

**LES MOUVEMENTS DE PROFIL COMPATIBLES AVEC
UN ECOULEMENT POTENTIEL ;
APPLICATION A LA COMMANDE DE PALES
D'HYDROLIENNE**

***AIRFOIL MOTIONS IN THE POTENTIAL FLOW
FRAMEWORK;
APPLICATION TO BLADE PITCH CONTROL IN
VERTICAL AXIS WATER TURBINES***

J. VINCENDET*, F. PONS*, M. BA* et L.CHATELLIER*

* Institut P' - CNRS-ISAE-ENSMA-Université de Poitiers
Département Fluides, Thermique et Combustion. Axe HydEE
ISAE-ENSMA, BP 40109, 1 Avenue Clément Ader
86961 Futuroscope-Chasseneuil Cedex
Frederic.pons@ensma.fr

Résumé

Cet article a pour objet la commande des hydroliennes, à axe vertical, par la mise en incidence des pales. Son originalité est de chercher une loi de commande en imposant que le mouvement des pales n'engendre aucune nouvelle structure tourbillonnaire dans l'écoulement. Pour cela nous nous appuyons sur les travaux en écoulement potentiel uniforme de Gérard Couchet [1], dont nous faisons un bref rappel. Nous adaptons ses travaux à un profil en rotation, pour obtenir des lois de commande à circulation constante sur le profil, qui malheureusement sont peu efficaces. Mais en généralisant à un écoulement présentant des tourbillons, une loi de commande propulsive avec contrôle du lâcher tourbillonnaire est proposée.

Summary

The present study focuses on blade pitch control in vertical axis water turbines. Command laws are sought, that prevent vortical structures to be emitted during the airfoil motion. Following Couchet's [1] formulation for uniform potential flows, a zero-circulation command law is established for airfoils in circular motion. Alternative command laws allowing controlled vortex shedding are also proposed.

I - Introduction et notations

Les éoliennes et hydroliennes à axe vertical Darrieus avec des pales montées en H ont fait l'objet de nombreuses études aérodynamiques et hydrodynamiques [2, 3, 4] montrant l'importance du sillage dans le calcul des efforts sur les pales.

En nous plaçant dans l'hypothèse d'un fluide parfait, la circulation du champ de vitesse reste constante autour des pales et leur sillage. En effet, le théorème de Kelvin impose que les fluctuations de circulation autour du profil des pales soient compensées par l'émission, au bord de fuite, de tourbillons de circulation opposée. Ces tourbillons sont ensuite convectés à la vitesse du fluide, formant un sillage tourbillonnaire en aval des pales.

Ce comportement peut être modélisé grâce à la méthode des singularités qui permet de calculer les efforts sur les pales [2] et ensuite de chercher une loi optimale de l'angle d'attaque.

A la différence de cette dernière approche, dans cette étude, nous proposons une alternative : partant d'un écoulement choisi autour d'un profil mince (ici fluide en vitesse holomorphe) nous en déduisons une loi de commande de l'angle d'attaque du profil ne générant pas de sillage tourbillonnaire.

Pour cela, nous nous appuyons sur les travaux de Gérard Couchet [1], que nous adaptons au cas de l'hydrolienne.

Après avoir construit le potentiel de Couchet pour un profil en rotation, nous appliquons la condition de Joukowski en mouvements non-stationnaires, pour obtenir une équation différentielle permettant de déterminer une loi de commande d'angle de pale dépendant de la vitesse spécifique et des caractéristiques géométriques de l'hydrolienne.

De plus en utilisant le théorème de Bernoulli et en négligeant les forces de masse, nous déterminons le torseur des efforts sur le profil pour la loi de commande déterminée précédemment.

Enfin nous adapterons la théorie de Couchet, pour obtenir une loi de commande en présence de tourbillons.

Notations :

Dans toute la suite, on note $Z \rightarrow z = H(Z) = Z + \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{a_k}{Z^k}$ la transformation conforme faisant correspondre l'extérieur d'un disque $|Z| \leq a$ à l'extérieur d'un profil. Le point d'affixe Z dans le plan (\vec{X}, \vec{Y}) est alors associé au point d'affixe z dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) . L'origine O dans le plan profil est le centre du profil.

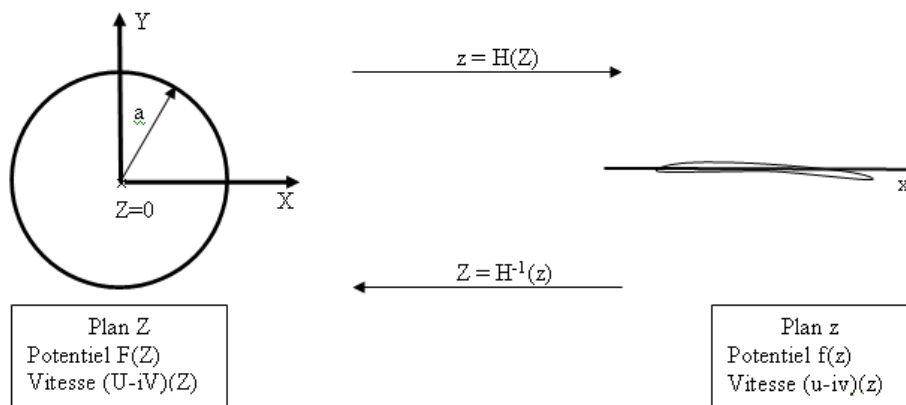


Figure 1. Transformation conforme

Le bord de fuite du profil est l'image du point $Z = a$ avec $H'(a) = 0$.

Le potentiel complexe associé au plan du cercle est noté $F(Z, t)$ et au plan du profil on associe le potentiel $f(z, t) = F(Z, t)$.

On suppose l'hydrolienne placée dans un écoulement uniforme. Chaque profil de pale, de longueur $2l$, d'axe de portance nulle (O, \vec{x}) est obtenu par la transformation conforme précédente.

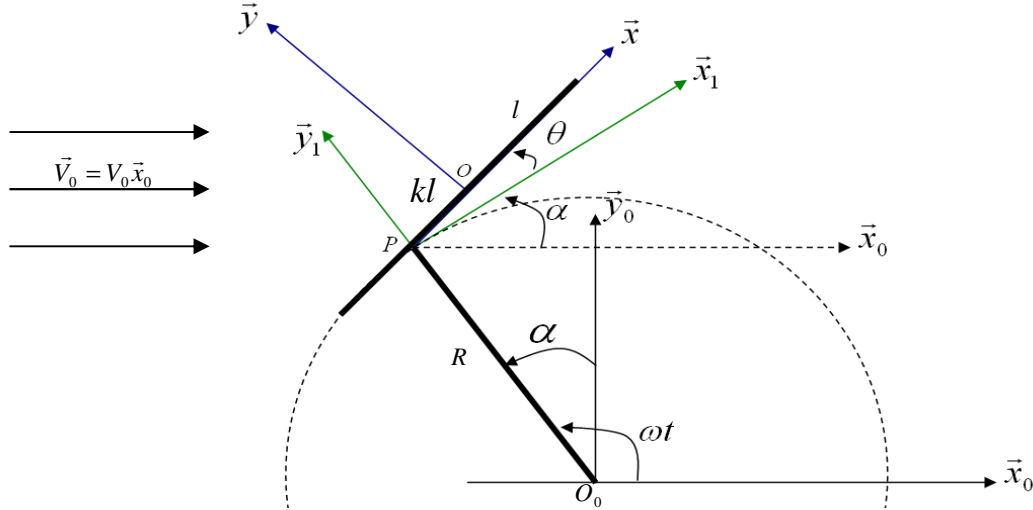


Figure 2. Caractéristiques de l'hydrolienne

On définit les repères suivants :

$T_0: (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ repère fixe ; $T_0': (O_0', \vec{x}_0', \vec{y}_0', \vec{z}_0')$ repère lié au fluide à l'infini, en translation uniforme par rapport à T_0 ; $T_1: (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ repère lié aux branches de l'hydrolienne ; $T: (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}_0)$ repère lié au profil.

Dans la suite de l'étude, l'angle de commande est $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x})$ (Figure 2). Le vecteur $\vec{OP} = kl \vec{x}$, avec $k \in [-1, 1/2[$, représente l'écart (fixe) entre le centre du profil O et son axe de commande en rotation.

II - Le potentiel de Couchet et son application a l'hydrolienne

II - 1 Le potentiel de Couchet

Dans cette partie, suivant les travaux de Gérard Couchet [1], l'étude est menée dans le référentiel en translation T_0' , dans lequel la vitesse du fluide à l'infini est nulle.

Les composantes de la vitesse du fluide par rapport à T_0' , exprimées dans le système d'axe du profil sont notées u et v : $\vec{V}_{fluide/T_0'} = u\vec{x} + v\vec{y}$.

A ce champ de vitesse d'un écoulement supposé incompressible et irrotationnel est associé le potentiel complexe $f(z, t)$ dans le plan profil.

Sous ces hypothèses, pour une circulation Γ constante autour du profil, le potentiel de l'écoulement autour du disque prend donc la forme :

$$F(Z, t) = \frac{\Gamma}{2i\pi} \ln\left(\frac{Z}{a}\right) + G_c(Z, t) \text{ où } G_c(Z, t) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{B_k(t)}{Z^k}$$

Pour déterminer le potentiel de Couchet $G_c(Z, t)$, nous allons utiliser la condition de glissement sur le profil : $\vec{V}_{fluide/T} \cdot \vec{n} = 0$, où \vec{n} est la normale extérieure au profil.

En posant, $\delta = \alpha + \theta$ et $\vec{V}_{O/T_0'} = l(t)\vec{x} + m(t)\vec{y}$ la vitesse du point O du profil par rapport à T_0' , la condition de glissement se traduit par : $Im(df - (l(t) - im(t) - i\delta\bar{z})dz) = 0$.

En notant $\psi = Im(f)$ et par intégration sur le profil, on obtient la fonction ψ sur le profil.

On peut alors en déduire la partie imaginaire du potentiel de Couchet sur le cercle de rayon a :

$$ImG_c(Z, t) = \Psi(Z, t) = ImF(Z, t) = \psi(z, t) = ly - mx - \frac{1}{2}\delta(x^2 + y^2) + cste(t)$$

pour $|Z| = a$

Il reste alors à utiliser la formule de Schwartz-Villat qui permet de calculer la fonction holomorphe $G_c(Z, t) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{B_k}{Z^k}$ en tout point du domaine extérieur au cercle connaissant sa partie imaginaire sur le cercle :

$$G_c(Z, t) = -\frac{1}{\pi} \int_{C^+} \frac{\Psi(Z', t)}{Z' - Z} dZ' \quad \text{où } C^+ \text{ est le cercle } |Z| = a$$

Les paramètres l, m et δ étant indépendants de la géométrie du profil, on peut mettre le potentiel de Couchet sous la forme :

$$G_c(Z, t) = l(t)G_c^1(Z, t) + m(t)G_c^2(Z, t) + \delta G_c^3(Z, t)$$

avec :

$$G_c^1(Z, t) = -\frac{1}{\pi} \int_{C^+} \frac{y'}{Z' - Z} dZ' = -\frac{1}{2i\pi} \int_{C^+} \frac{H(Z') - \overline{H(Z')}}{Z' - Z} dZ' = H(Z) - Z - \frac{a^2}{Z}$$

$$G_c^2(Z, t) = +\frac{1}{\pi} \int_{C^+} \frac{x'}{Z' - Z} dZ' = +\frac{1}{2\pi} \int_{C^+} \frac{H(Z') + \overline{H(Z')}}{Z' - Z} dZ' = i(Z - H(Z) - \frac{a^2}{Z})$$

$$G_c^3(Z, t) = +\frac{1}{2\pi} \int_{C^+} \frac{x'^2 + y'^2}{Z' - Z} dZ' = +\frac{1}{2\pi} \int_{C^+} \frac{H(Z')\overline{H(Z')}}{Z' - Z} dZ'$$

Application au cas de la plaque plane de longueur $2l = 4a$:

Dans ce cas, on a $H(Z) = Z + \frac{a^2}{Z}$ ($= Z + \bar{Z}$ sur le cercle C^+) et on obtient alors :

$$F(Z, t) = \frac{\Gamma}{2i\pi} \ln\left(\frac{Z}{a}\right) - 2i\frac{a^2}{Z}m(t) - i\frac{a^4}{Z^2}\delta \quad (1)$$

II – 2 La condition de Kutta-Joukowski

Grace au potentiel complexe (1) déterminé précédemment on peut calculer les vitesses du fluide dans le plan du profil : $u(z, t) - iv(z, t) = \frac{1}{H'(Z)} \left(\frac{dG_c}{dZ} - i\frac{\Gamma}{2\pi Z} \right)$

Une condition nécessaire pour que la vitesse soit fini au bord de fuite $H(a)$ (avec $H'(a) = 0$) est la condition de Kutta-Joukowski c'est-à-dire : $\left(\frac{dG_c}{dZ}(a) - i\frac{\Gamma}{2\pi a} \right) = 0$.

Cette condition, où la circulation est constante pour que le développement du paragraphe précédent soit valide, impose donc une relation entre les paramètres décrivant le mouvement du profil.

Application au cas de la plaque plane de longueur $2l = 4a$:

La condition de vitesse finie au bord de fuite est alors :

$$4\pi a \left(m(t) + a\delta(t) \right) = \Gamma \quad (2)$$

Cela revient à imposer que la projection suivant \vec{y} de la vitesse par rapport à T_0' du point de la plaque $x = a$ est constante.

II – 3 Le champ de pression et les efforts sur le profil

En négligeant les forces de masse, le théorème de Bernoulli donne dans le plan du profil:

$$p(z) = -\frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) + \rho(u(l(t) - \delta y) + v(m(t) + \delta x)) - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + cte(t) \text{ où } \varphi = Re(f)$$

Ce qui permet, lorsque le champ de vitesse est continu sur le profil, de calculer le torseur des efforts exercés par le fluide sur le profil, exprimé dans le repère mobile :

$$\bullet \text{ la résultante } = \int_{C^+} i p(z) d(H(Z))$$

$$\text{qu'on peut écrire sous la forme : } X + iY = i\rho(l(t) + im(t))\Gamma + \rho\delta I - i\rho \frac{dI}{dt}$$

où l'intégrale $I = Re \int_{C^+} G_c(Z) H'(Z) dZ$ se calcule en fonction des paramètres géométriques et cinématiques du profil :

$$I = (2i\pi(a_1 - a^2) + i\mathcal{A})l(t) + (2\pi(a_1 + a^2) - \mathcal{A})m(t) + (2i\pi A_1 - \mathcal{A}z_G)\delta$$

où a_1 est le résidu de $H(Z)$ à l'infini ; A_1 est le résidu de $G_c^3(Z)$ à l'infini ; \mathcal{A} est l'aire du profil et z_G l'affixe du centre de gravité du profil dans le repère profil.

$$\bullet \text{ le moment de tangage au centre du profil } = Re \int_{C^+} z p(z) d\overline{H(Z)}$$

$$M_O = -\rho Re(l(t) - im(t))I + \frac{dJ}{dt}$$

où la nouvelle intégrale $J = \frac{1}{2} Re(\int_{C^+} G_c(Z) d(H(Z)\overline{H(Z)}))$, après calcul, s'écrit :

$$J = Re[(l(t) - im(t))(2i\pi A_1 - \mathcal{A}z_G)i + \frac{\delta}{2} \int_{C^+} G_c^3(Z) d(H(Z)\overline{H(Z)})]$$

Application au cas de la plaque plane de longueur $2l = 4a$:

Dans ce cas, une difficulté est que la vitesse au bord d'attaque (image du point $Z = -a$), peut être infinie. On approche alors la plaque par des profils symétriques de Joukowski où la transformation conforme est, $H_\varepsilon(Z) = Z + \frac{(a-\varepsilon)^2}{Z-\varepsilon}$. On obtient alors pour le torseur des efforts exercés par le fluide sur la plaque, exprimé dans le repère mobile, au centre O du profil :

$$\begin{aligned} X + iY &= i\rho(l(t) + im(t))\Gamma + \rho\delta I - i\rho \frac{dI}{dt} \\ M_O &= -\rho Re(l(t) - im(t))I + \frac{dJ}{dt} \\ \text{avec : } I &= 4\pi a^2 m(t) \text{ et } J = 2\pi a^4 \delta \end{aligned} \quad (3)$$

II – 4 Application à la commande de pale d'hydrolienne

L'étude est limitée à une seule pale en rotation, cette dernière étant assimilée à une plaque de longueur $2l = 4a$. La configuration est celle de la figure 2. Notre commande sera l'angle $\theta(t)$.

Un calcul rapide donne :

$$\begin{aligned} l(t) &= -(R\omega \cos \theta + V_0 \cos(\alpha + \theta)) \\ m(t) &= R\omega \sin \theta + V_0 \sin(\alpha + \theta) - kl(\omega + \dot{\theta}) \\ \dot{\delta} &= \omega + \dot{\theta} \end{aligned}$$

En remplaçant dans l'équation (2), l'angle de commande est alors solution de l'équation différentielle suivante,

$$\Gamma = 2\pi l [R\omega \sin \theta + V_0 \sin(\alpha + \theta) + (1 - 2k) \frac{l}{2} (\omega + \dot{\theta})]$$

que nous adimensionnons en posant,

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{R\omega}{V_0} \text{ la vitesse spécifique} \\ E &= (1 - 2k)\epsilon \text{ où } k \text{ caractérise la distance } OP \\ \text{et } \epsilon &= \frac{l}{R} \text{ la solidité de l'hydrolienne} \end{aligned}$$

Nous mettons aussi la circulation constante imposée sous la forme :

$$\Gamma = 2\pi l (V_0 + R\omega) \sin \beta$$

qui correspond à une plaque de longueur $2l$ mise sous incidence β dans un écoulement uniforme de vitesse $V_0 + R\omega$.

En remarquant de plus que $\frac{d}{dt} = \omega \frac{d}{d\alpha}$, l'équation différentielle devient:

$$\frac{d\theta}{d\alpha} = \frac{2}{E} \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \sin \beta - 1 - \frac{2}{E} \sin \theta - \frac{2}{\lambda E} \sin(\theta + \alpha) \quad (4)$$

Une fois cette équation résolue, nous calculons le torseur des efforts du fluide sur une pale et le moment induit au centre de l'hydrolienne grâce aux équations (3).

Nous obtenons en adimensionnant les composantes X et Y de la résultante par $\rho V_0^2 l$ et le moment M_O par $\rho V_0^2 l^2$ et pour une vitesse de rotation ω constante :

$$\begin{aligned} X &= -2\pi \left(\frac{1}{1-2k} (\lambda \sin \theta + \sin(\theta + \alpha)) - \frac{2k}{1-2k} (1 + \lambda) \sin \beta \right)^2 \\ Y &= -2\pi (\lambda \cos \theta + \cos(\theta + \alpha)) \left((1 + \lambda) \sin \beta \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(1-2k)^2} ((1 + \lambda) \sin \beta - \lambda \sin \theta - \sin(\theta + \alpha)) \right) + \frac{\pi \epsilon \lambda^2}{1-2k} \cos \theta \quad (5) \\ M_O &= \pi (\lambda \cos \theta + \cos(\theta + \alpha)) \left(\lambda \sin \theta + \sin(\theta + \alpha) \right. \\ &\quad \left. + \frac{8k^2 - 4k + 1}{2(1-2k)^2} ((1 + \lambda) \sin \beta - \lambda \sin \theta - \sin(\theta + \alpha)) \right) - \frac{\pi \epsilon \lambda^2}{4(1-2k)} \cos \theta \end{aligned}$$

On en déduit le couple sur l'arbre de l'hydrolienne, toujours adimensionnée par $\rho V_0^2 l^2$:

$$M_{O_0} = M_O + \left(\frac{\sin \theta}{\epsilon} - k \right) Y - \frac{\cos \theta}{\epsilon} X \quad (6)$$

III - Etude de la loi de commande a circulation constante

III – 1 Influence de la vitesse spécifique λ sur la commande θ

Avant de résoudre numériquement l'équation (4), une interprétation physique simple peut être attribuée aux valeurs limites de λ .

Pour λ proche de zéro, la vitesse de rotation de la pale est négligeable devant la vitesse de l'écoulement. Dans cette configuration, le mouvement de la plaque compatible avec un écoulement potentiel est donc caractérisé par un écoulement stationnaire autour d'une plaque en incidence fixe.

Ce résultat peut être retrouvé à partir de l'équation différentielle en ne retenant que les termes d'ordre de grandeur les plus élevés quand λ tend vers 0. L'équation (4) se réduit alors à $\sin \beta = \sin(\theta + \alpha)$, dont une solution est $\theta = \beta - \alpha$.

Pour $\lambda \rightarrow \infty$, la vitesse à l'infini de l'écoulement est négligeable devant la vitesse de rotation de la pale. La vitesse apparente du fluide au point d'attache du profil est donc toujours $-R\omega\vec{x}_1$.

Si de plus les effets de courbures sont peu important, on peut s'attendre à une solution $\theta = cste$.

L'équation (4) devient en effet $\frac{d\theta}{d\alpha} = \frac{2}{E} \sin \beta - 1 - \frac{2}{E} \sin \theta$ qui conduit à la loi :

$$\theta = \arcsin\left(\sin(\beta) - \frac{E}{2}\right) \text{ lorsque } \left|\sin(\beta) - \frac{E}{2}\right| \leq 1.$$

Pour plusieurs valeurs du paramètre λ , les solutions sont calculées par la méthode de Runge Kutta. Ces solutions sont présentées ci-dessous (Figure 3).

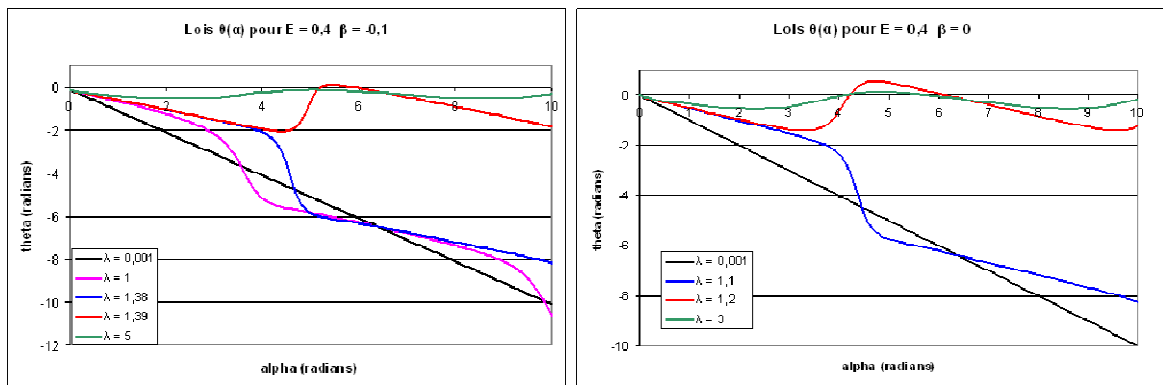


Figure 3. Lois de commande pour différentes valeurs de la vitesse spécifique $E=0.4$; $\beta = -0.1$ et 0

$\lambda = 0,001$

Conformément à ce que prévoyait l'étude des cas limites, la loi de commande obtenue par intégration numérique de l'équation différentielle est proche de $\theta = \beta - \alpha$.

Une augmentation de λ s'accompagne d'une oscillation de période 2π de la solution autour de la droite $\theta = \beta - \alpha$. La loi de θ (modulo 2π) reste donc 2π -périodique. L'amplitude des oscillations croît avec λ .

La forme de la solution est inchangée jusqu'à une certaine valeur de λ , notée par la suite λ_0 , au-delà de laquelle l'allure est différente.

$$\lambda \approx \lambda_0$$

La valeur λ_0 est voisine de 1. Dans ce cas la vitesse apparente vue par le point d'attache P pour $\alpha = \pi$, est nulle et change de direction. Pour conserver la circulation, une mise en rotation rapide du profil est alors observée pour se stabiliser dès que le module de la vitesse apparente est suffisante (Figure 3).

La valeur λ_0 délimite deux allures de la solution:

- si $\lambda < \lambda_0$ alors la commande oscille au-dessus de la droite $\theta = \beta - \alpha$ avec une période 2π . Pour des valeurs de α légèrement supérieures à π , une diminution rapide de θ d'une amplitude proche de π , est observée.
- si $\lambda > \lambda_0$, aux mêmes valeurs de α , on observe une augmentation rapide de l'angle θ d'une amplitude proche de π .

La valeur de λ_0 dépend de la circulation imposée au profil par le paramètre β . Quand la circulation est nulle, la valeur de λ_0 est estimée à 1.150. Pour la valeur de $\beta = -0,1$, la valeur de λ_0 est estimée à 1,385. Pour $\beta = 0,1$, la valeur de λ_0 est estimée à 0,985.

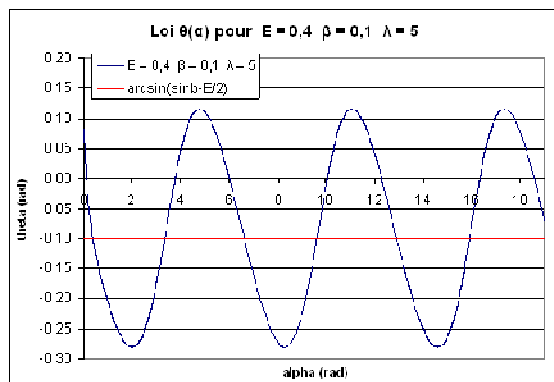
$$\lambda \geq 5$$

Deux cas sont de nouveau à considérer (Figures (4a) et (4b)).

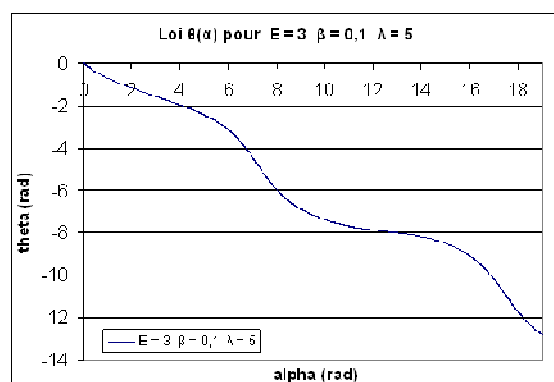
Lorsque $\left| \sin(\beta) - \frac{E}{2} \right| \leq 1$ la commande oscille autour d'une valeur constante.

L'amplitude des oscillations de θ sont d'autant plus faible que λ est grand. Dans le cas où $\lambda \gg 1$, la valeur moyenne de θ a été évaluée dans l'étude des cas limites, et vaut comme prévu $\arcsin(\sin(\beta) - \frac{E}{2})$ (Figure 4 (a)).

Lorsque $\left| \sin(\beta) - \frac{E}{2} \right| > 1$, la commande est telle que le profil tourne sur son axe à vitesse élevée. Les effets instationnaires de rotation permettent alors de conserver la circulation imposée. Le profil devient incontrôlable par une simple mise en incidence (figure 4 (b)).



(a)



(b)

Figure 4. Lois de commande pour E=0.4 et E=3 ; $\beta = 0,1$

Par la suite, notre objectif étant de contrôler la pale par sa mise en incidence, on se mettra toujours dans le cas : $\left| \sin(\beta) - \frac{E}{2} \right| \leq 1$.

III - 2 Etude du couple au centre de l'hydrolienne

Pour calculer le couple au centre de l'hydrolienne pour une pale, nous utilisons les formules explicites (5) et (6). Nous traçons le couple adimensionné pour une pale (Figures 5, 6 et 7). Les valeurs de β sont -0.25, -0.1, -0.05, +0.05, +0.1, +0.25.

Nous choisissons comme caractéristiques de l'hydrolienne : $\epsilon = 0.4$ $k = 0$.

$\lambda = 0,1$

Les effets stationnaires sont prédominants. Le couple pour un profil est quasi-sinusoïdal, l'amplitude augmentant avec la valeur de β (Figure 5).

$\lambda = 1$

On observe une prédominance des effets instationnaires au moment du basculement du profil ce qui engendre une forte oscillation du couple au centre de l'hydrolienne. Sur le reste de la trajectoire, ce sont toujours les effets stationnaires qui dominent (Figure 6).

$\lambda = 5$

De nouveau prédominent les effets stationnaires et les variations de direction de la résultante dans le parcours du profil conduit à des oscillations de couple au centre de l'hydrolienne. (Figure 7).

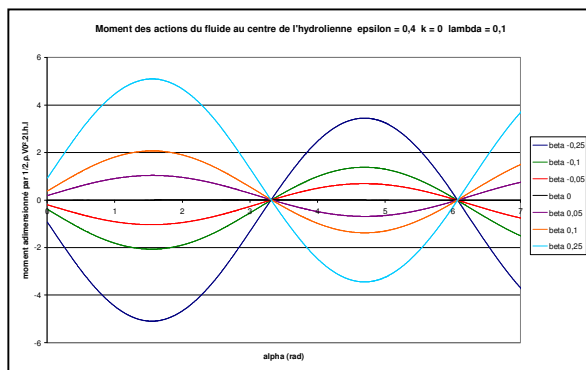


Figure 5. $\lambda = 0.1$

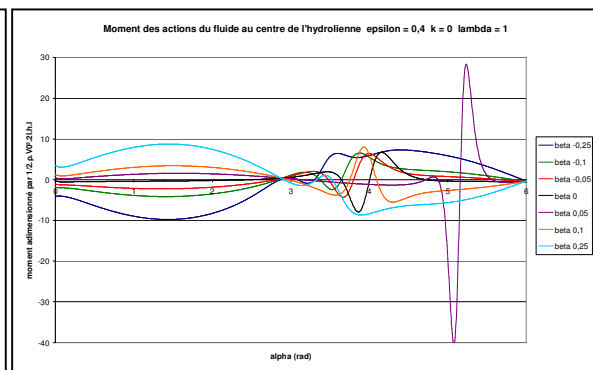


Figure 6. $\lambda = 1$

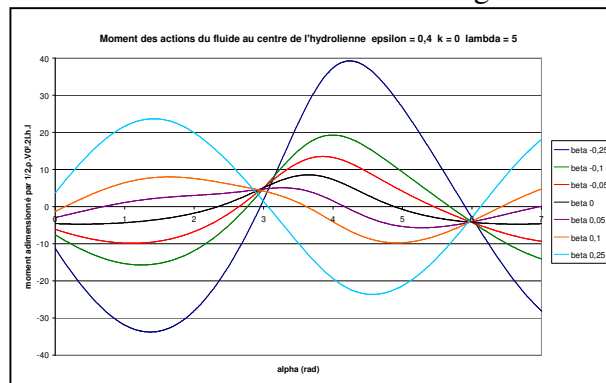


Figure 7. $\lambda = 5$

III - 3 Comparaison avec les résultats d'un modèle numérique turbulent

L'étude qui suit, n'a été réalisée que pour une loi de commande : la loi de commande à circulation nulle.

Le calcul a été effectué avec le code STAR CCM+, en utilisant un modèle de turbulence Spallart-Allmaras.

L'hydrolienne modélisée est à 4 pales NACA 0015 ; $R = 0.2m$; $l = 0.04m$; $k = -0.5$.

Le point de fonctionnement étudié correspond à une vitesse spécifique $\lambda = 4.27$, obtenu en considérant le cas où $V_0 = 1$ m/s ; $\omega = 3,4$ tr/s.

Nous pouvons observer (Figure 8) que la loi de commande élimine le phénomène de blocage par rapport à la loi d'incidence fixe (pour laquelle on observe une vitesse nulle au centre de l'hydrolienne). Mais surtout on observe qu'il n'y a pas de sillage tourbillonnaire, ce qui confirme le bon fonctionnement de la loi.

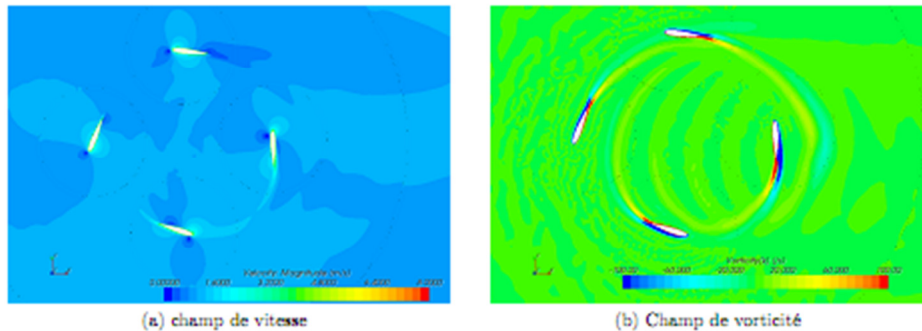


Figure 8. Champ de vitesse et de vorticité, pour la loi de commande à circulation nulle

Le couple obtenu au centre de l'hydrolienne, pour une pale, par le potentiel complexe est comparé au couple calculé par le modèle numérique turbulent de l'écoulement (Figure 9).

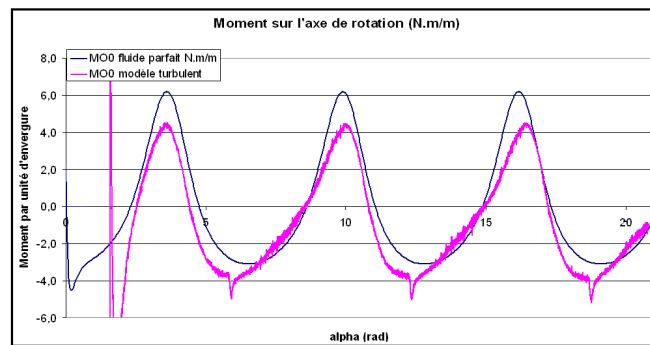


Figure 9. Couple au centre de l'hydrolienne pour une pale

Bien qu'étant qualitativement comparable, on observe que le calcul « potentiel complexe » surestime le couple obtenu sur l'axe de rotation. Les effets de trainée et de décollement de couche limite ne sont pas pris en compte par le potentiel complexe.

IV - Perspective : Vers une loi de commande propulsive

Le tracé du moment des efforts du fluide sur l'axe de rotation de l'hydrolienne (paragraphe III - 2) montre que, pour un profil commandé à circulation constante, le signe du couple change tous les demi-tours d'hydrolienne. La puissance recueillie sur un tour est par conséquent presque nulle et peut être négative, selon la vitesse de rotation considérée.

La loi de commande à circulation constante évitant les lâchers tourbillonnaires dans l'écoulement pénalise donc le rendement de l'hydrolienne. Afin d'éviter que le couple ne devienne négatif au cours de la rotation de l'hydrolienne, on propose d'opposer le signe de la circulation imposée au profil à chaque demi-tour (c'est-à-dire chaque fois que $\alpha = n\pi$).

D'après le théorème de Kelvin, la modification de la circulation autour du profil à chaque demi-tour donne lieu à la création d'un tourbillon, de façon à conserver la circulation globale de l'écoulement. L'objectif du paragraphe suivant, est de tenir compte de la perturbation due à ces tourbillons dans le calcul de la loi de commande à circulation constante autour du profil sur les intervalles $[0,\pi]$ et $[\pi,2\pi]$.

IV - 1 Le potentiel avec tourbillon

La présence du tourbillon à l'extérieur du profil est prise en compte en superposant le potentiel tourbillonnaire au potentiel $f(z, t)$ de la partie II. La condition de glissement n'est alors plus vérifiée en raison de la perturbation de vitesse induite par le tourbillon sur le contour du profil. Un troisième potentiel, image du potentiel tourbillonnaire, est superposé aux potentiels précédents pour que la condition de glissement soit satisfaite. On est donc conduit à rechercher le potentiel de l'écoulement dans le plan du cercle, sous la forme,

$$F(Z, t) = \frac{\Gamma}{2i\pi} \ln\left(\frac{Z}{a}\right) + G_c(Z, t) + \frac{\Gamma_T}{2i\pi} \left(\ln(Z - Z_T) - \ln\left(1 - \frac{a^2}{Z\bar{Z}_T}\right) \right) \quad (7)$$

Où Z_T est l'affixe du tourbillon dans le plan du cercle et Γ_T sa circulation.

On applique alors la condition de Kutta Joukowski au bord de fuite pour obtenir une équation différentielle caractérisant les mouvements du profil à circulation constante en présence d'un tourbillon. Dans le cas de la plaque, on a,

$$4\pi a \left(m(t) + a\dot{\delta}(t) \right) - 2\Gamma_T \frac{1 - \operatorname{Re}\left(\frac{Z_T}{a}\right)}{\left|1 - \frac{Z_T}{a}\right|^2} = \Gamma \quad (8)$$

IV - 2 Une loi de commande à 4

On se propose d'établir une loi de commande avec inversion de la circulation sur le profil à chaque demi-tour. Pour simplifier, on suppose que les tourbillons créés sont convectés dans l'écoulement à la vitesse constante V_0 , et on se limitera à 4 tourbillons suivant le schéma suivant (Figure 10) et nous prendront la demi-corde $l = 1$.

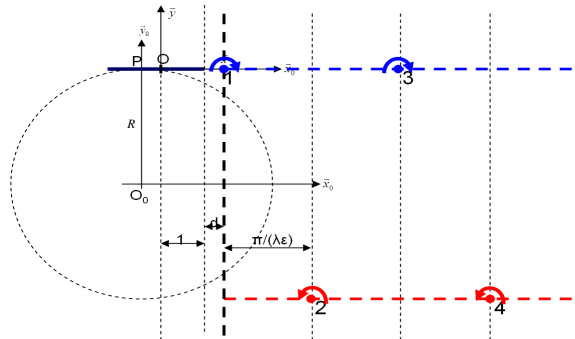


Figure 10. Modèle à 4 tourbillons

La modélisation consiste à considérer 2 rangées de 2 tourbillons en translation uniforme à la vitesse V_0 dans le référentiel fixe T_0 . Le temps mis par l'hydrolienne pour effectuer 2 tours (soit 4 lâchers de tourbillon) est de $\frac{4\pi}{\omega}$ et en notant d un petit paramètre exprimant que le lâcher de tourbillon est effectué juste après le bord de fuite, le domaine dans lequel se déplacent les tourbillons est décrit par, $(1 + d) \leq x_0 \leq (1 + d) + V_0 \frac{4\pi}{\omega}$

Lorsqu'un tourbillon atteint la fin de rangée, on suppose alors que son influence devient négligeable, et il est replacé en début de rangée. Pour modéliser la variation de circulation $(+\Gamma, -\Gamma)$ imposée au profil, le tourbillon doit revenir :

-en début de rangée supérieure lorsque $\alpha = 0 [2\pi]$ avec une circulation -2Γ avec les indices $p = 1$ et 3.

-en début de rangée inférieure lorsque $\alpha = \pi [2\pi]$ avec une circulation $+2\Gamma$ avec les indices $p = 2$ et 4.

On repère alors le tourbillon p dans le repère profil par son affixe $z_p = H(Z_p)$, et en dérivant on obtient $\frac{dz_p}{d\alpha} = H'(Z_p) \frac{dZ_p}{d\alpha}$, ce qui permet avec l'équation (8) d'obtenir un système différentiel à 9 équations réelles couplées, résolu par une méthode de Runge-Kutta (voir la Figure 11).

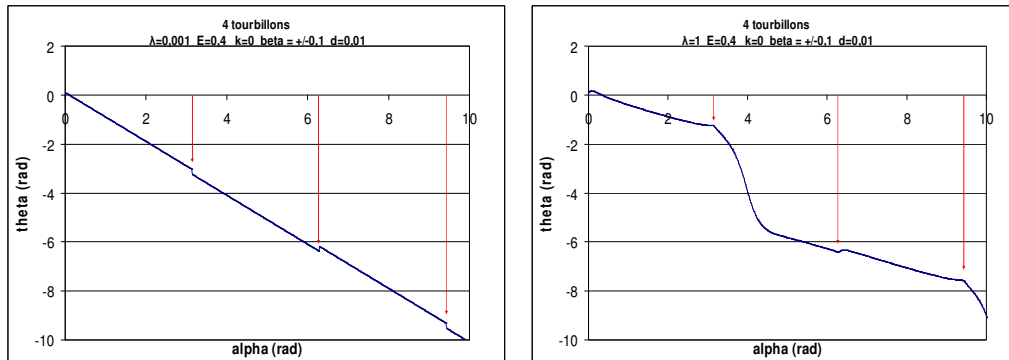


Figure 11. Lois de commande avec 4 tourbillons
 $\lambda = 0.01$ et 1 ; $\epsilon = 0.04$; $k = 0$; $\beta = \pm 0.1$

L'apparition des tourbillons dus à la variation de circulation des profils (chaque fois que $\alpha = n\pi$) se traduit par des discontinuités de la vitesse de rotation imposée au profil.

V - Conclusion

L'étude développée a permis de déterminer de nouvelles lois de commande pour des profils en rotation. Elle ouvre de plus, de par sa simplicité et sa rapidité de calcul, la perspective du contrôle en temps réel du mouvement des profils grâce à des lâchers tourbillonnaires contrôlés ; ce dernier point a commencé à être abordé dans la partie IV.

Cependant, les effets de viscosité n'étant pas pris en compte par la théorie du potentiel complexe, de nouvelles études numériques devront donc être réalisées, pour compléter la partie III - 3, afin de déterminer plus précisément les limites d'application des lois de commandes obtenues et leur robustesse.

Remerciements

Nous tenons à remercier A.Farcy et D.Luquet, chercheur et stagiaire de l'institut Pprime, pour le travail de modélisation numérique de la partie III - 3 qui a permis une première évaluation de l'efficacité des lois de commandes.

Bibliographie

- [1] G. Couchet. *Les profils en aérodynamique instationnaire et la condition de Joukowski*. Librairie Scientifique et technique, 1976.
- [2] C.S. Ferreira. *The near wake of the VAWT*. PHD, TU Delft, 2009.
- [3] S. Antheaume, T. Maitre and J.L Achard. *Hydraulic Darrieus turbines efficiency for free fluid flow conditions versus power farms condition*. Renewable Energy Vol. 33, 2136 – 2198, 2008.
- [4] L. Lazauskas. *Three pitch control systems for vertical axis wind turbine compared*. Wind Engineering Vol. 16, No. 5, pages 269 – 280, 1992.