

**MODELISATION DE LA FISSION DES BULLES LORS DE
LA PROPAGATION D'UN CHOC DANS UN LIQUIDE AERE**

***MODELLING OF BUBBLE FRAGMENTATION IN
AERATED LIQUIDS EXPERIENCING SHOCK
PROPAGATION***

H. GRANDJEAN^{1,2}, N. JACQUES²

¹ DGA Techniques hydrodynamiques
Chaussée du Vexin, 27105 Val de Reuil
herve.grandjean@dga.defense.gouv.fr

² Laboratoire Brestois de Mécanique et des Systèmes, ENSTA Bretagne
2, rue François Verny, 29200 Brest
nicolas.jacques@ensta-bretagne.fr

Résumé

Nous étudions par le biais de simulations numériques l'influence de la fission des bulles sur la propagation des ondes de chocs dans les liquides aérés. Deux modèles continus ont été développés pour décrire la réponse d'un liquide à bulles lors de la propagation d'ondes de choc, chacun d'entre eux incorporant une modélisation différente de la fission des bulles. Nous montrons que sous certaines conditions, les bulles se fragmentent au passage de l'onde de choc. En outre, il apparaît que la structure du choc se trouve notablement atténuée par le mécanisme de fission des bulles.

Summary

The influence of bubble fragmentation on shock wave propagation in aerated liquids is investigated by the use of numerical simulations. Two continuum models have been developed to describe the answer of bubbly liquids experiencing shock waves, each of them including a different modelling of the bubble fission. It is shown that, under certain conditions, bubbles fragmentate when experiencing shock wave. Moreover, the shock structure is significantly damped by the fragmentation mechanism.

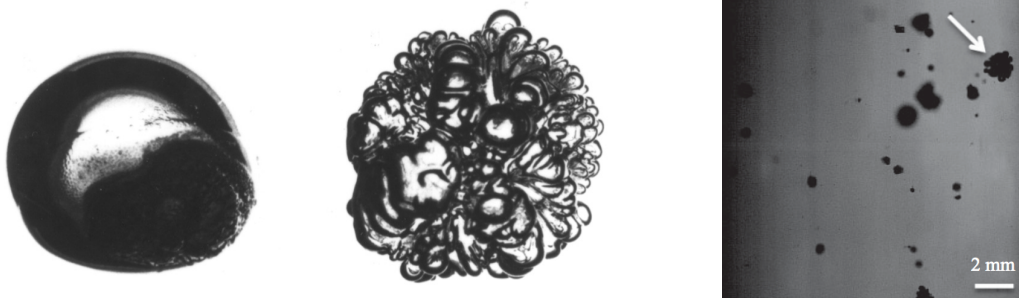


Figure 1: Gauche : bulle d'ether dans de la glycérine avant (gauche) et après (droite) la phase de collapse et de rebond de la bulle [7]. Droite : exemple de fission d'une bulle sous forme de cluster [1].

La plupart des modèles continus de liquides à bulles disponibles dans la littérature reposent sur l'hypothèse de sphéricité des bulles. Cependant, dans de nombreux cas, cette hypothèse est invalide, et en particulier lorsqu'apparaissent des phénomènes de fragmentation des bulles. [7] et [17] observèrent que des bulles de cavitation subissant un collapse violent réapparaissent sous la forme d'un nuage contenant un grand nombre de petites bulles (figure 1). Plus récemment, [13, 14] ainsi que [1] mirent en évidence expérimentalement que la fragmentation des bulles survient également lors de collapses induits par la propagation d'ondes de choc de forte amplitude. [2] rappelle que deux mécanismes sont susceptibles d'être responsables de la fission des bulles. Tout d'abord, la surface de la bulle, comme toute interface liquide-gaz subissant une accélération, peut être sujette à une instabilité de Rayleigh-Taylor. En effet, en se basant sur des analyses linéaires de stabilité, plusieurs auteurs ont montré que la forme sphérique d'une bulle est généralement instable lors d'un collapse [15, 16, 9]. D'autre part, la fission des bulles peut survenir suite à la formation d'un jet rentrant, causé par les forts gradients de pression induits par l'onde de choc [11, 10]. Ce phénomène peut aussi intervenir quand la bulle évolue dans un milieu asymétrique, par exemple lorsque la bulle est proche d'une paroi ou d'une surface libre [12, 4].

L'influence de la fission des bulles sur leur dynamique n'a été l'objet que de rares travaux. D'après [2], la fission des bulles devrait conduire à amortir fortement les oscillations des bulles. Récemment, [6] ont proposé une équation de Rayleigh-Plesset modifiée pour décrire les oscillations de bulles de cavitation subissant une fragmentation lors d'un collapse. Dans ce modèle, la fragmentation des bulles est supposée s'opérer instantanément lorsque la bulle atteint son volume minimum. Le nombre de fragments est considéré comme un paramètre du modèle, et la taille de ces fragments est déterminée par la conservation du volume de gaz. Ce modèle prévoit que la fission des bulles induit une dissipation significative d'énergie, en cohérence avec certaines observations expérimentales.

Cet article est dédié au développement de modèles continus de liquides aérés, tenant compte de la fission des bulles. Comme dans les travaux de [6], nous considérons la fission comme un événement instantané survenant lors d'un collapse violent, au temps auquel la bulle atteint son volume minimal. Nous avons limité notre attention au cas où la fission est liée à une instabilité de Rayleigh-Taylor. En nous basant sur une analyse de stabilité linéaire, nous proposons un critère permettant de déterminer d'une part si un collapse induit ou pas la fission d'une bulle, et d'autre part le nombre de fragments. Une fois que les bulles ont fissionné, deux modèles différents sont proposés pour décrire le comportement du liquide à bulles. Dans le premier modèle, les fragments sont supposés

être répartis uniformément dans le liquide. Dans le second modèle, nous considérons que les fragments de chaque bulle-mère se concentrent au sein d'un petit cluster de bulles-filles. Nous présentons au paragraphe I les éléments de la modélisation développée et le critère de fission proposé. Au paragraphe II, des simulations de propagation de chocs dans les liquides à bulles sont présentées. L'influence de la fission des bulles sur la structure du choc est discutée. La validité de la modélisation proposée est ensuite estimée par comparaison avec des résultats expérimentaux.

I – Description du modèle

I – 1 Approche proposée

La présente modélisation vise à décrire l'influence de la fission des bulles sur la structure d'ondes de choc se propageant dans un liquide aéré. Comme précisé précédemment, nous faisons l'hypothèse que l'intervalle de temps pendant lequel le processus de fragmentation se produit est faible par rapport à la durée de la phase de collapse. Ainsi, nous considérons que le processus de fission s'opère de manière instantanée. La fission des bulles est ainsi modélisée comme un saut discontinu de la valeur du rayon des bulles au moment où le volume des bulles est minimal.

La modélisation proposée repose sur trois éléments principaux :

- un modèle continu de milieux à bulles qui décrit la dynamique des bulles et la réponse du milieu avant la fission (au niveau d'un point matériel donné, car la fission ne survient pas au même moment en tout point du milieu). Le modèle de liquide aéré homogène présenté par [8] est utilisé pour cela.
- un critère qui permet de déterminer si les phases de collapse peuvent mener ou non à la fragmentation des bulles, et d'estimer le nombre et la taille des fragments. Nous nous basons sur les travaux de [2], et considérons que les caractéristiques principales du processus de fission, dans le cas où celui-ci est lié à une instabilité de Rayleigh-Taylor, peuvent être obtenues à partir d'une analyse linéaire de stabilité pour la bulle sphérique. A l'aide de l'équation de stabilité établie par [16] pour des liquides faiblement visqueux, nous déterminons le mode le plus instable et le taux de croissance associé. Nous faisons l'hypothèse que l'instabilité de Rayleigh-Taylor mène à la désintégration de la bulle si le ratio entre la durée de la phase de collapse et le temps caractéristique de croissance de l'instabilité (soit l'inverse du taux de croissance) est plus grand qu'une certaine valeur.
- un modèle continu qui décrit le comportement du liquide aéré après fragmentation des bulles. Deux modèles différents, dénommés modèle H et modèle C, ont été développés. Dans le modèle H (comme homogène), les bulles-filles sont supposées être distribuées sur un réseau régulier dans le liquide (figure 2 (a)). Dans le cas du modèle C (comme cluster), nous supposons que les produits de la fission de chaque bulle-mère sont concentrés dans un petit cluster de bulles-filles, dont la taille est liée à celle de la bulle initiale (figure 2 (b)). Le développement du modèle C a été motivé par des observations expérimentales effectuées par caméra rapide, qui indiquent qu'une bulle, après un collapse violent, prend souvent la forme d'un nuage de bulles plus petites [7, 13, 14, 1]. La figure 1 comporte deux exemples de la sorte.

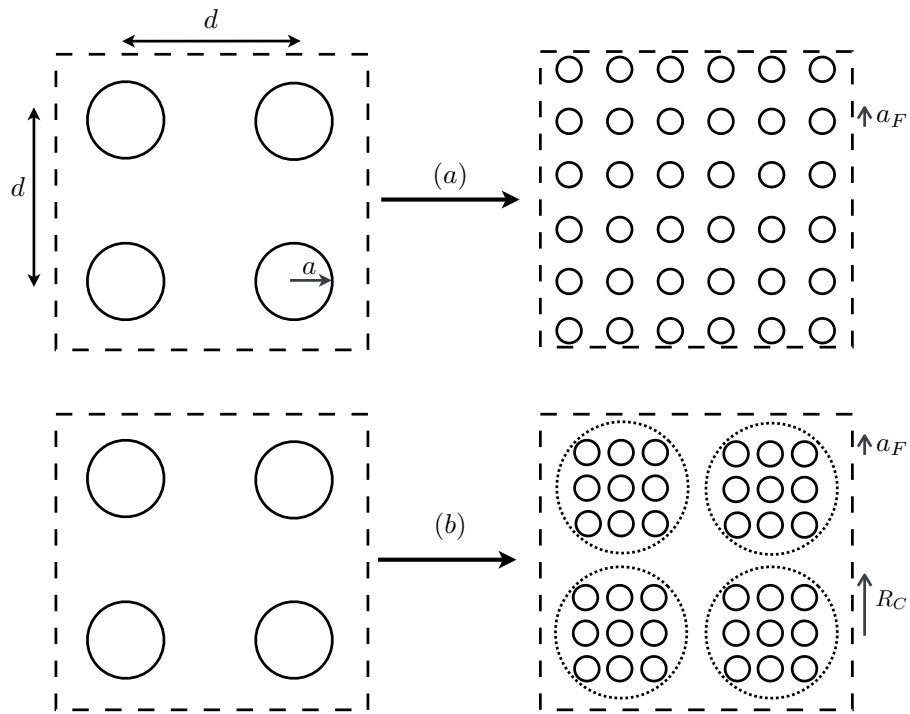


Figure 2: Illustration des deux approches de modélisation de la fission des bulles (modèle C et modèle H). Dans les deux cas, la fission est supposée opérer instantanément à l'instant où le volume des bulles est minimum. (a) : pour le modèle H, les fragments sont répartis uniformément dans le liquide. (b) : pour le modèle C, les fragments issus de la fission d'une bulle donnée sont concentrés dans un petit cluster, dont la taille est liée au rayon initial de la bulle mère.

I – 2 Critère de fission des bulles

Nous considérons uniquement l'instabilité de Rayleigh-Taylor comme mécanisme responsable de la fragmentation des bulles. Bien que la fission des bulles soit un phénomène hautement non linéaire, nous supposons que les principales caractéristiques du processus de fission (temps caractéristique de croissance de l'instabilité et taille des fragments) peuvent être déduites d'une analyse linéaire de perturbation. La stabilité d'une bulle sphérique a été l'objet de plusieurs études [15, 16, 9]. Dans la présente étude, nous employons le modèle proposé par [16]. Si l'on considère que la forme de la surface de la bulle r_s s'écrit, dans un système de coordonnées sphériques :

$$r_s(\theta, \phi, t) = a(t) + \epsilon_n(t)Y_n^m(\theta, \phi) \quad (1)$$

où Y_n^m est une harmonique sphérique, alors l'évolution de l'amplitude ϵ_n de la déformée d'ordre n est donnée par l'équation suivante :

$$\ddot{\epsilon}_n + b_n \dot{\epsilon}_n + c_n \epsilon_n = 0 \quad (2)$$

avec

$$b_n = \frac{3}{a} \frac{da}{dt} + 2(n+2)(2n+1) \frac{\nu}{a^2} \quad (3)$$

$$c_n = (n-1) \left[-\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} + (n+1)(n+2) \frac{\sigma}{\rho_L a^3} + 2(n+2) \frac{\nu}{a^3} \frac{da}{dt} \right] \quad (4)$$

où ρ_L , ν et σ sont respectivement la masse volumique, la viscosité cinématique et le coefficient de tension de surface du liquide. En écrivant $\epsilon_n \sim \exp(\lambda_n t)$, l'équation 2 permet de calculer le taux de croissance λ_n associé à tout mode n :

$$\lambda_n = \frac{-b_n + \sqrt{b_n^2 - 4c_n}}{2} \quad (5)$$

Notons que le taux de croissance est un réel positif, *i.e.* la forme sphérique est instable, si c_n est négatif. En utilisant l'équation 5, on peut calculer l'ordre n_c du mode le plus instable (c'est-à-dire celui qui se développe le plus vite), et son taux de croissance λ_c . Cependant, les coefficients b_n et c_n , et en conséquence le mode critique n_c et le taux de croissance λ_c , varient avec le temps. La figure 3 présente l'évolution du taux de croissance maximal pendant la phase de collapse d'une bulle. t^* correspond au temps pour lequel la bulle l'accélération de la bulle \ddot{a} devient positive (par la suite, nous appellerons phase de rebond la phase où $\ddot{a} > 0$), et t_m est le temps pour lequel le volume de la bulle est minimum. Le développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor est favorisé par de grandes valeurs (positives) d'accélération de la surface de la bulle. Ainsi, bien que la forme sphérique de bulle soit instable ($\lambda_c > 0$) avant le temps t^* , le taux de croissance critique λ_c augmente fortement après t^* . De plus, nous constatons que l'instant où λ_c est maximal est très proche de celui où le rayon de la bulle est minimal. Ainsi que suggéré par [2], nous supposons donc que la valeur λ_c calculée à $t = t_m$ est représentative du développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor pendant le collapse de la bulle.

Notons λ_m et n_m les valeurs du taux de croissance et du mode le plus instable à $t = t_m$ ¹. Une valeur positive de λ_m indique que la bulle est dans un état instable au moment du collapse ($t = t_m$), mais n'implique pas nécessairement une fragmentation de la bulle. En

¹Dans le cas d'un liquide non visqueux ($\nu = 0$), il existe une expression analytique pour la valeur de n_m , voir [2]. Lorsque les effets visqueux sont pris en compte, la valeur de n_m doit être calculée numériquement.

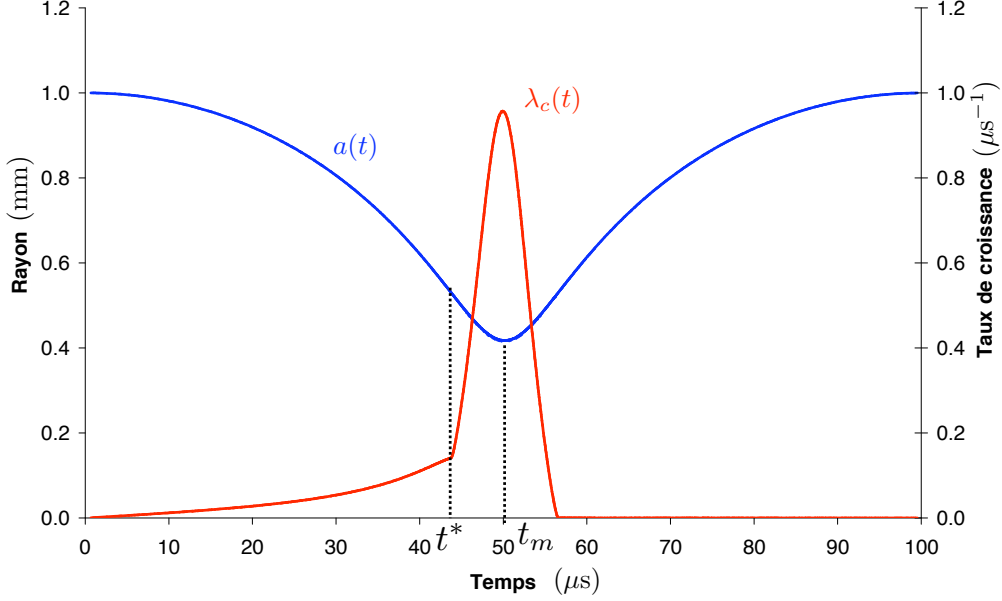


Figure 3: Evolution temporelle du rayon de la bulle et du taux de croissance λ_c du mode le plus instable de l'instabilité de Rayleigh-Taylor lors d'un effondrement de bulle. L'évolution du rayon de la bulle a été obtenue en utilisant l'équation de Rayleigh-Plesset en considérant une bulle d'air dans de l'eau, initialement au repos et soumise à une surpression d'amplitude ΔP . Le comportement du gaz dans la bulle est supposé adiabatique. $a_0 = 1$ mm, $P_0 = 100$ kPa, $\Delta P = 500$ kPa.

effet, la figure 3 montre que l'instabilité peut croître significativement uniquement durant une petite période (quand $\lambda_c > 0$) près du temps t_m . En conséquence, si l'instabilité ne se développe pas assez rapidement pendant cette phase, la distorsion de la forme de la bulle sera trop limitée pour mener à la fragmentation de la bulle. Nous supposons donc que la fission de la bulle peut survenir uniquement si le ratio entre la durée de la phase de effondrement et le temps caractéristique de croissance de l'instabilité (lié à λ_m) est plus grand qu'une certaine valeur. Le critère pour l'apparition de la fission de la bulle s'écrit alors :

$$\lambda_m(t_m - t^*) > \chi \quad (6)$$

où χ est un paramètre du modèle, qui doit être déterminé à partir d'observations expérimentales.

Il s'agit ensuite de déterminer le nombre N_F de fragments issus de la fission d'une bulle. [2] propose d'estimer ce nombre en supposant que le rayon a_F des fragments (juste après la fission) est directement relié à la longueur d'onde du mode le plus instable, soit :

$$N_F = n_m^3 \quad \text{et} \quad a_F = \frac{a_m}{n_m} \quad (7)$$

où a_m est le rayon minimum de la bulle-mère à $t = t_m$. Il est clair que les relations 7 ont été obtenues à l'aide d'un argument purement heuristique (supposer le rayon des fragments égal à la longueur d'onde du mode critique de l'instabilité de Rayleigh-Taylor), dont les justifications physiques ne semblent pas si évidentes. Il nous semble tout aussi raisonnable de déterminer N_F et a_F en supposant que le nombre de fragments est égal au nombre de lobes du mode critique pour l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Cela conduit aux formules suivantes :

$$N_F = n_m^2 \quad \text{et} \quad a_F = \frac{a_m}{n_m^{2/3}} \quad (8)$$

L'influence de la méthode utilisée pour estimer le nombre de fragments sur le comportement au choc du liquide aéré sera discutée au paragraphe II.–

II – Résultats et discussion

II – 1 Influence de la fission des bulles sur la dynamique du choc

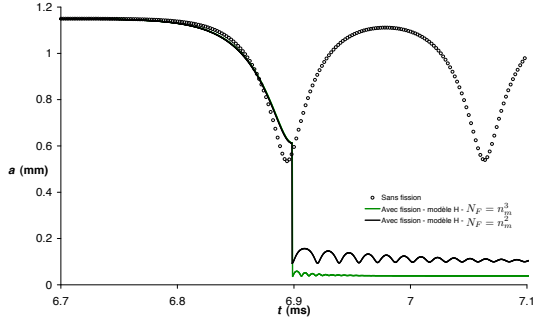
Dans cette partie, nous proposons d'estimer l'impact de la fragmentation des bulles par comparaison entre les résultats obtenus par les modèles continus incorporant le processus de fission, et ceux issus du modèle sans fission [8].

Des simulations pour un mélange d'huile silicone et de diazote N_2 ont été menées. Les mécanismes dissipatifs entrant en jeu dans ce mélange sont d'une part liés à la viscosité du liquide, d'autre part aux effets thermiques entre le gaz et le liquide.

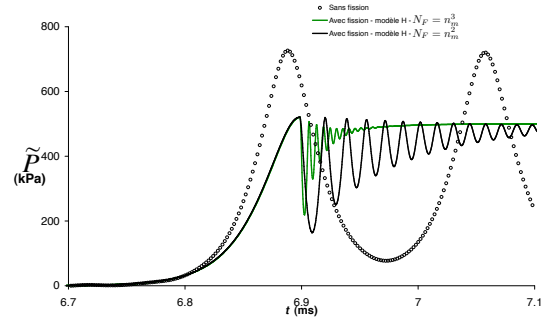
La figure 4 présente l'impact de la fission des bulles (prévu par le modèle H) sur la dynamique de la bulle et du choc. La figure 4 (a) présente l'évolution du rayon d'une bulle. Comme nous le voyons, la fission a lieu lors du premier collapse. On constate que, quelle que soit l'approche utilisée pour calculer N_F , la période des oscillations des bulles après la fission est beaucoup plus faible que dans le cas sans fission. En outre, le signal s'amortit plus rapidement. Ce dernier est plus prononcé lorsque le nombre de fragments est déterminé par $N_F = n_m^3$ que par $N_F = n_m^2$. L'amortissement supplémentaire prévu par le modèle H est dû d'une part à une accentuation des effets visqueux, liée à la réduction du rayon des bulles (il est bien connu que l'amortissement visqueux des oscillations d'une bulle diminue avec son rayon [5, 3]), d'autre part aux effets thermiques. En effet, la fission conduit à une réduction importante du rayon des bulles, ce qui favorise les échanges de chaleur entre le gaz et le liquide, et donc l'amortissement thermique qui en résulte. Ceci explique que l'amortissement soit plus rapide dans le cas des plus petits fragments (approche $N_F = n_m^3$). La période et l'amplitude des oscillations du signal de pression (figure 4 (b)) sont également beaucoup plus faibles dans les cas avec fission. Cette tendance est davantage marquée avec le nombre de fragments le plus élevé ($N_F = n_m^3$).

Considérons maintenant la figure 5, qui montre les résultats obtenus avec le modèle C, dans lequel les fragments résultant de la fission de chaque bulle-mère sont répartis dans un petit nuage de bulles. Nous observons que la période et l'amplitude des oscillations du rayon de la bulle et de la pression dans le liquide sont également réduites par rapport au cas sans fission, mais dans des proportions beaucoup moins importantes que pour le modèle H. Cela peut être relié aux résultats présentés dans [8]. Nous avons en effet montré que la structure d'un choc dans un liquide avec clusters de bulles est dominée par la réponse d'ensemble des clusters et non par la dynamique des bulles isolées. Pour cette raison, les longueurs d'ondes associées sont bien plus élevées que dans le cas du liquide à bulles homogène associé. Cela explique pourquoi l'effet de la fission sur la période des oscillations des bulles et de la pression est moins marquée avec le modèle C qu'avec le modèle H. En effet, si les périodes d'oscillation des clusters issus de la fission sont inférieures à celle des bulles-mères, cette réduction est bien moindre que lorsque l'on considère les fragments répartis de manière homogène (cas du modèle H).

Finalement, il apparaît que la fission des bulles affecte la dynamique du choc, avec une longueur d'onde plus faible que dans le cas où les bulles ne sont pas autorisées à fissionner, et avec un amortissement généralement plus marqué des profils de pression. Le modèle C

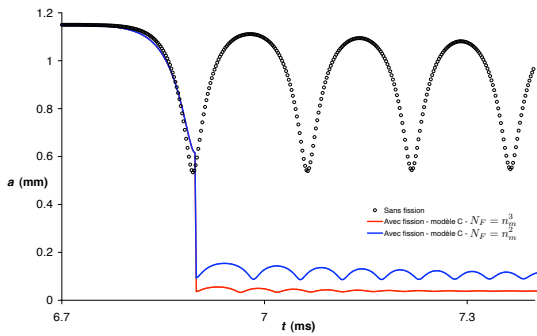


(a) Evolution temporelle du rayon de la bulle

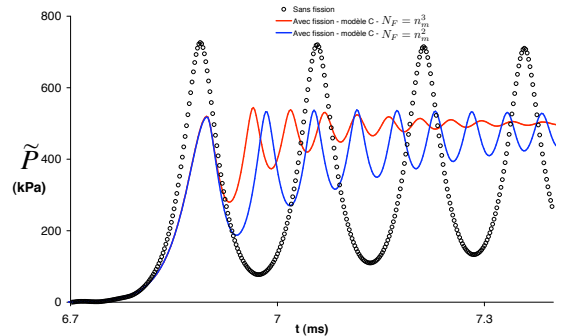


(b) Evolution temporelle du signal de pression

Figure 4: Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle H. Huile de silicone et gaz N_2 (avec effets thermiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 500\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$.



(a) Evolution temporelle du rayon de la bulle



(b) Evolution temporelle du signal de pression

Figure 5: Impact de la fission sur la structure d'un choc prévue par le modèle C. Huile de silicone et gaz N_2 (avec effets thermiques). $a_0 = 1.15\text{mm}$ - $f_0 = 0.4\%$. $P_0 = 112.9\text{ kPa}$. $\Delta P = 500\text{ kPa}$. Distance d'observation $z = 2.35\text{ m}$.

ΔP_0 (bar)	a_0 (mm)		
	0.115	1.15	11.5
1	1 (1)	1 (1)	1369 (50653)
3	1 (1)	196 (2744)	5184 (373248)
5	1 (1)	324 (5832)	9604 (941192)

TAB. 1: Nombre de fragments issus de la fission de bulles de SF₆ (modèle C) dans l’huile silicone en utilisant $N_F = n_m^2$ et $N_F = n_m^3$ (entre parenthèses) en fonction de la pression de choc et du rayon initial des bulles. Lorsque $N_F = 1$, cela signifie que la fission n’a pas eu lieu. $f_0 = 0.4\%$, distance d’observation $z = 2.35$ m, $\chi = 3$.

fournit des longueurs d’onde et des amplitudes de pression bien plus élevées cependant que le modèle H.

Une étude de sensibilité a été menée pour évaluer le nombre de fragments résultant de la fission. La table 1 indique le nombre de fragments associés à la fission de bulles de différentes tailles, et pour différentes amplitudes de choc. Nous remarquons que le nombre de fragments augmente avec la taille des bulles et l’amplitude du choc. Si le choc est trop faible et les bulles trop petites, aucune fission ne survient. En l’absence de données expérimentales correspondant aux configurations considérées dans le tableau 1, il est difficile de conclure concernant la précision relative des formules $N_F = n_m^2$ et $N_F = n_m^3$. Il nous semble cependant que le nombre de fragments obtenu avec $N_F = n_m^3$ soit vraiment très élevé. Nous pensons que l’approche $N_F = n_m^2$ est davantage susceptible d’être en accord avec les observations expérimentales (voir par exemple [7], figure 1, et [1], figure ??).

II – 2 Comparaison à l’expérience

La validation expérimentale de la modélisation développée de liquide aéré incorporant les effets de fission des bulles est basée sur les travaux de [13] (voir aussi [14]). Les expériences ont été conduites dans un tube à choc rempli d’eau et contenant des bulles d’air. Des capteurs de pression ont été montés dans le tube en différentes positions, à la fois dans la partie immergée et au-dessus de la surface libre du liquide. Des observations par caméra rapide ont montré pour certaines conditions la fission des bulles lors du passage de l’onde de choc. Nous avons réalisé des simulations pour une configuration conduisant à la fragmentation des bulles : la fraction volumique d’air est de 0,4% et le rayon initial des bulles de 1,15 mm.

Dans les conditions décrites à la légende de la figure 6, il a été observé que les bulles se fragmentaient au passage de l’onde de choc. La figure 6 présente une comparaison entre les données expérimentales et le résultat de trois simulations numériques. La première correspond au modèle de milieu homogène sans fission [8]. Les deux autres simulations ont été réalisées en utilisant un modèle continu de liquide aéré incorporant les effets de fission (modèle C, avec un nombre de fragments $N_F = n_m^2$) : l’une suppose un comportement adiabatique de l’air dans les bulles, l’autre inclut les effets thermiques. Les profils temporels de pression à différentes distances de la surface libre sont présentés.

Nous remarquons que les résultats du modèle homogénéisé avec fission (modèle C) sont en bien meilleur accord avec les résultats expérimentaux que le modèle continu sans fission. En particulier, la période et l’amplitude du signal sont bien mieux décrites. Pour plus de clarté, les résultats fournis par le modèle de fission H n’ont pas été ajoutés sur la

figure 6. Cependant, ainsi que nous l’avons souligné au paragraphe précédent, le modèle H fournit une période d’oscillation qui est bien plus petite que le modèle C. A la figure 6, la période d’oscillation donnée par le modèle C est légèrement inférieure au signal expérimental. En conséquence, le modèle H n’est pas à même de reproduire correctement la structure du choc.

Il est intéressant de noter que l’interaction entre effets thermiques et fission des bulles joue un rôle prépondérant sur la dynamique du choc. En effet, lorsque les effets thermiques sont négligés, le modèle C n’est plus du tout en mesure de reproduire de manière satisfaisante les données expérimentales, l’amplitude des oscillations de pression étant plus importante. Cela signifie que l’atténuation des oscillations de pression induite par la fission des bulles résulte principalement du fait que les effets thermiques sont accentués avec la fission (car les bulles sont devenues plus petites).

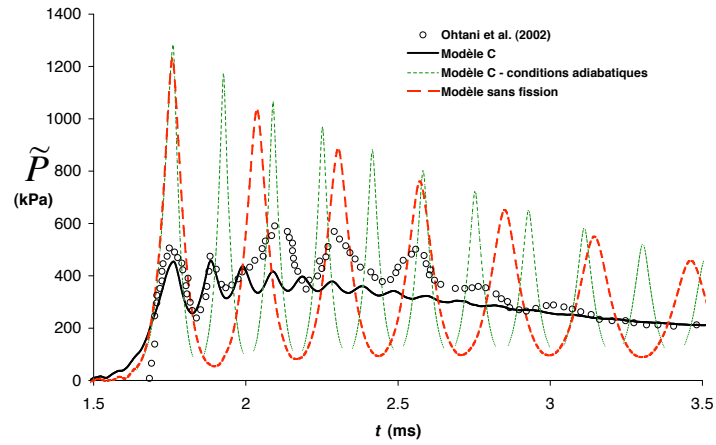
III – Conclusion

Dans cette étude, un effort de modélisation pour décrire les effets de la fission des bulles sur la propagation d’ondes de choc a été présenté. A notre connaissance, cela n’avait pas été réalisé auparavant. Nous pensons que la description de la fission est particulièrement importante pour l’application qui motive ces travaux (rideaux de bulles), car cette dernière implique des ondes de très forte amplitude. Dans la modélisation que nous proposons, une analyse de perturbation linéaire est utilisée pour caractériser le développement d’instabilités de type Rayleigh-Taylor. Cela permet de déterminer le mode critique, ainsi que le taux de croissance de l’instabilité. A partir de là, un critère a été proposé pour l’apparition de la fission et une approche pour le calcul du nombre de fragments a été présentée.

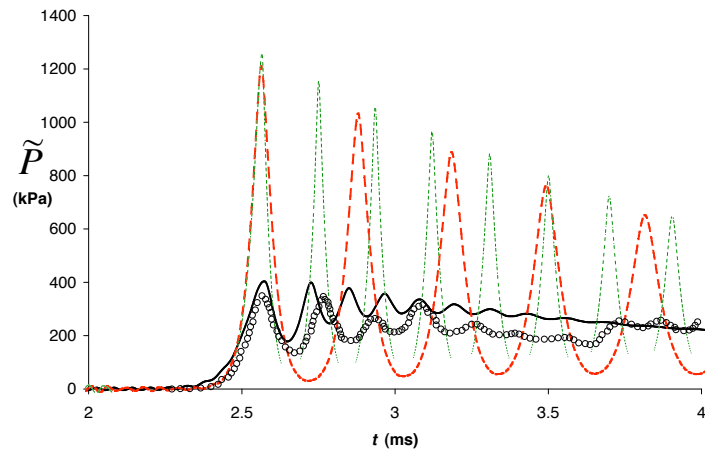
Une fois que les bulles ont fragmenté, deux approches ont été considérées pour modéliser la réponse du mélange liquide-bulles. Le premier modèle suppose que les fragments sont répartis uniformément dans le liquide après la fission, le second fait l’hypothèse que les fragments sont concentrés au voisinage de la bulle-mère. Il a été mis en évidence que la fission des bulles a une influence significative sur la structure de l’onde de choc. Pour les deux modèles, la fragmentation implique une diminution de la longueur d’onde et de l’amplitude de pression, plus fortement marquée dans le cas du modèle H. Pour évaluer la validité des modèles proposés, des comparaisons ont été menées avec des résultats expérimentaux de la littérature [13]. Les résultats fournis par le modèle C sont en bon accord avec les données expérimentales, même si un léger écart a été observé, probablement imputable à la simplicité du modèle de fission élaboré et de la description des effets thermiques. Cependant, les résultats sont en bien meilleur accord que ceux donnés par un modèle continu de liquide aéré ignorant le processus de fission.

Il est clair que les modèles proposés mériteraient certaines améliorations, en particulier pour décrire la propagation d’ondes de moyenne amplitude, impliquant lors de la phase transitoire une transition entre fission et non-fission.

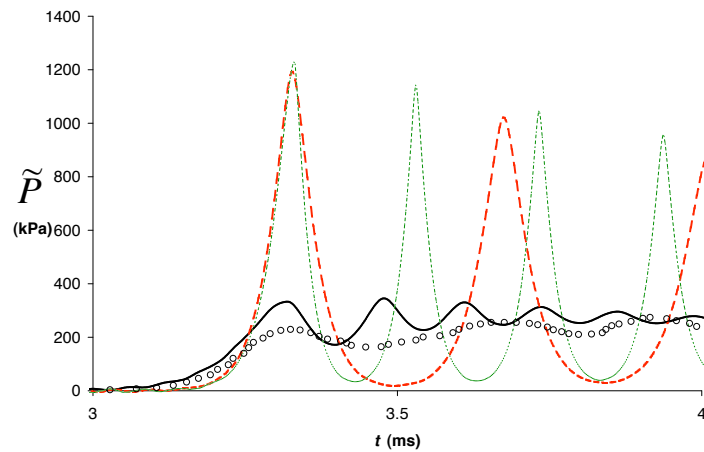
Nous voulons aussi préciser que, du fait de sa simplicité, l’approche proposée ne tient pas compte de tous les aspects du phénomène de fission. Par exemple, l’amortissement des oscillations de pression dû à la fission qui est prévu par le modèle est lié à des effets indirects. Plus précisément, il est dû au fait que les effets visqueux et thermiques sont accentués dans la phase post-fission à cause de la réduction du rayon des bulles. Il n’y a pas dans notre modèle de dissipation associée au processus de fission en tant que tel. Or comme l’indique [2], le processus de fission cause localement, à l’échelle des bulles, un écoulement très complexe et très violent qui dissipe de l’énergie à cause de la viscosité du fluide (régime turbulent). Cela n’est pas pris en compte dans le modèle.



(a) $z=59$ cm



(b) $z=85$ cm



(c) $z=107$ cm

Figure 6: Profils temporels de pression dans un liquide aéré, lors de la propagation d'une onde de choc, à différentes positions. Comparaison entre le modèle C, avec et sans effets thermiques, le modèle sans fission (avec effets thermiques), et les résultats expérimentaux d'[13]. Bulles d'air dans l'eau. $f_0 = 0,5\%$, $a_0 = 2$ mm, $\chi = 3$, $f_{c_0} = 15\%$.

Nous pouvons également noter que la présente théorie ignore l'influence de la compressibilité du liquide autour des bulles. En effet, pour de fortes ondes de choc, l'émission d'ondes acoustiques lorsque les bulles atteignent leur rayon minimum pourrait survenir. Cependant, notons que [2] a montré que la fission des bulles commence bien avant que la compressibilité du liquide ait un effet sur la dynamique des bulles.

Références

- [1] K. Ando, T. Sanada, K. Inaba, J. Shepherd, T. Colonius, and C. Brennen. Shock propagation through a bubbly liquid in a deformable tube. *J. Fluid Mech.*, 671 :339–363, 2011.
- [2] C. Brennen. Fission of collapsing cavitation bubbles. *J. Fluid Mech.*, 472 :153–166, 2002.
- [3] C. Brennen. *Fundamentals of multiphase flows*. Oxford University Press, 2005.
- [4] G. Chahine. Interactions between an oscillating bubble and a free surface. *ASME J. Fluids Eng.*, 99 :709–716, 1977.
- [5] R. Chapman and M. Plesset. Thermal effects in the free oscillation of gas bubbles. *ASME J. Basic Eng.*, 93 :373–376, 1971.
- [6] C. Delale and M. Tunc. A bubble fission model for collapsing cavitation bubbles. *Phys. Fluids*, 16(11) :4200–4203, 2004.
- [7] D. Frost and B. Sturtevant. Effects of ambient pressure on the instability of a liquid boiling explosively at the superheat limit. *ASME J. Heat Transfer*, 108 :418–424, 1986.
- [8] H. Grandjean, N. Jacques, and S. Zaleski. Propagation of shock waves in liquids with bubbly clusters : a continuum approach. *J. Fluid. Mech.*, 701 :304–332, 2012.
- [9] G. Iooss, P. Laure, and M. Rossi. Stability of a compressed gas bubble in a viscous fluid. *Phys. Fluids*, A 1(6) :915–923, 1989.
- [10] E. Johnsen and T. Colonius. Numerical simulations of non-spherical bubble collapse. *J. Fluid Mech.*, 629 :231–262, 2009.
- [11] E. Klaseboer, S. Fong, C. Turangan, B. Khoo, A. Szeri, M. Calvisi, G. Sankin, and P. Zhong. Interaction of lithotripter shockwaves with single inertial cavitation bubbles. *J. Fluid Mech.*, 593 :33–56, 2007.
- [12] W. Lauterborn and H. Bolle. Experimental investigations of cavitation bubble collapse in the neighborhood of a solid boundary. *J. Fluid Mech.*, 72 :391–399, 1975.
- [13] K. Ohtani, H. Sugiyama, and K. Mizobata. Large-amplitude shock wave propagation and bubble collapse in a water containing gas bubbles. In *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. B.*, 2002.
- [14] K. Ohtani, H. Sugiyama, and K. Mizobata. Shock wave phenomena and bubble collapse in bubbly liquids. In *Proceedings of the 10th International Symposium on Flow Visualization*, volume 68, pages 1646–1652, 2002.
- [15] M. Plesset. On the stability of fluid flows with spherical symmetry. *J. Appl. Phys.*, 25 :96–98, 1954.
- [16] A. Prosperetti and G. Seminara. Linear stability of a growing or collapsing bubble in a slightly viscous liquid. *Phys. Fluids*, 21(9) :1465–1470, 1978.
- [17] Y. Tomita and A. Shima. High-speed photographic observations of laser-induced cavitation bubbles in water. *Acustica*, 71 :161–171, 1990.