

***ESTIMATION NUMERIQUE DE LA MATRICE DE
PRODUCTION D'ENERGIE DU SYSTEME
HOULOMOTEUR PELAMIS PII***

***NUMERICAL ESTIMATION OF THE POWER MATRIX
OF THE WAVE ENERGY CONVERTER PELAMIS PII***

V.Baudry*, H.Mouslim, A.Babarit

* Laboratoire d'Hydrodynamique, Energétique et Environnement Atmosphérique

Ecole Centrale de Nantes, BP 92101, 44321 NANTES Cedex 3

virginie.baudry@ec-nantes.fr

Résumé

Le projet SEAWATT R&D a pour objectif de développer une ferme houlomotrice intégrant des dispositifs de stockage d'énergie au large de l'Ile de La Réunion. Dans ce cadre, afin de pouvoir dimensionner ces dispositifs de stockage, il est nécessaire de se doter d'un simulateur numérique pour calculer les flux de puissance instantanés ; un modèle numérique Wave to Wire temporel du PELAMIS PII a donc été développé. La première partie du papier décrit la méthode utilisée pour le développement du modèle Wave to Wire ainsi que les équations du mouvement dans les domaines fréquentiel et temporel. La seconde partie présente les résultats des tests de validation du modèle numérique ainsi que les résultats obtenus pour les RAO et matrice de puissance. La comparaison de la matrice de puissance calculée et la matrice de puissance du PELAMIS PI issue de la littérature montre des différences cohérentes : Le PELAMIS PII, plus long et de plus gros diamètre que le PELAMIS PI présente des maxima d'absorption pour des périodes de houle plus élevées que le PELAMIS PI. Les résultats produits montrent que le modèle numérique est apte à prédire correctement la réponse du système, et est à donc à même de fournir les données nécessaires au dimensionnement du système de stockage dans la suite du projet.

Summary

The objective of SEAWATT R&D project is to develop a wave energy converter farm including energy storage units abreast of La Réunion Island. In this context, in order to be able to estimate the power absorption and to dimension the energy storage device, a time domain wave to wire model, able to compute instantaneous power has been developed. The methodology developed to build this wave to wire model is described in the first section of this paper. After various validation tests, results of RAO computation and power matrix are presented. Comparison has been made between the computed power matrix of PELAMIS PII and the available PELAMIS PI power matrix. The observed differences appear to be coherent with the geometrical differences between the 2 PELAMIS: For PELAMIS PII, longer and of greater diameter than PELAMIS PI, the maxima of power absorption appear for larger wave periods than PELAMIS PI. The results obtained in this study show that the numerical model is able to predict the response of the system and to produce required data to dimension the storage units.

I – Introduction

Le projet SEAWATT a pour objectif d'installer une ferme houlomotrice de 30 MW au large de Saint Pierre sur l'île de la Réunion. L'originalité du projet repose sur le volet SEAWATT R&D dont l'objectif est de développer un système de stockage pneumatique de l'énergie pour une ferme de Pelamis PII. Le dimensionnement de ce système nécessite des enregistrements temporels caractéristiques des flux de puissance instantanée. Il est donc nécessaire de se doter d'un simulateur numérique pour obtenir ces flux de puissance. Son développement a été effectué par l'ECN et l'objet de cette publication est de présenter la méthodologie et les résultats obtenus.

Le dispositif houlomoteur PELAMIS PII est une structure semi-immersée articulée composée de 5 cylindres reliés entre eux par des joints articulés. Sous l'action de la houle, la structure se déforme autour de ces articulations dans le plan vertical (O, x_0, z_0) et dans le plan horizontal (O, x_0, y_0). Le mouvement des articulations est freiné par des vérins hydrauliques qui pompent de l'huile sous pression vers des moteurs hydrauliques par l'intermédiaire d'accumulateurs. Les moteurs hydrauliques entraînent des génératrices qui produisent de l'électricité.



Figure 1 : Le système houlomoteur Pelamis PII en mer

Le Pelamis PII mesure 180m de long, il a un diamètre de 4m, un déplacement de 1300 tonnes, et est constitué de 5 tronçons (voir *Fig.1*) et de 4 unités de 'Power Take Off' ; il est ainsi plus long et de plus gros diamètre que son prédécesseur le Pelamis PI (150m de long, 3.5m de diamètre).

L'effort de PTO (Power Take Off) qui permet de simuler les unités hydrauliques de conversion d'énergie est modélisé par un amortissement linéaire et une raideur, avec des forces proportionnelles à la vitesse relative entre 2 tronçons, et au déplacement relatif, respectivement. Nous noterons B_{PTO} et K_{PTO} les coefficients d'amortissement et de raideur du PTO.

II – La Méthode

II – 1 Le modèle numérique et ses hypothèses

Le modèle numérique Wave to Wire temporel développé dans cette étude est basé sur l'intégration de l'équation du mouvement décrite en II-2, puis le calcul de la matrice de puissance du dispositif.

La multiplication de cette matrice de puissance par le scatter diagram d'un site permet ensuite d'estimer l'énergie absorbée par le dispositif sur un site donné.

Les grandeurs géométriques caractéristiques du modèle développé sont présentées dans le tableau ci-contre.

Propriété, par tronçon	Valeur	Unité
Nombre de tronçons	5	
Diamètre	4	m
Longueur	36	m
Déplacement	253,9	m ³
Surface mouillée	240,6	m ²
Moment d'inertie J_{yy}	2,79E+08	kg.m ²

Pour la modélisation, les hypothèses suivantes ont été effectuées :

- Hypothèse du mouvement plan : Nous considérerons dans cette étude un seul degré de rotation en tangage de chacun des tronçons du Pelamis. L'ensemble du système présente également un degré de liberté en cavement et en pilonnement.

- Le fluide est supposé incompressible et l'écoulement irrotationnel, les amplitudes du mouvement du dispositif sont petites devant ses dimensions, et l'étude est ici limitée aux houles de faible amplitude devant leur longueur d'onde. Les effets du second ordre sont négligés. Sous ces hypothèses, l'interaction houle-structure est modélisée dans le cadre de la théorie potentielle linéarisée.

Dans cette étude, les simulations ont été réalisées avec des houles monodirectionnelles se propageant selon l'axe x (axe du PELAMIS), voir *Fig. 2*.

II – 2 Les équations du mouvement

II-2-1 Notations

Notons A_1, A_2, A_3 et A_4 les articulations du Pelamis reliant respectivement les cylindres 1 et 2, 2 et 3, 3 et 4 et 4 et 5. Nous noterons J_k le moment d'inertie du cylindre k par rapport à l'axe y_k , exprimé en son centre de gravité G_k . Nous considérerons dans cette étude que tous les cylindres sont de même masse m et de même longueur L .

Notons x_{G3} et z_{G3} les mouvements de cavalement et pilonnement du cylindre 3, θ_k la position en tangage de chacun des cylindres. Les degrés de liberté de notre système sont donc :

- Le cavalement (1ddl)
- Le pilonnement (1ddl)
- La rotation en tangage de chaque tronçon (5ddls).

Nous supposons ici que tous les mouvements sont de faible amplitude. Les effets du second ordre sont négligés et l'équation du mouvement est linéarisée.

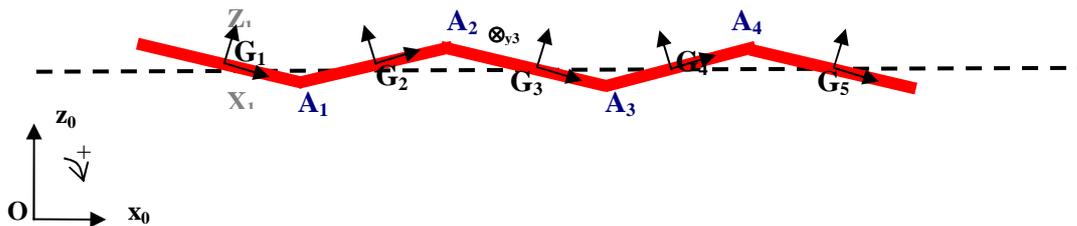


Figure 2 : Schéma de principe du modèle

II-2-2 Cinématique

Dans le repère de référence (O, x_0, y_0, z_0) , la position G_k des centres de gravité de chaque cylindre k est donné par :

$$\overrightarrow{OG_i} = \overrightarrow{OG_3} + \overrightarrow{G_3G_i} \quad (1)$$

L'accélération du centre de gravité de chacun des centres de gravité des cylindres 1 à 5 exprimée dans le repère cartésien de référence (O, x_0, y_0, z_0) est calculée en dérivant 2 fois par rapport au temps l'équation (1). Dans l'approximation des petits angles, après linéarisation, les accélérations s'expriment comme suit :

Cylindre 1

$$\overline{\gamma(G_1)} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ 0 \\ \dot{w} + \frac{L}{2}\ddot{\theta}_3 + L\ddot{\theta}_2 + \frac{L}{2}\ddot{\theta}_1 \end{pmatrix}^0$$

Cylindre 2

$$\overline{\gamma(G_2)} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ 0 \\ \dot{w} + \frac{L}{2}\ddot{\theta}_3 + \frac{L}{2}\ddot{\theta}_2 \end{pmatrix}^0$$

Cylindre 3

$$\overline{\gamma(G_3)} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ 0 \\ \dot{w} \end{pmatrix}^0$$

Cylindre 5

$$\overline{\gamma(G_5)} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ 0 \\ \dot{w} - \frac{L}{2}\ddot{\theta}_3 - L\ddot{\theta}_4 - \frac{L}{2}\ddot{\theta}_5 \end{pmatrix}^0$$

Cylindre 4

$$\overline{\gamma(G_4)} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ 0 \\ \dot{w} - \frac{L}{2}\ddot{\theta}_3 - \frac{L}{2}\ddot{\theta}_4 \end{pmatrix}^0$$

(2)

Les moments dynamiques des cylindres nécessaires à l'établissement des équations du mouvement sont calculés en G_3 et au niveau des articulations à partir des équations (2).

II-2-3 Efforts

○ Efforts hydrostatiques

Dans le cadre de la théorie linéaire, les efforts hydrostatiques généralisés sur chacun des cylindres k exprimés en leur centre de gravité G_k s'écrivent :

$$\mathbf{F}_{Hi}(G_i) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_i \\ \mathbf{M}_i(G_i) \end{pmatrix} = -\mathbf{K}_{Hi}\mathbf{X}(G_i) \text{ avec : } X^t(G_i) = (x(G_i) \quad y(G_i) \quad z(G_i) \quad \phi \quad \theta \quad \psi) \quad (3)$$

Les efforts hydrostatiques se réduisent ici pour chacun des cylindres à un torseur de résultante :

$$\mathbf{R}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -K_{H33}z_{Gi} - K_{H35}\theta_i \end{pmatrix} \text{ et de moment en } G_3 : \quad \overline{M}_i(G_3) = \begin{pmatrix} 0 \\ -K_{H35}z_{Gi} - K_{H55}\theta_i \\ 0 \end{pmatrix} + \overline{R}_i \wedge \overline{G_iG_3} \quad (4)$$

Dans notre étude, la structure est constituée de cylindres, dont les centres de flottaison et de gravité sont alignés ($K_{H35}=K_{H53}=0$). Les matrices \mathbf{K}_{Hi} sont alors diagonales.

○ Efforts hydrodynamiques

Sous les hypothèses énoncées en II-1, les interactions fluide-structure sont représentées dans le cadre de la théorie potentielle linéarisée, et les efforts de pression résultant de l'interaction fluide-structure sont la somme des efforts d'excitation et des efforts de radiation.

Ces efforts hydrodynamiques généralisés peuvent s'exprimer sur chaque cylindre du Pelamis PII sous la forme :

$$\mathbf{F}_{Dy ni}(G_3) = \mathbf{F}_{exci}(G_3) - \sum_{j=1}^5 CM_{ij}\ddot{\mathbf{Y}}_j - \sum_{j=1}^5 CA_{ij}\dot{\mathbf{Y}}_j, \quad (5)$$

Avec \mathbf{Y}_j les déplacements généralisés (6 composantes) du point de réduction des efforts dans les repères associés à chaque corps. On définit alors les opérateurs T_j qui relient le vecteur des degrés de liberté $\mathbf{X} = (x_{G3}, z_{G3}, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5)^T$ aux déplacements généralisés $\mathbf{Y}_j = T_j\mathbf{X}$.

Ceci permet de relier les coefficients hydrodynamiques, sorties du code Aquaplus, aux degrés de liberté de notre problème.

Prenons l'exemple du calcul de Y_1 : par définition, nous avons

$$\dot{\mathbf{Y}}_1 = (u(G_{3/1}) \ 0 \ w(G_{3/1}) \ 0 \ \theta_1 \ 0)^T = \mathbf{T}_1 \dot{\mathbf{X}}$$

$$\overrightarrow{OG_{3/1}} = \overrightarrow{OG_3} + \overrightarrow{G_3G_1} + \overrightarrow{G_1G_{3/1}}$$

$$\begin{pmatrix} x(G_{1/3}) \\ 0 \\ z(G_{1/3}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_G \\ 0 \\ z_G \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2L \\ 0 \\ \frac{L}{2}\theta_3 + L\theta_2 + \frac{L}{2}\theta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2L\theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_G - 2L \\ 0 \\ z_G + \frac{L}{2}\theta_3 + L\theta_2 - \frac{3L}{2}\theta_1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\text{D'où : } \mathbf{T}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3L}{2} & L & \frac{L}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\text{Alors on peut réécrire : } \mathbf{F}_{\text{Dyn}_i}(G_3) = \mathbf{F}_{\text{exc}_i}(G_3) - \left(\sum_{j=1}^5 CM_{ij} T_j \right) \ddot{\mathbf{X}} - \left(\sum_{j=1}^5 CA_{ij} T_j \right) \dot{\mathbf{X}}$$

On pose alors : (8)

- $\square CM_i = \sum_{j=1}^5 CM_{ij} T_j$ et $\square CA_i = \sum_{j=1}^5 CA_{ij} T_j$

- **Efforts du convertisseur**

Comme mentionné en $I.$, le couple de chacun des éléments de PTO est modélisé par un système {ressort + amortissement linéaire} comme suit :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{C_i C_k} \cdot \vec{y}_i = -B_{PTO} (\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_k) - K_{PTO} (\theta_i - \theta_k) \quad (9)$$

- **Efforts d'ancrage**

Les ancrages du Pelamis n'ont pas d'impact significatif sur la dynamique du système. Ils sont simplement modélisés par un effort de rappel horizontal proportionnel au mouvement de cavement.

II-2-4 Equations du mouvement

- **Equations du mouvement dans le domaine fréquentiel**

L'équation du mouvement est obtenue en appliquant successivement le principe fondamental de la dynamique au système constitué par l'ensemble des cinq cylindres au point G_3 puis en effectuant des bilans de moments dynamiques sur 4 sous-systèmes choisis afin de s'affranchir du calcul des moments de liaison entre les cylindres. En assemblant ces équations, nous obtenons alors, dans le domaine fréquentiel, l'équation du mouvement suivante :

$$(\mathbf{M} + \mathbf{CM}) \ddot{\mathbf{X}} = -(\mathbf{CA} + \mathbf{B}_{PTO}) \dot{\mathbf{X}} - (\mathbf{K}_{PTO} + \mathbf{K}_H + \mathbf{K}_a) \mathbf{X} + \mathbf{F}_{\text{exc}} \quad (10)$$

Avec :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 5m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5m & m\frac{L}{2} & 3m\frac{L}{2} & 0 & -3m\frac{L}{2} & -m\frac{L}{2} \\ 0 & 0 & J_1+mL^2 & J_2+\frac{5mL^2}{2} & J_3+3mL^2 & J_4+\frac{5mL^2}{2} & J_5+mL^2 \\ 0 & 2mL & J_1+\frac{3mL^2}{4} & J_2+\frac{7mL^2}{4} & mL^2 & 0 & 0 \\ 0 & m\frac{L}{2} & J_1+\frac{mL^2}{4} & \frac{mL^2}{2} & \frac{mL^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -m\frac{L}{2} & 0 & 0 & \frac{mL^2}{4} & \frac{mL^2}{2} & J_5+\frac{mL^2}{4} \\ -2mL & 0 & 0 & mL^2 & J_4+\frac{7mL^2}{4} & J_5+\frac{3mL^2}{4} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{\text{exc}} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1,5} F_{\text{exc}k,1} \\ \sum_{k=1,5} F_{\text{exc}k,3} \\ \sum_{k=1,5} F_{\text{exc}k,5} \\ +F_{\text{exc}1,5} - \frac{L}{2}F_{\text{exc}1,3} - \frac{L}{2}\theta_3 F_{\text{exc}1,1} + F_{\text{exc}2,5} - \frac{L}{2}F_{\text{exc}2,3} - \left(\frac{L}{2}\theta_3\right)F_{\text{exc}2,1} \\ +F_{\text{exc}1,5} - \frac{3L}{2}F_{\text{exc}1,3} - \left(\frac{L}{2}\theta_3 + L\theta_2\right)F_{\text{exc}1,1} \\ +F_{\text{exc}5,5} + \frac{3L}{2}F_{\text{exc}5,3} + \left(\frac{L}{2}\theta_3 + L\theta_4\right)F_{\text{exc}5,1} \\ +F_{\text{exc}4,5} + \frac{L}{2}F_{\text{exc}4,3} + \left(\frac{L}{2}\theta_3\right)F_{\text{exc}4,1} + F_{\text{exc}5,5} + \frac{L}{2}F_{\text{exc}5,3} + \left(\frac{L}{2}\theta_3\right)F_{\text{exc}5,1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{CM} = \begin{pmatrix} \left(T_x \sum_{i=1,5} \overline{\text{CM}}_i\right) \\ \left(T_z \sum_{k=1,5} \overline{\text{CM}}_k\right) \\ \left(T_\theta \sum_{i=1}^5 \overline{\text{CM}}_i\right) \\ \left(T_\theta \overline{\text{CM}}_1 - \frac{L}{2}T_z \overline{\text{CM}}_1 - \frac{L}{2}\theta_3 T_x \overline{\text{CM}}_1 + T_\theta \overline{\text{CM}}_2 - \frac{L}{2}T_z \overline{\text{CM}}_2 - \frac{L}{2}\theta_3 T_x \overline{\text{CM}}_2\right) \\ +T_\theta \overline{\text{CM}}_1 - \frac{3L}{2}T_z \overline{\text{CM}}_1 - \left(L\theta_2 + \frac{L}{2}\theta_3\right)\left(T_x \overline{\text{CM}}_1\right) \\ T_\theta \overline{\text{CM}}_5 + \frac{3L}{2}T_z \overline{\text{CM}}_5 + \left(L\theta_4 + \frac{L}{2}\theta_3\right)\left(T_x \overline{\text{CM}}_5\right) \\ T_\theta \overline{\text{CM}}_4 + \frac{L}{2}T_z \overline{\text{CM}}_4 + \frac{L}{2}\theta_3 T_x \overline{\text{CM}}_4 + T_\theta \overline{\text{CM}}_5 + \frac{L}{2}T_z \overline{\text{CM}}_5 + \frac{L}{2}\theta_3 T_x \overline{\text{CM}}_5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{CA} = \begin{pmatrix} \left(T_x \sum_{i=1,5} \overline{\text{CA}}_i\right) \\ \left(T_z \sum_{k=1,5} \overline{\text{CA}}_k\right) \\ \left(T_\theta \sum_{i=1}^5 \overline{\text{CA}}_i\right) \\ \left(T_\theta \overline{\text{CA}}_1 - \frac{L}{2}T_z \overline{\text{CA}}_1 - \frac{L}{2}\theta_3 T_x \overline{\text{CA}}_1 + T_\theta \overline{\text{CA}}_2 - \frac{L}{2}T_z \overline{\text{CA}}_2 - \frac{L}{2}\theta_3 T_x \overline{\text{CA}}_2\right) \\ +T_\theta \overline{\text{CA}}_1 - \frac{3L}{2}T_z \overline{\text{CA}}_1 - \left(L\theta_2 + \frac{L}{2}\theta_3\right)\left(T_x \overline{\text{CA}}_1\right) \\ T_\theta \overline{\text{CA}}_5 + \frac{3L}{2}T_z \overline{\text{CA}}_5 + \left(L\theta_4 + \frac{L}{2}\theta_3\right)\left(T_x \overline{\text{CA}}_5\right) \\ T_\theta \overline{\text{CA}}_4 + \frac{L}{2}T_z \overline{\text{CA}}_4 + \frac{L}{2}\theta_3 T_x \overline{\text{CA}}_4 + T_\theta \overline{\text{CA}}_5 + \frac{L}{2}T_z \overline{\text{CA}}_5 + \frac{L}{2}\theta_3 T_x \overline{\text{CA}}_5 \end{pmatrix}$$

où : $T_x = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$, $T_z = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$, $T_\theta = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)$ (11)

$$\mathbf{K}_H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5K_{H33} & \frac{L}{2}K_{H33} & \frac{3L}{2}K_{H33} & 0 & -\frac{3L}{2}K_{H33} & -\frac{L}{2}K_{H33} \\ 0 & 0 & K_{H55} + L^2K_{H33} & K_{H55} + \frac{5L^2}{2}K_{H33} & K_{H55} + 3L^2K_{H33} & K_{H55} + \frac{5L^2}{2}K_{H33} & K_{H55} + L^2K_{H33} \\ 0 & 2LK_{H33} & K_{H55} + \frac{3L^2}{4}K_{H33} & K_{H55} + \frac{7L^2}{4}K_{H33} & +L^2K_{H33} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{2}K_{H33} & K_{H55} + \frac{L^2}{4}K_{H33} & +\frac{L^2}{2}K_{H33} & +\frac{L^2}{4}K_{H33} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L}{2}K_{H33} & 0 & 0 & \frac{L^2}{4}K_{H33} & \frac{L^2}{2}K_{H33} & K_{H55} + \frac{L^2}{4}K_{H33} \\ 0 & -2LK_{H33} & 0 & 0 & L^2K_{H33} & K_{H55} + \frac{7L^2}{4}K_{H33} & K_{H55} + \frac{3L^2}{4}K_{H33} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{\text{PTO}} = b_{\text{PTO}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\text{PTO}} = k_{\text{PTO}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

○ Equations du mouvement dans le domaine temporel

Dans le domaine temporel, l'équation du mouvement s'écrit :

$$(\mathbf{M} + \boldsymbol{\mu}_\infty) \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}_{\text{PTO}} \dot{\mathbf{X}} + \int_0^t \mathbf{K}_{\text{rad}}(t-\tau) \dot{\mathbf{X}}(\tau) d\tau + (\mathbf{K}_H + \mathbf{K}_{\text{PTO}}) \mathbf{X} = \mathbf{F}_{\text{ex}} \quad (13)$$

Avec :

- $\boldsymbol{\mu}_\infty = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \mathbf{C}_M(\omega)$

Et

$$F_{\text{ex}}(t) = a \Im(F_{\text{ex}}(\omega) e^{i(\omega t + \varphi)})$$

- $\mathbf{K}_{\text{rad}}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \mathbf{C}_A(\omega) \cos(\omega t) d\omega$

II – 3 Implémentation du modèle

Le code BEM 3D fréquentiel Aquaplug est utilisé ici pour calculer les masses d'eau ajoutées et amortissements de radiation. Une étude de convergence en maillage a été effectuée, et montre que le modèle est convergé à partir de 1500 facettes.

Les courbes de masses d'eau ajoutée et d'amortissement de radiation sont présentées sur les Figures 3 et 4. On vérifie ici la symétrie du modèle sur les coefficients croisés de masse d'eau ajoutée et d'amortissement de radiation entre les cylindres 2 et 4 puis 1 et 5.

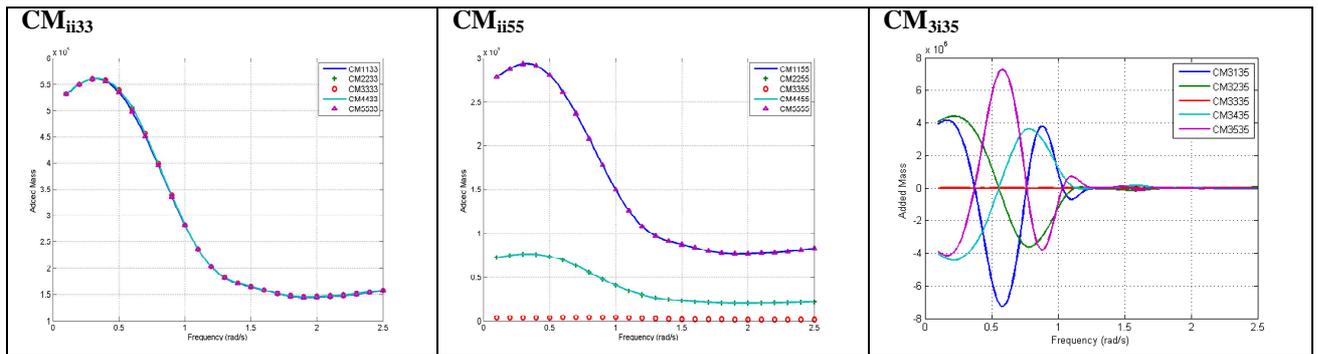


Figure 3: coefficients de masse d'eau ajoutée CM_{cdij} . Les index $cdij$ signifient un effort mesuré sur l'axe i du corps c associé à un mouvement de d selon j

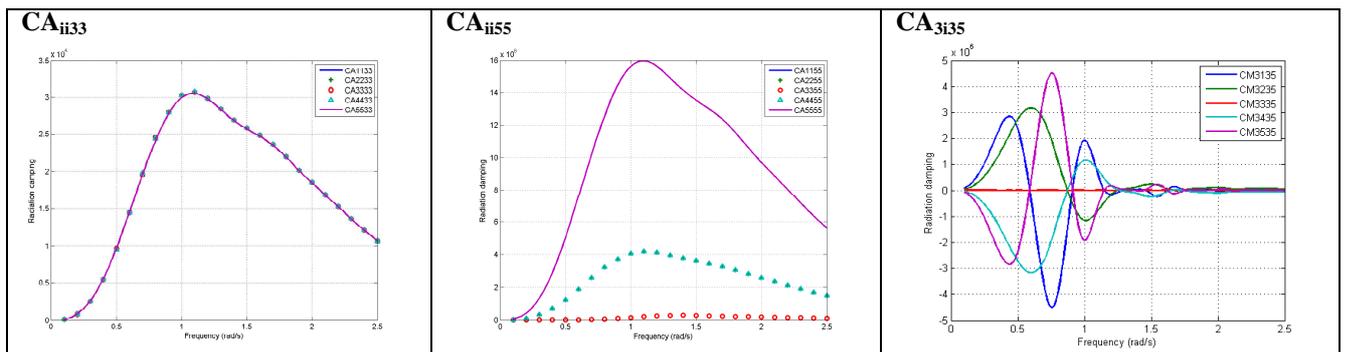


Figure 4 : Amortissements de radiation CA_{cdij} . Les index $cdij$ signifient un effort mesuré sur l'axe i du corps c associé à un mouvement de d selon j

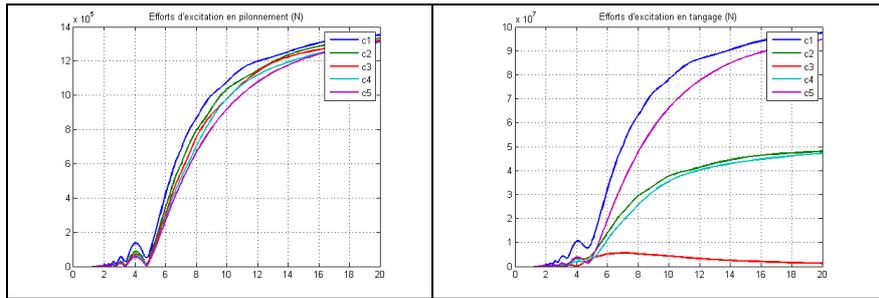


Figure 5 : Efforts d'excitation en pilonnement et tangage

Les modèles numériques ‘Wave to Wire’ fréquentiel et temporel ont été implémentés en fortran 90, ; ils permettent de résoudre les équations du mouvement présentées en II-2-4 L'intérêt de cette double implémentation est de pouvoir vérifier les deux modèles en les comparant entre eux.

III – Résultats numériques et estimation de la matrice de production

Le modèle ‘Wave to Wire’ numérique développé permet de résoudre les équations du mouvement pour des houles régulières et irrégulières, et permet ainsi d'effectuer les calculs suivants :

- calcul des mouvements globaux ainsi que des mouvements de tangage de chaque tronçon du Pelamis PII
- calcul des puissances instantanées, des efforts d'excitation, des efforts dans le système de conversion d'énergie (‘Power take Off’ (PTO)),
- calcul des fonctions de transfert (RAO), de la matrice de puissance, de la puissance moyenne annuelle absorbée sur un site donné.

III – 1 Vérifications numériques, tests de validation du modèle

o Tests sur les fréquences propres

Le test est effectué en affectant des valeurs très élevées ($\sim 10^{10}$) aux coefficients B_{PTO} et K_{PTO} . Le Pelamis se comporte alors comme un seul corps rigide, comme le montre la RAO en tangage Fig.6. La fréquence propre en pilonnement du système est donnée par :

$$\omega_{0,z} = \sqrt{\frac{K_{22}}{M_{22} + CMc_{22}(\omega_{0,z})}}$$

En résolvant cette équation, le calcul de $\omega_{0,z}$ fournit $\omega_{0,z}=1.88\text{rd/s}$. La RAO en pilonnement du PELAMIS rigide est calculée avec le modèle fréquentiel – voir Fig.6. Nous constatons ici le très bon accord entre la fréquence propre en pilonnement observée sur la RAO et le calcul ci-dessus.

Egalement, on observe sur la RAO en pilonnement du Pelamis rigide par houle de face que le mouvement du flotteur s'annule à 10.7s lorsque la longueur d'onde de la houle est égale à la longueur du Pelamis. On observe également les harmoniques associés à $T=7.6\text{s}$ (ie $\lambda=90\text{m}$), $T=6.2\text{s}$ (ie $\lambda=60\text{m}$).

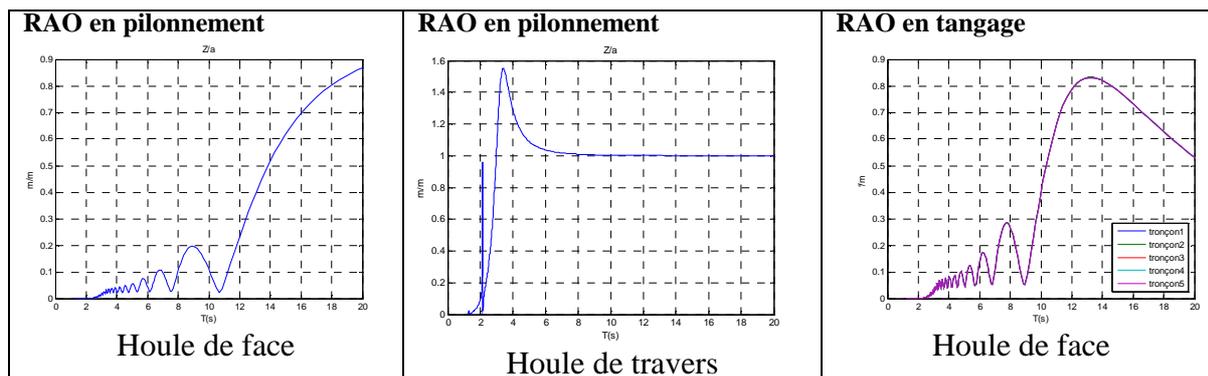


Figure 6 : RAO en pilonnement et tangage du PELAMIS PII rigide

○ Comparaison des modèles temporel et fréquentiel

L'équation du mouvement a été résolue en utilisant un modèle fréquentiel et un modèle temporel. Les calculs de RAO effectués –illustrés en utilisant ici un amortissement de PTO $B_{PTO}=2,5^{\circ}8 \text{ N.rd}^{-1}.s$ et une raideur de PTO $K_{PTO}=0$ - montrent l'égalité des résultats obtenus sur toute la gamme de fréquences de houle (voir Fig.7), tant sur les mouvements de pilonnement que sur les mouvements de tangage de chaque tronçon du PELAMIS.

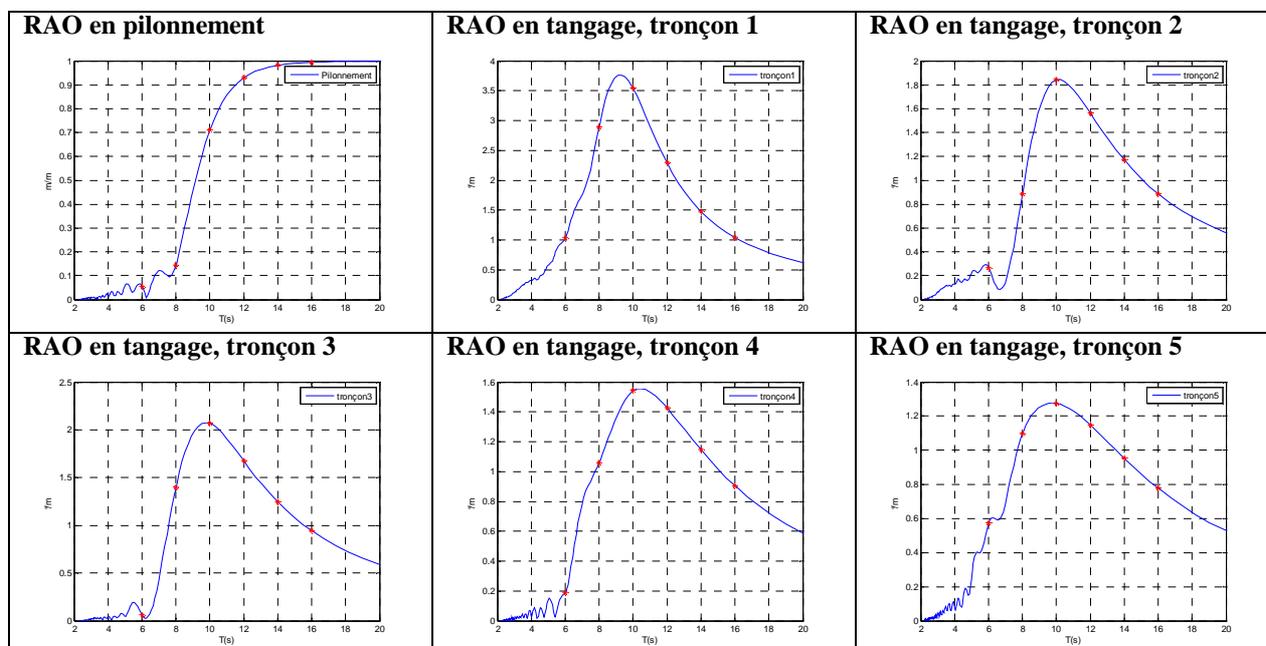


Figure 7 : RAO en pilonnement et tangage, comparaison des modèles fréquentiel (en bleu) et temporel (en rouge discontinu)

III – 2 RAO et fonctions puissance

La Figure 8 montre les RAO et fonctions puissance calculées avec les paramètres de PTO suivants : $B_{PTO}=2,5.10^8 \text{ N.rd}^{-1}.s$, $K_{PTO}=0$. Ces valeurs numériques ont été sélectionnées car ce sont celles qui permettent - à B_{PTO} et K_{PTO} fixés - de maximiser la puissance absorbée sur le site de l'île d'Yeu (puissance absorbée sur le site en moyenne annuelle : 197.4kW)

Avec ces paramètres de PTO, l'on constate sur les RAO en tangage des réponses relativement inhomogènes entre les différents tronçons, tant sur l'amplitude de la réponse que sur la fréquence du pic de la RAO. Pour une valeur de B_{PTO} de deux ordres de grandeur plus petite ($2.10^6 \text{ N.rd}^{-1}.s$), le pic de réponse en tangage des 5 tronçons se situe alors autour de $T=6.8s$; l'amplitude de la réponse est plus élevée, et les amplitudes de réponses des différents tronçons sont plus homogènes. Les résultats observés pour $B_{PTO}=2,5.10^8 \text{ N.rd}^{-1}.s$, $K_{PTO}=0$ montrent qu'il peut être bénéfique d'améliorer le modèle en affectant à chaque articulation des valeurs différentes et optimisées de B_{PTO} afin d'optimiser la puissance absorbée.

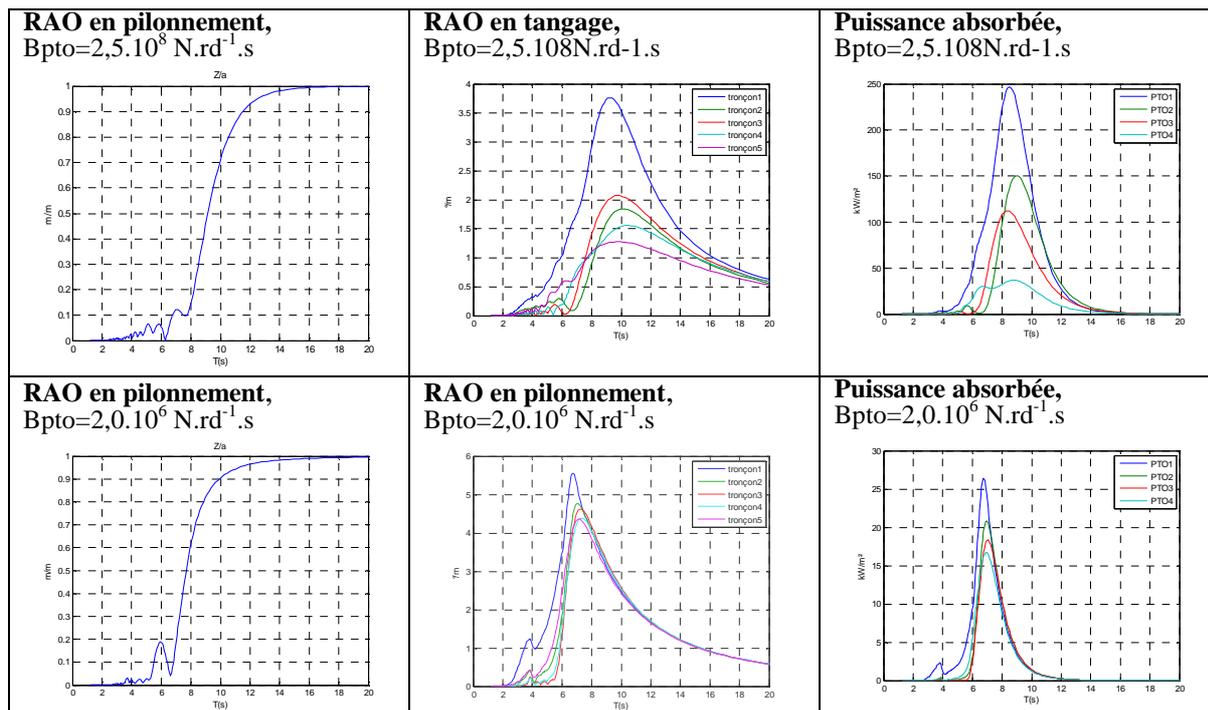
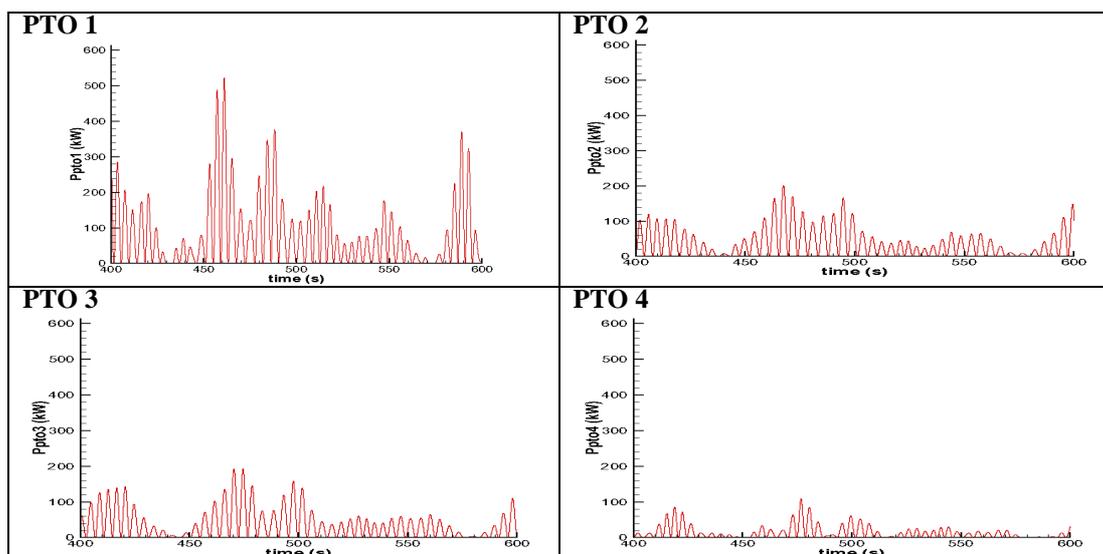


Figure 8 : Fonctions de transfert en pilonnement et tangage, et fonctions puissance du Pelamis pour deux réglages différents du convertisseur d'énergie.

III-3 Réponse temporelle et flux de puissance instantanée

Dans le cadre du projet SEAWATT R&D, pour le dimensionnement du dispositif de stockage d'énergie, il est nécessaire de disposer des signaux temporels, et notamment des flux de puissance instantanés. Illustrons ici (Fig.9) les résultats de calcul de flux de puissance instantanée sur chaque élément de PTO sur un exemple de houle irrégulière $T_p=9s$ et $H_s=2m$, avec $B_{PTO}=1,7.10^8 \text{ N.rd}^{-1}.s$ (valeur optimisée du B_{PTO} pour cet état de mer).



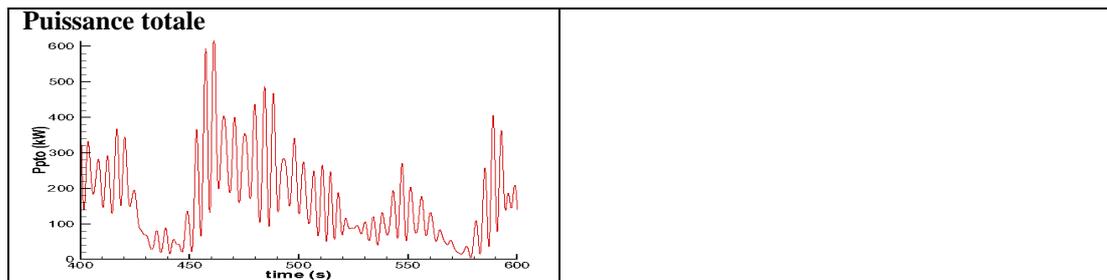


Figure 9 : Flux de puissance instantanée pour une houle irrégulière de $T_p=9s$ et $H_s=2m$

III-4 Matrice de puissance et indicateurs économiques

o Matrice de puissance

Des spectres de JONSWAP ont été utilisés pour effectuer les simulations en houle irrégulière. La matrice de puissance a été déterminée en simulant la réponse du PELAMIS pour chaque état de mer, sur une durée de 1200s. Une boucle d'optimisation du PTO a été implémentée afin de maximiser la puissance absorbée sur chaque état de mer.

La matrice de puissance calculée du PELAMIS PII (fig.10) a ensuite été comparée à celle du PELAMIS PI disponible dans la littérature. Les différences observées entre les 2 matrices sont cohérentes avec les résultats attendus: En effet, le PELAMIS PII, plus long et de plus grand diamètre, présente des puissances absorbées supérieures à celles du PI pour des houles de période de pic $T_p \geq 9s$.

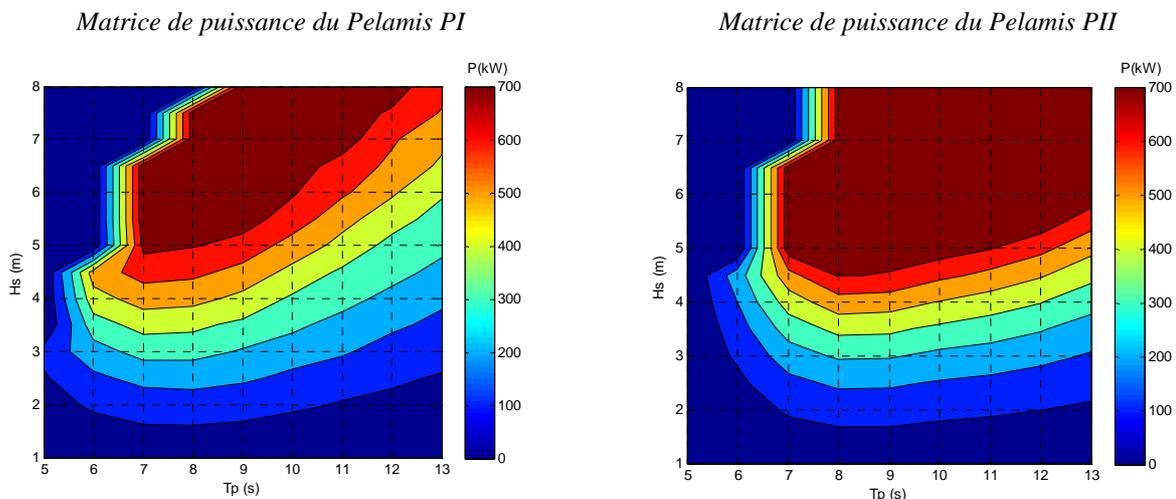


Figure 10 : Comparaison des matrices de puissance des PELAMIS PI (issue de la littérature) et PII calculée

o Energie annuelle absorbée et indicateurs économiques

Les modèles numériques développés permettent de calculer la puissance moyenne annuelle absorbée par le Pelamis sur un site donné et d'estimer les critères suivants : Energie absorbée par unité de masse, énergie absorbée par unité de surface, et énergie absorbée par unité d'effort de PTO, pour chaque articulation.

A partir de la matrice de puissance et des statistiques de houle annuelle, la puissance moyenne annuelle absorbée par le Pelamis PII a été calculée dans un premier temps sur le site l'Île d'Yeu. La figure 11 montre le scatter diagram de l'Île d'Yeu, la puissance moyenne absorbée sur le site, ainsi que les critères de production calculés. Sur un site à $26,8kW/m$, avec une distribution fréquentielle illustrée sur le scatter diagram du site Figure 11, la puissance moyenne absorbée est de l'ordre de $220kW$.

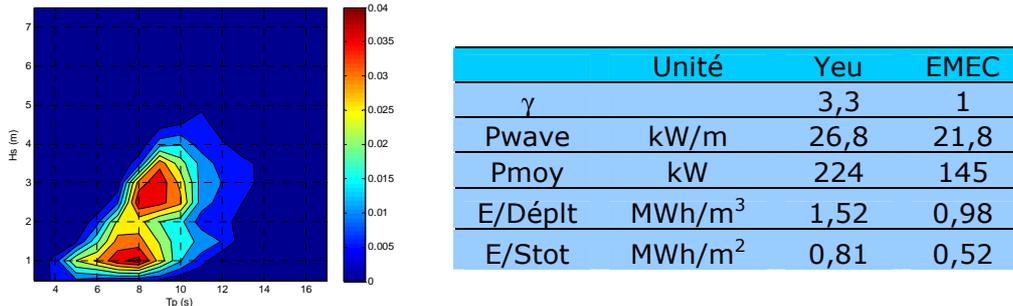


Figure 11 : Scatter diagram de l'Ile d'Yeu et critères de production calculés sur les sites de l'Ile d'Yeu et EMEC

IV – Conclusion

Dans cette étude, nous avons développé pour le projet SEAWATT R&D un modèle numérique temporel Wave to Wire du PELAMIS P2.

Le développement conjoint d'un modèle numérique fréquentiel et temporel du Pelamis P2 a permis d'effectuer une première vérification du modèle développé par confrontation des 2 approches. Les principaux résultats de l'étude sont les suivants :

- Comparaison avec la matrice de puissance du Pelamis PI : Des différences sont observées entre notre estimation de la matrice de puissance du Pelamis PII et la matrice de puissance du Pelamis PI issue de la littérature. Ces différences sont cohérentes : le Pelamis PII plus long et de plus grand diamètre présente des puissances absorbées supérieures à celles du PI pour des houles de période de pic $T_p \geq 9s$.
- La puissance moyenne absorbée calculée sur un site à 26kW/m (site au large de l'Ile d'Yeu) est de l'ordre de 220kW

Ces résultats indiquent que le modèle numérique temporel est actuellement apte à prédire correctement la réponse du système, et est à donc à même de fournir les données nécessaires au dimensionnement du système de stockage dans la suite du projet.

Dans le modèle numérique actuel, les coefficients de PTO sont identiques sur les 4 articulations du PELAMIS PII, or les résultats des simulations (Fig.8) montrent qu'il pourrait être bénéfique d'optimiser les valeurs des coefficients de PTO sur chaque articulation. Ce point constitue une perspective d'amélioration du modèle que nous implémenterons pour la suite du projet.

Références

- [1] A.Babarit, J.Hals, M.J.Muliawan, A.Kurniawan, T.Moan, J. Krokstad. Numerical benchmarking study of a selection of wave energy converters. *Renewable Energy* 41 (2012)
- [2] G.Delhommeau, code de tenue à la mer AQUAPLUS
- [3] www.pelamiswave.com
- [4] B.Molin 2002. Hydrodynamique des structures offshore. Guide pratique sur les ouvrages en mer, Editions TECHNIP