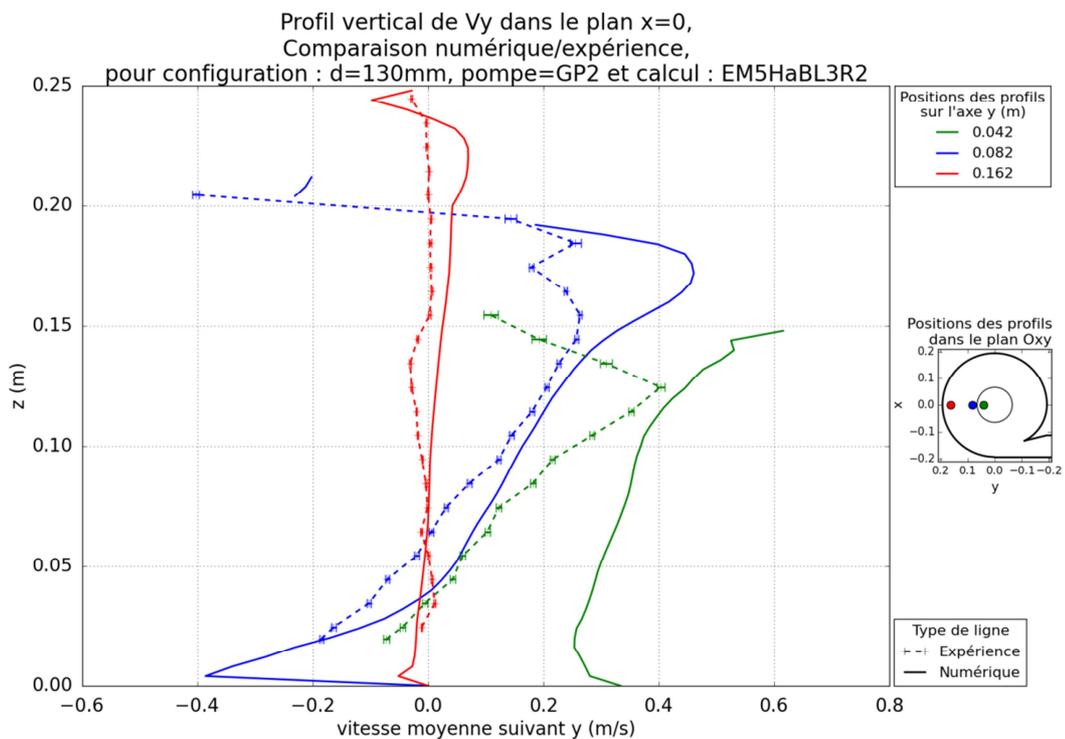


Figure 12 : Profils verticaux de vitesses radiales dans le plan $x=0$. Comparaison entre données expérimentales et numériques

De la même manière, la figure 12 montre des comparaisons entre modèle numérique et expériences pour les vitesses radiales. On constate que le modèle numérique représente correctement les vitesses radiales pour des points pas trop proches de la surface libre (courbe rouge et le bas de la courbe bleu). Pour des points très proches de la surface libre les erreurs sont plus importantes comme pour les vitesses tangentielles. On observe alors des vitesses issues du calcul numérique plus grandes que les vitesses mesurées. Ces différences expliquent celles déjà observées entre les niveaux d'eau. En effet, les vitesses radiales sont liées au débit. Les vitesses radiales calculées étant plus importantes que celles mesurées, c'est le niveau d'eau qui s'adapte pour conserver le débit, d'où la présence d'un cœur du tourbillon plus large que dans la réalité.

Pour corriger ces différences, on pourrait ajouter un modèle de turbulence. Ce dernier devrait permettre de dissiper de l'énergie et de diminuer les vitesses proches de la surface libre. La largeur du cœur du tourbillon serait donc modifiée.

Conclusion

Un système expérimental permettant l'étude d'un tourbillon de vidange avec injection dans le but d'en extraire de l'énergie est présenté. Un modèle numérique du système sans extraction d'énergie est réalisé. On montre que les données issues du modèle numérique sont relativement proches des mesures réalisées, sauf pour les points les plus proches de l'interface air-eau. Pour corriger ces différences il faudra probablement ajouter un modèle de turbulence. Plusieurs essais numériques, guidés par la bibliographie présentée, doivent être réalisés pour déterminer le bon choix de modèle. Pour modéliser l'extraction d'énergie, la turbine doit être ajoutée au modèle numérique et sa validité doit être vérifiée. Pour cela, on pourra décrire l'écoulement autour de la turbine dans un repère tournant et celui proche du contenant dans un repère fixe (méthode Multiple Reference Frames, MRF). L'interface entre les deux régions est moyennée. On pourra aussi utiliser les récents travaux de Vukčević et al. [33] qui ont adapté la méthode de l'équilibrage harmonique (Harmonic Balance Method, HBM) à des écoulements diphasiques. Cette méthode se base sur les séries de Fourier des différentes variables et fait l'hypothèse que l'écoulement étudié est périodique et peut être représenté correctement par les premières harmoniques.

Bibliographie

- [1] International Energy Agency, Key World Energy Statistics, (2015).
- [2] C. Power, A. McNabola, P. Coughlan, A Parametric Experimental Investigation of the Operating Conditions of Gravitational Vortex Hydropower (GVHP), *J. Clean Energy Technol.* 4 (2016) 112–119.
- [3] F. Zotlöterer, Hydroelectric power plant, 2003294512, 2004.
- [4] GWWK - Genossenschaft Wasserwirbel Konzepte Schweiz, (2014).
- [5] F. Zotlöterer, Zotlöterer Smart Energy System, (2015). <http://www.zotloeterer.com/welcome/>.
- [6] L. Cristofano, M. Nobili, G. Caruso, Experimental study on unstable free surface vortices and gas entrainment onset conditions, *Exp. Therm. Fluid Sci.* 52 (2014) 221–229..
- [7] L.L. Daggett, G.H. Keulegan, Similitude in Free-Surface Vortex Formations, *J. Hydraul. Div.* 100 (1974) 1565–1581.
- [8] A. Odgaard, Free-Surface Air Core Vortex, *J. Hydraul. Eng.* 112 (1986) 610–620.
- [9] Y. Stepanyants, G. Yeoh, Stationary bathtub vortices and a critical regime of liquid discharge, *J. Fluid Mech.* 604 (2008) 77–98.
- [10] W.J.M. Rankine, *A Manual of Applied Mechanics*, Charles Griffin, 1872.

- [11] J.M. Burgers, A mathematical model illustrating the theory of turbulence, *Adv. Appl. Mech.* 1 (1948) 171–199.
- [12] N. Rott, On the viscous core of a line vortex, *Z. Für Angew. Math. Phys. ZAMP.* 9 (1958) 543–553.
- [13] J. Hite Jr., W. Mih, Velocity of Air-Core Vortices at Hydraulic Intakes, *J. Hydraul. Eng.* 121 (1995) 631–631.
- [14] L. Rosenhead, The Spread of Vorticity in the Wake Behind a Cylinder, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A.* 127 (1930) 590–612.
- [15] Y. Chen, C. Wu, M. Ye, X. Ju, Hydraulic characteristics of vertical vortex at hydraulic intakes, *J. Hydrodyn. Ser B.* 19 (2007) 143–149.
- [16] H.A. Einstein, H. Li, Le vortex permanent dans un fluide réel, *Houille Blanche.* (1955) 483–496.
- [17] T.S. Lundgren, The vortical flow above the drain-hole in a rotating vessel, *J. Fluid Mech.* 155 (1985) 381–412.
- [18] A. Andersen, T. Bohr, B. Stenum, J.J. Rasmussen, B. Lautrup, Anatomy of a bathtub vortex, *Phys. Rev. Lett.* 91 (2003) 104502.
- [19] A. Andersen, T. Bohr, B. Stenum, J.J. Rasmussen, B. Lautrup, The bathtub vortex in a rotating container, *J. Fluid Mech.* 556 (2006) 121.
- [20] H.O. Anwar, J.A. Weller, M.B. Amphlett, Similarity Of Free-Vortex At Horizontal Intake, *J. Hydraul. Res.* 16 (1978) 95–105.
- [21] Y. Recoquillon, Etude expérimentale et numérique des écoulements diphasiques dans la boîte à eau d'un véhicule automobile, Ph.D. dissertation, Université d'Orléans, 2013.
- [22] L. Cristofano, M. Nobili, G.P. Romano, G. Caruso, Investigation on bathtub vortex flow field by Particle Image Velocimetry, *Exp. Therm. Fluid Sci.* 74 (2016) 130–142.
- [23] H. Li, H. Chen, Z. Ma, Z. Yi, Experimental and numerical investigation of free surface vortex, *J. Hydrodyn. Ser B.* 20 (2008) 485–491.
- [24] L. Bøhling, A. Andersen, D. Fabre, Structure of a steady drain-hole vortex in a viscous fluid, *J. Fluid Mech.* 656 (2010) 177–188.
- [25] Y. Chen, C. Wu, B. Wang, M. Du, Three-dimensional Numerical Simulation of Vertical Vortex at Hydraulic Intake, *Procedia Eng.* 28 (2012) 55–60.
- [26] P. Chassaing, *Turbulence en mécanique des fluides : analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur*, Cépaduès, 2000.
- [27] C.G. Speziale, S. Thangam, Analysis of an RNG based turbulence model for separated flows, *Int. J. Eng. Sci.* 30 (1992) 1379–1394.
- [28] S.S. Deshpande, L. Anumolu, M.F. Trujillo, Evaluating the performance of the two-phase flow solver interFoam, *Comput. Sci. Discov.* 5 (2012) 14016.
- [29] L. Cristofano, M. Nobili, G. Caruso, Numerical evaluation of gas core length in free surface vortices, *J. Phys. Conf. Ser.* 547 (2014) 12030.
- [30] L. Cristofano, M. Nobili, Influence of Boundary Conditions in Numerical Simulation of Free Surface Vortices, *Energy Procedia.* 82 (2015) 893–899.
- [31] OpenFOAM Foundation, OpenFOAM, 2013. www.openfoam.org.
- [32] J.H. Ferziger, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, 2002.
- [33] V. Vukčević, G. Cvijetić, I. Gatin, H. Jasak, The Harmonic balance method for temporally periodic free surface flows in marine hydrodynamics, in: *Guimaraes, Portugal, 2016*.