

**ÉVOLUTION DE SOLITONS PULSÉS DE TYPE
PEREGRINE: APPROCHES ANALYTIQUE ET
EXPÉRIMENTALE.**

***EVOLUTION OF A PEREGRINE BREATHERS:
ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES.***

**H. BRANGER, A. CHABCHOUB*, N. HOFFMANN*, O. KIMMOUN, C. KHARIF, N.
AKHMEDIEV⁺**

IRPHE, UMR7342, CNRS, Aix-Marseille Université, Ecole Centrale Marseille, BP146, 13384 Marseille.

* Mechanics and Ocean Engineering, Hamburg University of Technology, 21073 Hamburg, Germany.

+ Optical Sciences Group, Research School of Physics and Engineering, Institute of Advanced Studies, The Australian National University, Canberra ACT 0200, Australia..

branger@irphe.univ-mrs.fr

Résumé

Les instabilités modulationnelles des vagues, de type Benjamin-Feir (1967) peuvent conduire à l'apparition récurrentes de vagues extrêmes (solitons pulsés, ou « breather » en Anglais) dont l'amplitude peut dépasser trois fois, voire 5 fois, l'amplitude du train de vagues initiales. Il est possible de trouver des familles de solutions des formes simples de l'équation Non Linéaire de Schrödinger gérant l'évolution de l'enveloppe des crêtes de vagues. Nous avons effectué des simulations expérimentales de formation de solitons pulsés dans différents bassins. Les solitons pulsés sont correctement reproduits en laboratoire. En décalant de π radians la phase de la porteuse, la crête extrême devient un creux extrême. En profondeur finie, nous montrons qu'il est possible de maintenir la propagation d'un soliton noir (zone de calme entre deux groupes de vagues). Enfin, les essais effectués en présence de vent montrent qu'un soliton pulsé peut se maintenir au milieu d'un champ de vagues de vent aléatoires de même ordre de hauteur que le train de vagues initiales.

Summary

Benjamin-Feir (1967) modulational instabilities can lead to the onset of recurrent extreme waves (breather) whose amplitude may exceed three to five times the amplitude of the initial wave-train. We conducted experiments in different wave tanks to simulate breather formation and propagation. Breathers are correctly generated, even the high order soliton pulses with amplification greater than 5. By shifting by 180° the carrier phase, the large crest becomes an extreme through. In finite depth, it is possible to maintain in the tank the propagation of a dark soliton (quiet zone between two groups of waves). Finally, the first tests carried out in the presence of wind show that the breather is not damped by the wind.

I – Introduction

L'apparition de vagues extrêmes en mer est toujours un sujet d'actualité [12, 15]. Un certain nombre de mécanismes de formation de ces grandes vagues a été proposé pour expliquer leur inattendue présence en mer. Une des explications est la déstabilisation de la modulation d'amplitude d'un groupe de plusieurs vagues, pour ne former ensuite qu'un groupe compact de une, deux ou trois vagues, dont l'une d'elles a une amplitude plusieurs fois supérieure à la hauteur significative du train de vagues initial. Il s'agit d'instabilités modulationnelles, décrites la première fois par Benjamin and Feir (1967) [3].

L'évolution de l'amplitude d'un train de vagues faiblement non linéaires, en grande profondeur, et à spectre étroit, peut-être décrite par l'équation Non Linéaire de Schrödinger (NLS) [18]. L'idée ici est que les vagues scélérates peuvent être reliées à des solutions de type « soliton pulsé » (breather) de cette équation NLS. Les breathers peuvent, en principe, décrire une vague qui « n'apparaît de nulle part et qui disparaît sans laisser de trace » [1], car c'est souvent ainsi que sont décrites les vagues scélérates.

Il y a déjà plus de 30 ans, Ma (1979) [17] a trouvé la première forme de soliton pulsé de l'équation NLS. Ce soliton apparaît temporairement, mais il est localisé spatialement. En faisant tendre la période de cette solution vers l'infini, Peregrine (1983) [20] a donné une solution localisée à la fois dans l'espace et dans le temps. Akhmediev et Korneev (1986) [2] ont trouvé toute une famille de solutions qualitativement différentes du soliton pulsé de Ma. Ces solutions sont pulsées spatialement et sont localisés en temps. Ce sont des solutions exactes de l'équation NLS, qui débutent comme des instabilités de Benjamin-Feir, se transforment en vagues scélérates et redeviennent une simple onde plane ensuite.

Nous présentons ici un résumé des solutions analytiques proposées de solitons pulsés, et des expériences ciblées que nous avons faites dans des installations différentes sur l'observation de tels solitons. Il y a eu dans le passé des expériences traitant des modulations-démodulations des trains de vagues par instabilité de Benjamin-Feir ([11], [13], pour les plus récentes), mais pas d'observations expérimentales directes des solutions de solitons pulsés cités précédemment, avec leur phase d'augmentation et de diminution. La question de savoir si les « breathers » solutions de NLS correspondraient vraiment à des « breathers » solutions physiques des vagues de gravité a été déjà débattue ([1]). Mais il y en fait un manque de comparaisons directes entre des mesures expérimentales et des solutions de NLS. Nous présentons ici des simulations expérimentales de solitons pulsés avec des crêtes scélérates, mais aussi des cas de creux scélérats, des cas de solitons d'ordre supérieur (amplification supérieure à 5 fois la hauteur initiale) et des cas de solitons noirs (dark breather) en profondeur finie.

L'effet du vent sur les instabilités modulationnelles est un problème ouvert ([4], [14], [22]). Nous présentons ici les premières expériences dans une soufflerie air-eau pour observer la persistance de solitons pulsés en présence de vent.

II – Solitons Pulsés

II – 1 Solitons pulsés : théorie

Les modèles mathématiques qui décrivent la formation des vagues extrêmes à partir des modulations de type Benjamin-Feir sont basées sur des équations non-linéaire. La plus simple de ces équations est l'équation Non Linéaire de Schrödinger (NLS) décrite pour la première fois par Zakharov(1968) [23]:

$$i \left(\frac{\partial a}{\partial t} + c_g \frac{\partial a}{\partial x} \right) - \frac{\omega_o}{8k_o^2} \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - \frac{\omega_o k_o^2}{2} |a|^2 a = 0 \quad (1)$$

Où k_o et $\omega_o = \sqrt{gk_o}$ sont les nombres d'onde et la fréquence de l'onde porteuse, $c_g = \omega_o/2k_o$, la vitesse de groupe. L'élevation de la surface libre est donnée par :

$$\eta(x, t) = \text{Re}\{a(x, t)\exp(i(k_o x - \omega_o t))\} \quad (2)$$

En se plaçant dans un repère qui se déplace avec la vitesse de groupe, et faisant les changements de variable suivants :

$$T = -\frac{\omega_o}{8k_o^2} t, \quad X = x - c_g t, \quad q = \sqrt{2}k_o^2 a, \quad ,$$

L'équation NLS peut se mettre sous la forme suivante :

$$iq_T + q_{XX} + 2|q|^2 q = 0 \quad (3)$$

Il s'agit d'une équation intégrable, et on peut utiliser une méthode de scattering inverse pour résoudre ce type d'équations [23]. On peut aussi montrer que si $q(X, T)$ est une solution de (2), alors $a q(aX, a^2 T)$ est aussi une solution de cette équation, on a ainsi toute une famille de solutions.

Kuznetsov (1977) [16] et Ma (1979) [17] ont trouvé une famille de solutions de type soliton pulsé, périodique en temps et qui tend vers une onde plane quand $X \rightarrow \pm \infty$ (figure 1-a)

$$q_M(X, T) = \frac{\cos(\Omega T - 2i\varphi) - \cosh(\varphi) \cosh(pX)}{\cos(\Omega T) - \cosh(\varphi) \cosh(pX)} e^{(2iT)} \quad (4)$$

avec $\Omega = 2 \sinh(2\varphi)$ et $p = 2 \sinh(\varphi)$, $\varphi \in \mathbb{R}$

Akhmediev et Korneeov (1986) [2] ont trouvé une autre famille de solutions, périodique en espace, et qui tend vers une onde plane quand $T \rightarrow \pm \infty$ (figure 1-b)

$$q_A(X, T) = \frac{\cosh(\Omega T - 2i\varphi) - \cos(\varphi) \cos(pX)}{\cosh(\Omega T) - \cos(\varphi) \cos(pX)} e^{(2iT)} \quad (5)$$

avec $\Omega = 2 \sin(2\varphi)$ et $p = 2 \sin(\varphi)$, $\varphi \in \mathbb{R}$

Le soliton pulsé de Peregrine (1983) [20] correspond au cas limite de Ma et de Akhmediev quand $\varphi \rightarrow 0$, c'est-à-dire quand les périodes temporelle et spatiale tendent vers l'infini (figure 1-c) :

$$q_P(X, T) = \lim_{\varphi \rightarrow 0} q_A(X, T) = \lim_{\varphi \rightarrow 0} q_M(X, T) = \left(1 - \frac{4(1+4iT)}{1+4X^2+16T^2}\right) e^{2iT} \quad (6)$$

Enfin, les cas limites d'Akhmediev quand $\varphi \rightarrow 0$ donnent une famille de solitons rationnels « Akhmediev-Peregrine » d'ordre élevé [6] :

$$q_{APj}(X, T) = \left[(-1)^j + \frac{G_j + iH_j}{D_j} \right] e^{2iT} \quad (7)$$

$$\text{Avec par exemple pour } j = 2 \left\{ \begin{array}{l} G_2 = \left(X^2 + 4T^2 + \frac{3}{4}\right) \left(X^2 + 20T^2 + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{4} \\ H_2 = 2T(4T^2 - 3X^2) + 2T \left(2(X^2 + 4T^2)^2 - \frac{15}{8}\right) \\ D_2 = \frac{1}{3}(X^2 + 4T^2)^3 + \frac{1}{4}(X^2 - 12T^2)^2 + \frac{3}{64}(12X^2 + 176T^2 + 1) \end{array} \right.$$

Un tel soliton pulsé a la propriété remarquable d'avoir des facteurs d'amplification supérieurs à trois, comme sur la figure 1-d et 1-e, où le facteur est égal à 5 !

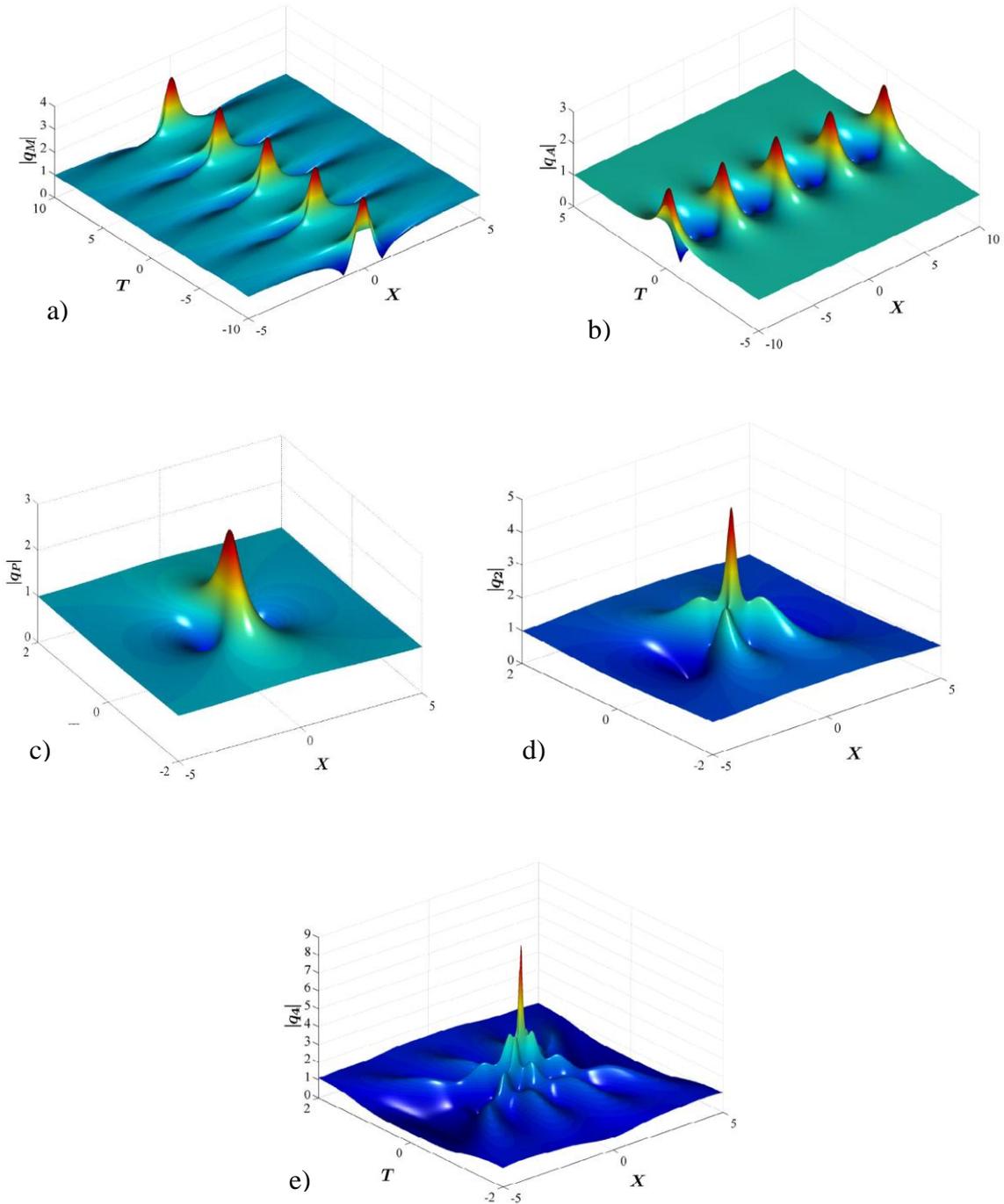


Figure 1 : a) Ma-Kuznetsov breather $q_M(X,T)$; b) Akhmediev breather $q_A(X,T)$; c) Peregrine breather $q_P(X,T)$; d) Akhmediev-Peregrine breather d'ordre 2 $q_{AP2}(X,T)$; e) Akhmediev-Peregrine breather d'ordre 4 $q_{AP4}(X,T)$.

Toutes ces solutions sont des solutions de NLS, et elles débutent par une instabilité modulationnelle. Mais la propriété remarquable du soliton pulsé de Peregrine, est qu'il est localisé en temps et en espace, et donc il correspond à un seul évènement extrême, « venant de nulle part et laissant aucune trace ».

Dans un référentiel lié à l'espace réel physique, l'évolution d'un train de vagues se transformant par instabilité modulationnelle en soliton de Peregrine, s'écrit finalement [5], [6], [21] :

$$\eta(x, t) = a_o \operatorname{Re} \left\{ \left(1 - \frac{4(1-k_o^2 a_o^2 \omega_o t)}{1 + [2\sqrt{2}k_o^2 a_o (x - c_g t)]^2 + k_o^4 a_o^4 \omega_o^2 t^2} \right) e^{-\frac{ik_o^2 a_o^2 \omega_o}{2} t} e^{i(k_o x - \omega_o t)} \right\} \quad (8)$$

Les observations en mer de telles vagues scélérates sont rares, et il n'y a pas eu d'observations ou d'expérience pour confirmer l'existence réelle de telles solutions. C'est la raison pour laquelle nous avons conduit les expériences décrites ci-après.

II – 2 Solitons pulsés : expériences

Une première série d'expérience a eu lieu dans le canal expérimental du département mécanique de l'Université de Hambourg (longueur $15m$, largeur $1.6m$, hauteur $1.5m$, profondeur $1m$). L'expérience est décrite en détail dans Chabchoub et al 2011 [10]. Un batteur volet hydraulique génère des vagues à partir d'un signal numérique/analogique programmé par l'utilisateur. A l'autre bout du canal une plage anti-réflexion absorbe les vagues. Les hauteurs de vagues sont mesurées par des sondes à vagues capacitives. La figure 2 représente l'évolution spatiotemporelle du soliton pulsé de Peregrine simulé et observé. La fréquence de la porteuse est $f_o = \omega_o/2\pi = 1.7 \text{ Hz}$, la longueur d'onde est $L_o = 2\pi/k_o = 0.54m$, l'amplitude est $a_o = 0.01m$. La localisation de la vague scélérate dépend des conditions initiales imposées au batteur. La vague extrême a été programmée pour avoir lieu exactement à 9.10 m du batteur. Près du batteur, le train de vagues n'est pratiquement pas modulé, la plus grande vague a une amplitude de 0.014 m au milieu du groupe. La perturbation reste ensuite localisée et voyage à la vitesse de groupe. A 9.10 m du batteur, l'amplitude maximum de la crête est $0,03 \text{ m}$, donc 3 fois l'amplitude a_o initiale.

La même expérience a eu lieu dans la soufflerie air-eau de l'IRPHE à Marseille (longueur $40m$, largeur $2.6m$, hauteur $2.5m$, profondeur $1m$), avec une amplitude légèrement plus petite et est représentée plus loin sur la figure 7-a. Une amplification de 3 fois la hauteur a été aussi obtenue. Un zoom sur les signaux expérimentaux et théoriques au moment du maximum du soliton pulsé est montré sur la figure 3 pour différentes cambrures initiales de la porteuse $\varepsilon = ak_o$. La comparaison entre le signal théorique et le signal observé est excellente.(Chabchoub et al 2012-e [9])

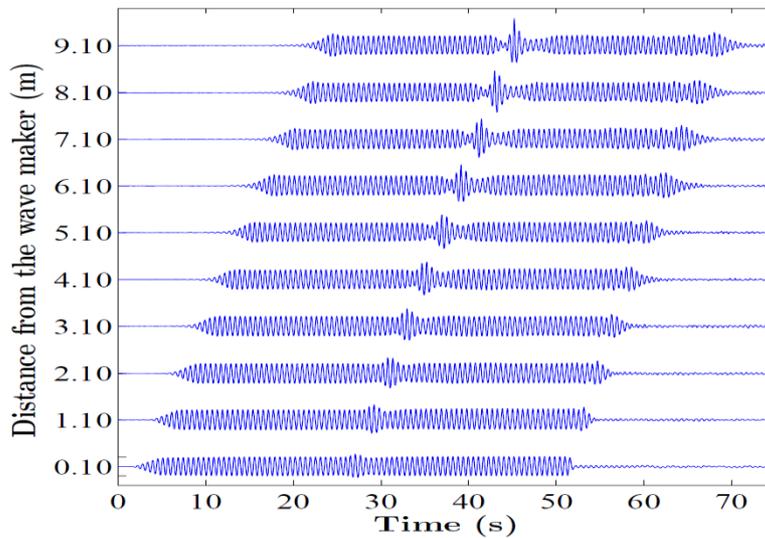


Figure 2 : signal spatio-temporel d'un breather de type Peregrine, vague maximum à $X_o = 9.1m$, ($a_o = 0.010 \text{ m}$, $k_o = 11.6 \text{ m}^{-1}$, $\omega_o = 10.7 \text{ s}^{-1}$), simulé et observé dans le canal de l'Université de Hambourg

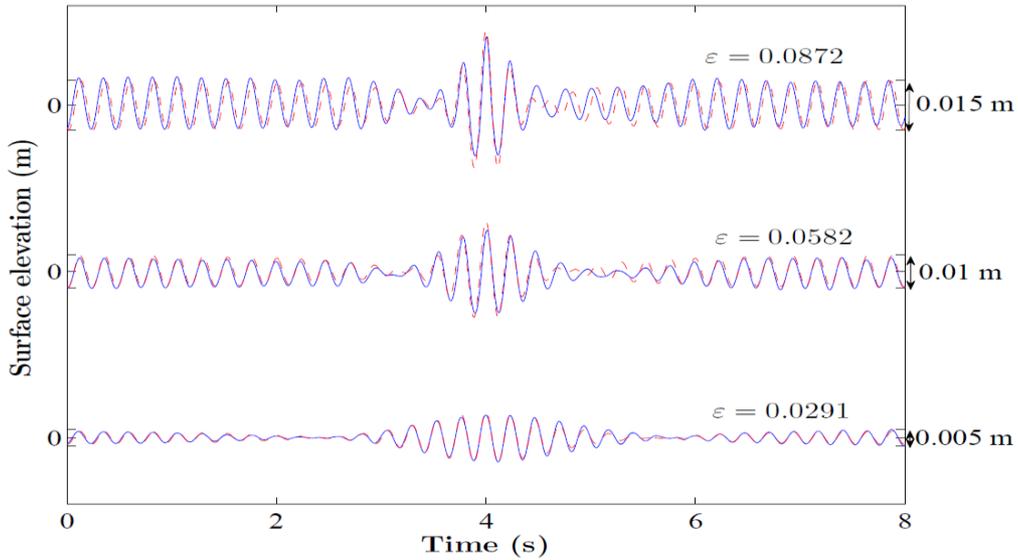


Figure 3 : Comparaison entre le soliton pulsé de Peregrine théorique (rouge pointillé) et le soliton observé expérimentalement (en bleu) pour différentes cambrures initiales $\varepsilon = ak_0$

Des expériences récentes ont été aussi menées sur les solitons Akhmediev-Peregrine d'ordre supérieur dans le bassin de Hambourg (figure 4). Là encore les comparaisons avec les signaux théoriques sont bonnes, avec des effets non linéaires plus importants et différents que l'on peut observer sur les signaux expérimentaux après le passage de la grande vague. Les parties gauche et droite du tracé expérimental bleu ne sont pas symétriques de part et d'autre du soliton. La conclusion est donc qu'à partir d'un train d'onde monochromatique perturbé, on a ainsi généré une vague scélérate de facteur d'amplification 5 dans le canal.

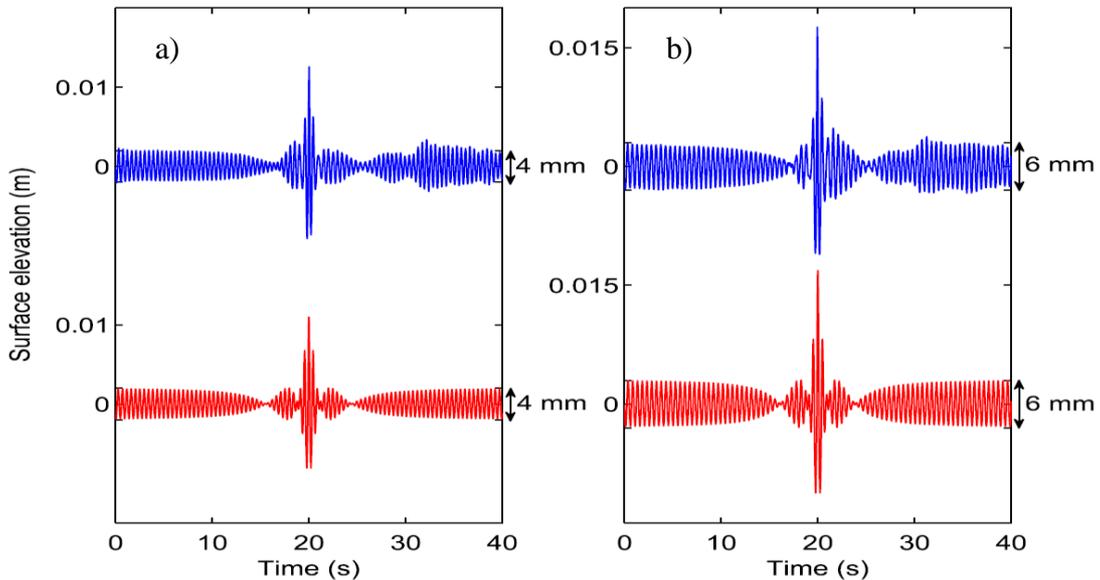


Figure 4 : Comparaison entre les solitons pulsés d'ordre élevé de Akhmediev-Peregrine théoriques (rouge) et expérimentaux (bleu) avec amplification de 5 fois en amplitude, pour différentes cambrures initiales $\varepsilon = 0.04$ (a) et $\varepsilon = 0.05$ (b).

II – Creux scélérats

Les mêmes théories peuvent être utilisées pour expliquer et simuler les « rogue holes », c'est-à-dire les « creux scélérats », vagues caractérisées par un creux entre deux crêtes bien plus profond que sur des vagues habituelles. Ce genre de creux exceptionnel a parfois été observé. C'est l'une des explications avancées dans certains accidents de cargo où la coque s'est cassée par le milieu [19].

Comme le montre Chabchoub et al (2012-c) [7], il suffit de déphaser la porteuse initiale de π , par exemple pour le Breather de Peregrine (Chabchoub et al 2012-c) :

$$\eta_{\text{rogue hole}}(x, t) = \text{Re}\{ q_P(x, t) \exp(i(k_0 x - \omega_0 t + \pi)) \} \quad (9)$$

La figure 8 représente une « crête scélérate » et un « creux scélérate » simulés et observés en bassin, et comparés aux signaux théoriques. On observe des creux moins « profonds » expérimentalement, par rapport aux formules théoriques. Il s'agit peut-être d'effets non-linéaires non pris en compte dans la théorie.

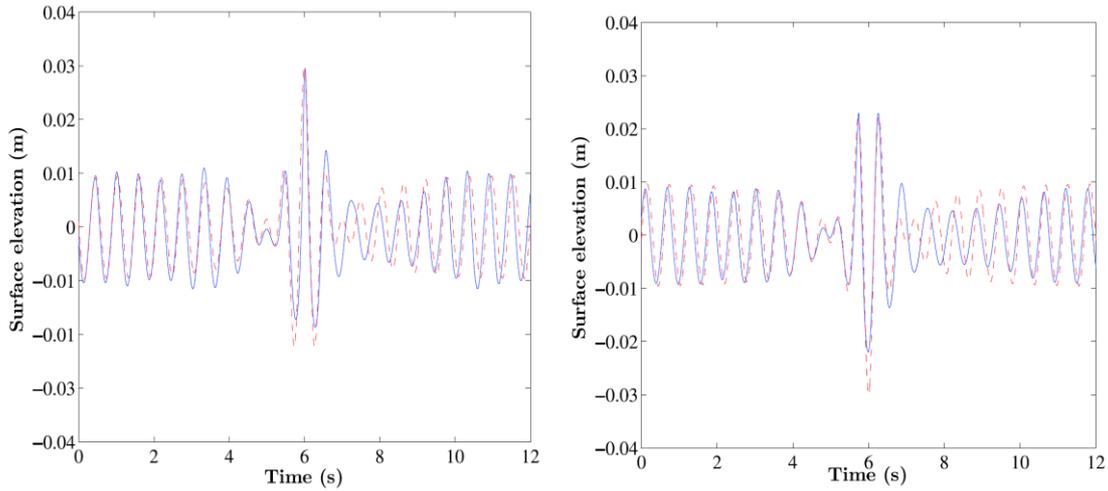


Figure 5 : « rogue wave (gauche) et « rogue hole » (droite) : théorique (rouge) et expérimental (bleu).

III – Solitons noirs

En profondeur h finie, comme le montre (Chabchoub et al 2012-d) [8], les termes de dispersion changent, et l'équation (1) devient :

$$i \left(\frac{\partial a}{\partial t} + c_g \frac{\partial a}{\partial x} \right) + \alpha \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \beta |a|^2 a = 0 \quad (10)$$

$$\text{avec } \alpha = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \text{ et } \beta = \frac{\omega k^2 (\cosh(4kh) + 8 - \tanh^2(kh))}{16 \sinh^4(kh)} - \frac{\omega}{2 \sinh^2(kh)} \frac{(2\omega \cosh^2(kh) + kc_g)^2}{gh - c_g^2}$$

$c_g = \partial\omega/\partial k$ est la vitesse de groupe, h la profondeur, g la gravité, et la relation de dispersion est : $\omega = \sqrt{gk \tanh(kh)}$.

Si $kh > 1.363$ l'onde plane est instable aux perturbations sous-harmonique, et si $kh < 1.363$ le train d'onde reste stable [3], [23]. Si on se place dans ce cas, et pour les faibles valeurs de h , l'équation NLS « défocalisante », s'écrit cette fois :

$$iq_T + q_{XX} - 2|q|^2q = 0 \quad (11)$$

Avec les changements de variable : $T = \alpha t$, $X = x - c_g t$, $q = -\sqrt{-\beta/2\alpha} a$, l'équation 11 admet toute une famille de solutions de type soliton, appelé soliton "gris" (Grey Soliton), caractérisé par un minimum d'amplitude dans le train de vagues [8] :

$$q_{Grey}(X, T) = \frac{e^{im} + e^{2a_0 X \sin m}}{1 + e^{2a_0 X \sin m}} e^{-2ia_0 T^2} \quad (12)$$

Le paramètre m contrôle l'amplitude minimale au centre du soliton. Pour $m = \pi/2$, cette amplitude minimale vaut zéro, et on obtient ainsi un « soliton noir » (dark soliton) :

$$q_{Dark}(X, T) = a_0 \tanh(a_0 X) e^{-2ia_0 T^2} \quad (13)$$

Nous avons conduit des expériences dans le canal à vagues de l'Ecole Centrale Marseille (ECM) (longueur $17m$, largeur $0.65m$, hauteur $2.5m$) pour simuler et observer ce type de soliton noir. Des sondes à vagues ont été placées tout le long du canal à différentes distances du batteur.

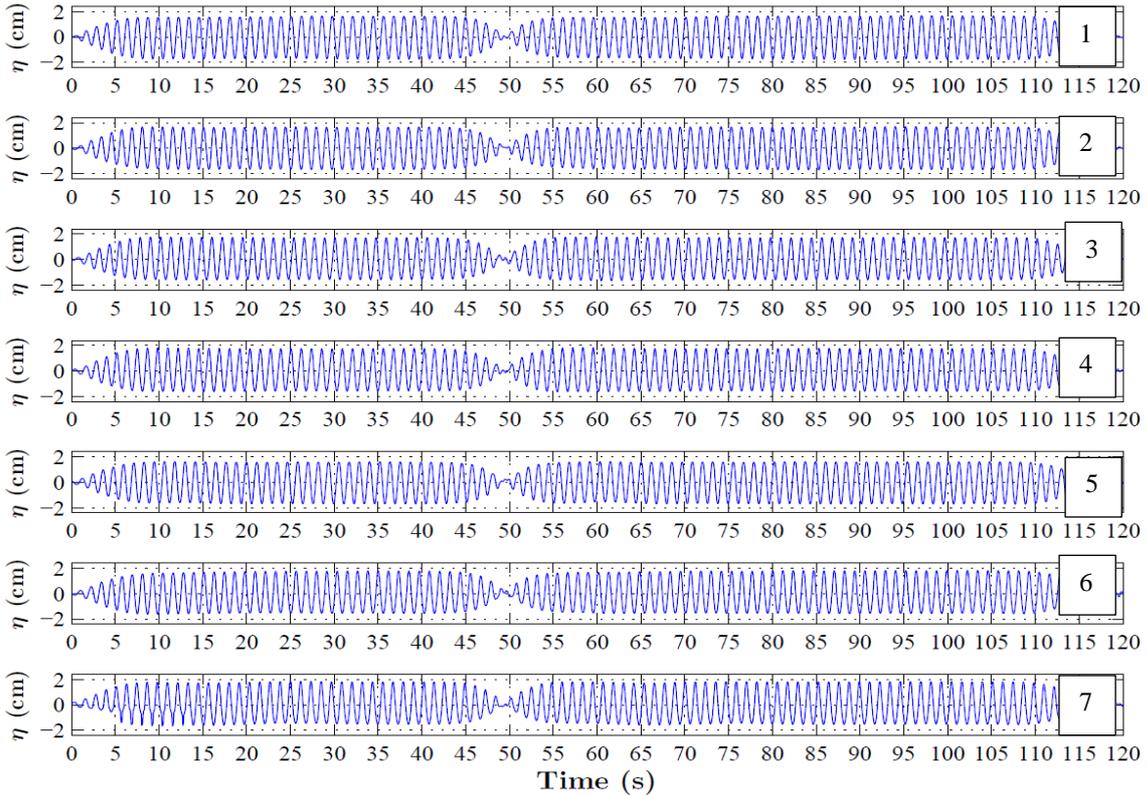


Figure 6 : Evolution d'un « soliton noir » (dark soliton), tout le long du canal à houle de l'Ecole Centrale Marseille. ($h = 0.25m$, $a_0 = 0.02m$, $k_0 h = 1.0$). Enregistrement aux distances successives du batteur: $X_1 = 1.1m$, $X_2 = 4.3m$, $X_3 = 5.4m$, $X_4 = 7.0m$, $X_5 = 8.9m$, $X_6 = 9.8m$, $X_7 = 12.8m$. Les signaux de la sonde numéro i sont décalés en temps de Δt_i pour garder l'amplitude « zéro » à la même position. $\Delta t_i = c_g / (X_i - X_1)$.

La figure 6 représente l'évolution d'un tel soliton dans le cas d'une profondeur $h = 0.25m$, une amplitude $a_o = 0.02m$, et $k_o h = 1.0$. Sur le graphe, les signaux sont décalés en temps (le décalage est calculé par rapport à la vitesse de groupe) pour garder l'amplitude « zéro » à la même position. Le décalage en temps pour la sonde numéro « i » est $\Delta t_i = c_g / (X_i - X_1)$, X_i étant la position de la sonde « i ». On voit ainsi que la zone de calme, reste invariante et se déplace à la vitesse de groupe théorique. L'enveloppe du train d'onde présente un creux invariant caractéristique du « dark soliton ». Une étude paramétrique que nous avons effectuée [8] montre que le nombre de vagues nécessaires dans le train de vague pour former un soliton noir, dépend à la fois de la cambrure de l'onde ε et du paramètre de dispersion kh .

IV – Effet du vent

Les solitons pulsés sont issus au départ d'instabilités modulationnelles. L'effet du vent sur les modulations d'amplitude des vagues est un sujet ouvert. D'après les expériences de Bliven et al (1986) [4], le vent atténuerait les instabilités de Benjamin-Feir. Waseda et Tulin (1999) [22] sont plus nuancés et indiquent d'une part qu'un vent faible diminue les instabilités mais qu'un vent fort les renforce, et d'autre part l'effet du vent sur les modulations d'amplitude est faible pour les vagues matures, mais fort pour les vagues jeunes. Kharif et al (2010) [15] ont montré à l'aide d'un modèle analytique que le vent a tendance à augmenter les instabilités de Benjamin-Feir, et la viscosité à les diminuer. Les solitons de Peregrine en présence de vent n'ont jamais été observés.

Nous avons récemment effectué, dans la soufflerie air-eau de l'IRPHE à Marseille, des expériences de génération de soliton pulsé de Peregrine en présence de vent. Nous avons simulé plusieurs cas, avec plusieurs vitesses de vent. La figure 7 illustre que la vague scélérate, issue des instabilités modulationnelles, se maintient en présence de vent. Même avec un vent de 9 m/s, avec des vagues générées par le vent, de même ordre de hauteur que les vagues du train perturbé initial, le soliton se maintient.

La figure 8 est une visualisation de la vague extrême au milieu du train des autres vagues. L'amplification reste proche d'un facteur 3.

V – Conclusions

Il est possible de modéliser assez simplement des familles de solutions des formes focalisantes et défocalisantes simples de l'équation Non-linéaire de Schrödinger. Nous avons effectué des simulations expérimentales dans différents bassins, en injectant dans les signaux délivrés au batteur, les instabilités modulationnelles de Benjamin-Feir conduisant à des vagues extrêmes. Les solitons pulsés sont correctement reproduits en laboratoire. En décalant de π radians la phase de la porteuse, la crête extrême devient un creux extrême. En profondeur finie, nous avons montré qu'il est possible de maintenir la propagation d'un soliton noir, entre deux groupes de vagues, et que ce soliton se déplace à la vitesse de groupe. Enfin, les premiers essais effectués en présence de vent montrent qu'un soliton pulsé peut se maintenir au milieu d'un champ de vagues de vent aléatoires, de même ordre de hauteur que le train de vagues donnant naissance au soliton par instabilité modulationnelle.

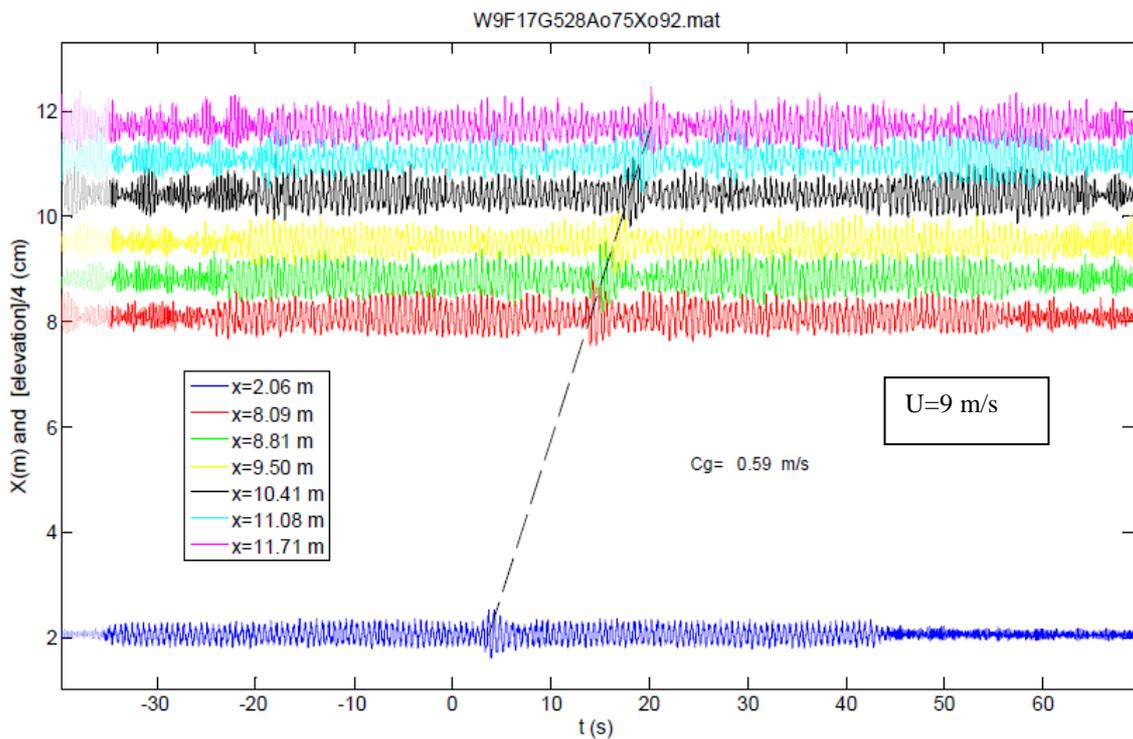
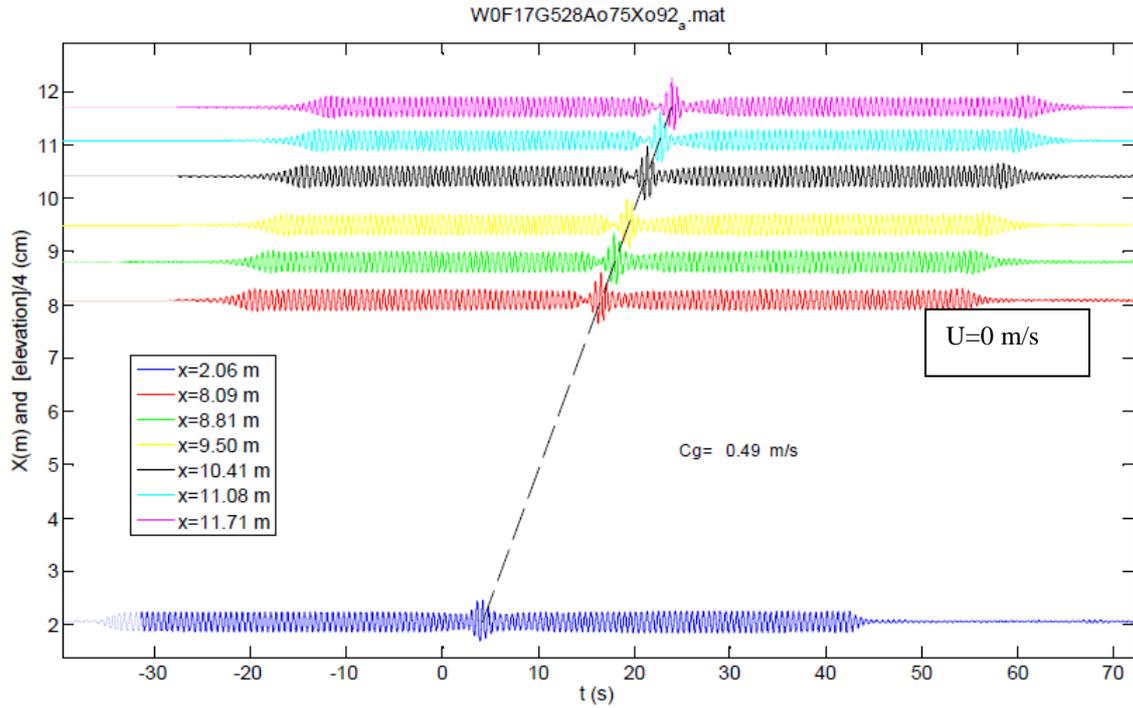


Figure 7 : Observation expérimentale d'un soliton pulsé de Peregrine à différentes distances du bord du canal, dans la soufflerie air-eau de l'IRPHE : en haut sans vent, en bas avec un vent de $U = 9\text{ m/s}$. Le soliton se maintient, la vitesse de groupe est augmentée.

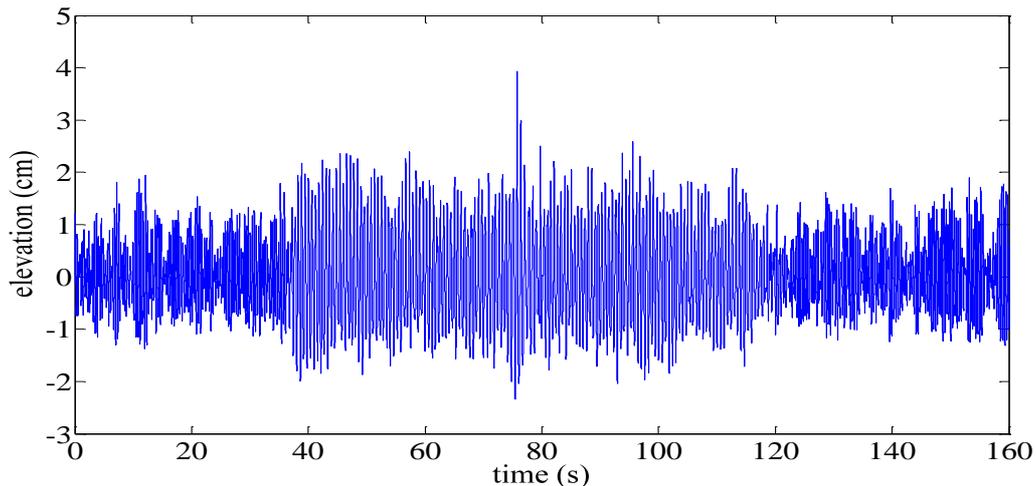


Figure 8 : Observation expérimentale d'un soliton pulsé de Peregrine, dans la soufflerie air-eau de l'IRPHE avec un vent de $U = 9\text{m/s}$.

Références

- [1] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, and M. Taki. Waves that appear from nowhere and disappear without a trace. *Phys. Lett. A.*, 373 : 675-678, 2009.
- [2] N. Akhmediev, and V. Korneev. Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear schrödinger equation. *Theor. Math. Phys.* 69 : 1089–1093, 1986.
- [3] T.B. Benjamin, and J.E. Feir. The disintegration of a wave train. *Journ. Fluid. Mech.*, 27,3 : 417-430, 1967.
- [4] L. Bliven, N. Huang, and S. Long. Experimental study of the influence of wind on Benjamin-Feir sideband instability. *Journ. Fluid Mech.*, 162 : 237-260, 1986.
- [5] A. Chabchoub, S. Neumann, N. Hoffmann, and N. Akhmediev. Spectral properties of the peregrine soliton observed in a water tank. *Journ. Geo. Res.* 117, C00J03 : 1-6, 2012-a.
- [6] A. Chabchoub, N. Hoffmann, M. Onorato, and N. Akhmediev. Super rogue waves: observation of a higher-order breather in water waves. *Phys. Rev. X*, 2, 011015 : 6pp, 2012-b.
- [7] A. Chabchoub, N. Hoffmann, and Akhmediev N. Observation of rogue wave holes in a water tank. *Journ. Geo. Res.*, 117, C00J02: 1-5, 2012-c.
- [8] A. Chabchoub, O. Kimmoun, H. Branger, N. Hoffmann, N. Akhmediev, D. Proment, and M. Onorato. Experimental observation of dark solitons on water surface”, submitted to *Phys. Rev. Let.*, Sept 2012-d.
- [9] A. Chabchoub, N. Akhmediev, N. Hoffmann. Experimental study of spatiotemporally localized surface gravity water waves. *Phys. Rev. E*, 86, 016311 : 7pp, 2012-e.
- [10] A. Chabchoub, N. Hoffmann, and N. Akhmediev. Rogue wave observation in a water tank. *Phys. Rev. Lett.*, 106, 204502 : 1-4, 2011.
- [11] A. Galchenko, A. Babanin, D. Chalikov, and I. Young. Modulational instabilities and breaking strength for deep-water wave groups. *Journ. Phys. Ocea.*, 40 : 2313-2324, 2010.
- [12] C. Garret, and J. Gemmrich. Rogue waves. *Phys. Today*, 62 : 57-59, 2009.

- [13] N. Karjento, and E. Van Groesen.. Qualitative comparisons of experimental results on deterministic freak wave generation based on modulational instability. *Journ. Hydro. Env. Res.*, 3 : 186-192, 2010.
- [14] C. Kharif, R.A. Kraenkel, and R. Thomas. The modulational instability in deep water under the action of wind and dissipation. *Journ. Fluid Mech.*, 664 : 138–149. 2010.
- [15] C. Kharif, E. Pelinovsky, and A. Slunyaev. Rogue Waves in the Ocean. *Springer*, New-York, 2009.
- [16] E. Kuznetsov. Solitons in a parametrically unstable plasma. *Sov. Phys. Dokl.*, 22 : 507–508 1977.
- [17] Y.C. Ma. The perturbed plane-wave solutions of the cubic Schrödinger equation. *Stud. Appl. Math.*, 60 : 43-58, 1979.
- [18] A. Osborne. Non linear ocean waves and the inverse scattering transform. *Elsevier*, New-York, 2010.
- [19] A. Osborne, M. Onorato, and M. Serio. The nonlinear dynamics of rogue waves and holes in deep water gravity trains. *Phys Let. A*, 275 : 386-393, 2000.
- [20] D.H. Peregrine. Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions. *Journ. Aust. Math. Soc., Series B., Appl Math.*, 25: 16-43, 1983.
- [21] V. Schrira, and V. Geogjaev. What makes the Peregrine soliton so special as a prototype of freak wave ? *Journ. Eng. Math.*, 67: 11-22, 2010.
- [22] T. Waseda, and M.P. Tulin. Experimental study of the stability of deep water wave trains including wind effects. *Journ. Fluid Mech.*, 401 : 55–84, 1999.
- [23] V.E. Zakharov. Stability of periodic waves of finite amplitude on a surface of deep fluid. *Journ. Appl., Mech. Tech., Phys.*, 2 : 190-194, 1968.
- [24] V.E. Zakharov, and A.B. Shabat. Interaction between solitons in a stable medium”, *Sov. Phys. JETP*, 34 : 62-69, 1972.