



# 12<sup>èmes</sup> Journées de l'Hydrodynamique

## Nantes , 17-19 novembre 2010

### Couplage fluide-structure partitionné avec une chaîne de calculs open-source

#### *Partitioned fluid-structure interaction with open-source tools*

C. YVIN\*

\* SIREHNA, BP 42105, 44321 NANTES Cedex 3, France  
*camille.yvin@sirehna.com*

1<sup>er</sup> octobre 2010

#### Résumé

L'étude de manière dissociée des interactions entre un solide déformable et un fluide est parfois impossible, notamment dans le cas de problèmes fortement couplés. Il est alors nécessaire de résoudre le problème fluide-structure dans sa globalité. L'approche partitionnée, qui consiste à faire communiquer deux solveurs distincts, chacun résolvant le problème d'un milieu, est une bonne solution en termes de simplicité, de disponibilité et permet de tirer profit des solveurs déjà existants. L'objet de ces travaux est la programmation et la vérification d'une chaîne de calculs fluide-structure utilisant des outils open-source : Code\_Aster et OpenFOAM. Les cas d'un appendice flexible au sein d'un écoulement et d'une cavité avec fond flexible sont utilisés pour la validation des algorithmes de couplage. Un algorithme explicite avec prédicteur ainsi qu'un algorithme implicite sont implémentés.

#### Summary

The separated study of the interactions between a fluid and a flexible solid is sometimes impossible, especially in matter of a strongly coupled fluid-structure interaction problem. In that case, the full-problem has to be solved. The partitioned approach, which results in a communication between two different codes, each one solving the problem of one field, is a good solution in terms of simplicity and availability and allows the programmer to take advantage of existing codes. The aim of this work is to use open-source softwares to code and check this partitioned approach. To validate the coupling algorithms, two cases are used : a flexible appendix in a flow and a cavity with a flexible-bottom. An explicit algorithm with a predictor and an implicit algorithm are examined.

## I – Introduction

Les études numériques pouvant être réalisées à l’heure actuelle sont de plus en plus complexes allant jusqu’à faire intervenir plusieurs milieux aux propriétés très différentes. Dans notre cas, ce sera un fluide et un solide. Ces milieux peuvent avoir des interactions fortes entre eux, ce qui empêche d’étudier le problème complet de manière découplée. Se pose alors la question des moyens disponibles pour résoudre ce type de problème. On se rend facilement compte que la grande différence de comportement entre ces deux milieux est telle qu’il est courant d’utiliser des formulations mathématiques différentes pour modéliser leur comportement physique. Ainsi, une vision Eulérienne s’appuyant sur une modélisation en volumes finis est couramment utilisée pour le milieu fluide alors qu’on utilisera plus naturellement une vision Lagrangienne s’appuyant sur une modélisation en éléments finis pour le milieu solide. A l’heure actuelle, il existe de nombreux codes possédant les caractéristiques décrites précédemment avec des modélisations de plus en plus complexes (par exemple : non-linéarité géométrique et matériau pour le solide et modélisation de la turbulence pour le fluide). Il est donc intéressant de pouvoir exploiter les modélisations complexes de chacun de ces codes, modélisations qu’on ne retrouve pas au sein d’un code unique. La solution envisagée est de mettre en place une communication des informations importantes entre deux solveurs distincts. Cette approche est appelée couplage partitionné. Pour cela, deux codes open-source ont été utilisés : le solveur OpenFOAM<sup>®</sup> (Open Field Operation and Manipulation) et le solveur thermo-mécanique Code\_Aster<sup>®</sup><sup>1</sup>.

## II – Présentation des codes utilisés

### II – 1 Code structure

Le choix du code de calculs résolvant le problème du comportement du solide s’est porté sur Code\_Aster<sup>®</sup> [4] qui est placé sous licence GNU-GPL (GNU General Public License) depuis dix ans. Ce dernier est développé par EDF Recherche & Développement. Il est codé en Fortran/Python et utilise une modélisation en éléments finis. Code\_Aster<sup>®</sup> permet de réaliser principalement des études mécaniques, thermiques ou acoustiques, qu’elles soient indépendantes ou couplées. Ce code possède un niveau de validation important qu’il est difficile de retrouver dans le monde de l’open-source. On peut citer les caractéristiques suivantes : prise en compte de non-linéarités géométriques ou matériaux, étude statique ou dynamique non-linéaire, étude modale, *etc.*

### II – 2 Code fluide

Le code de calculs utilisé est OpenFOAM<sup>®</sup> du fait de sa très grande ouverture [3]. C’est un code ouvert basé sur un principe de « framework » de développement pour solveurs CFD (Computational Fluid Dynamics). L’ouverture est un point clé du couplage partitionné du fait de la nécessité d’avoir accès facilement aux différents champs (déplacements, efforts, *etc.*). OpenFOAM<sup>®</sup> est développé par une société commerciale, OpenCFD, et est codé en C++. Il est parallélisable et possède les caractéristiques d’un code CFD standard : modélisation par volumes finis, modèles de viscosité, de turbulence, formulation ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian), multiphasique dont la méthode VOF (Volume Of

---

<sup>1</sup>ASTER signifie « Analyses des Structures et Thermo-mécanique pour des Études et des Recherches ».

Fluid), discrétisations spatiales et temporelles du second ordre, solveurs de modification de maillage, *etc.*

### III – Le couplage fluide-structure partitionné

#### III – 1 Deux approches différentes

Afin de comprendre la problématique du couplage partitionné, il est nécessaire de le comparer au couplage dit monolithique qui consiste à modéliser et résoudre d'un seul bloc les différentes équations du problème. Il est le plus rigoureux car il propose un couplage fort entre les deux milieux mais pose de nombreux problèmes d'implémentation et de résolution qui résultent des comportements différents des milieux. Ceci est néanmoins possible [11], [1] et [6] (avec surface libre). Ils sont souvent utilisés comme résultats de référence.

Le couplage partitionné permet de s'affranchir de ces difficultés et permet d'utiliser de manière plus transparente des modélisations complexes pour chacun des milieux. Cependant, le fait de diviser le problème initial en deux sous-problèmes (étude du comportement du fluide et du solide) entraîne une perte d'informations au niveau de l'influence qu'exerce chacun des milieux sur l'autre. Il va donc être nécessaire de mettre en place un algorithme de couplage afin de minimiser cette perte d'informations. La différence entre un couplage monolithique et un couplage partitionné est présentée par la figure 1.

#### III – 2 Les acteurs du couplage partitionné

Lors d'un couplage partitionné fluide-structure, il existe une troisième dynamique autre que le fluide et le solide qui entre en jeu : le maillage. Cette dynamique entre en jeu par le biais de la formulation ALE qui permet d'utiliser un maillage dynamique avec une vision Eulérienne (utilisé pour l'étude du comportement du fluide). Ainsi, les frontières du domaine fluide vont être Lagrangiennes alors que l'intérieur du domaine sera en « pseudo-Eulérien » (L'écriture des équations de Navier-Stokes en repère mobile fait apparaître la vitesse du maillage dans les termes de convection.). Ainsi trois codes différents sont utilisés : un solveur CSD (Computational Structure Dynamics), un solveur CFD et un solveur CMD (Computational Mesh Dynamics). Ces trois solveurs sont exécutés de manière itérative par le biais d'un contrôleur permettant d'exécuter l'algorithme de couplage et le transfert d'informations (figure 2). Dans notre cas, les informations physiques importantes sont la cinématique de la frontière ainsi que les efforts y transitant. A cela, il faut rajouter la vitesse du maillage dans la totalité du domaine fluide (résultat du solveur CMD).

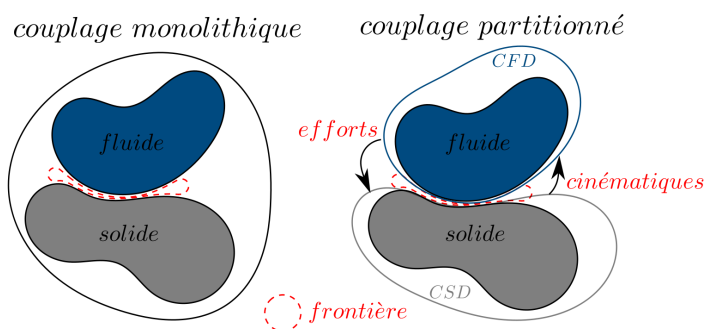


Figure 1 – 2 approches différentes

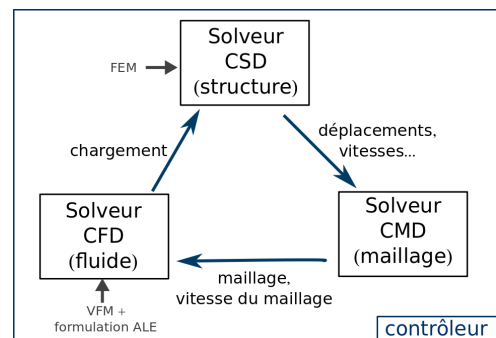


Figure 2 – Couplage partitionné

### III – 3 Les algorithmes de couplages

La mise en place de l’algorithme de couplage est le point critique d’un couplage fluide-structure partitionné. Selon les caractéristiques de cet algorithme, on pourra qualifier le couplage de faible (algorithme explicite) ou fort (algorithme implicite). La présentation mathématique des algorithmes de couplage mis en place est présentée ci-dessous. Pour cela, on s’appuiera très fortement sur [2].

#### III – 3.1 Généralités

Notations utilisées :

- $\Omega_f$  le domaine fluide
- $\Omega_s$  le domaine structure
- $\Gamma$  la frontière entre ces deux domaines
- $\mathbf{n}$  le vecteur normal à la frontière extérieure au domaine structure
- $T_N$  le temps à l’itération N
- $\mathbf{d}$  le vecteur déplacement
- $\mathbf{u}$  le vecteur vitesse ( $\dot{\mathbf{d}}$ )
- $\boldsymbol{\lambda}$  le vecteur des efforts surfaciques

On définit également 2 opérateurs. L’opérateur de Steklov-Poincaré s’appliquant au fluide, noté  $\mathcal{S}_f$ , permet d’obtenir les efforts s’exerçant à la frontière à partir des déplacements de cette dernière. Il représente une simulation CMD précédée d’une simulation CFD c’est à dire une étude du comportement du fluide en modélisation ALE.

$$\mathcal{S}_f(\mathbf{d}_f) = \boldsymbol{\lambda}_f \quad (1)$$

L’opérateur de Poincaré-Steklov s’appliquant au solide, noté  $\mathcal{S}_s^{-1}$ , permet d’obtenir les déplacements de la frontière à partir des efforts s’exerçant sur la structure. Il représente une simulation CSD c’est à dire une résolution du PFD sur la structure.

$$\mathcal{S}_s^{-1}(\boldsymbol{\lambda}_s) = \mathbf{d}_s \quad (2)$$

L’équation de continuité en déplacement de la frontière (équation 3) et le principe d’action-réaction au niveau de la frontière (équation 4) sont :

$$\mathbf{d}_s = \mathbf{d}_f = \mathbf{d}_\Gamma \quad \text{sur} \quad \Gamma \times [0; T] \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_s + \boldsymbol{\lambda}_f = 0 \quad \text{sur} \quad \Gamma \times [0; T] \quad (4)$$

On reformule le problème de couplage fluide-structure (équation 3 et 4) en utilisant l’opérateur de Steklov-Poincaré et son inverse, l’opérateur de Poincaré-Steklov. On trouve une équation de type point fixe résumant le problème couplé (équation 6).

$$\mathcal{S}_f(\mathbf{d}_\Gamma) + \mathcal{S}_s(\mathbf{d}_\Gamma) = 0 \quad \text{sur} \quad \Gamma \times [0; T] \quad (5)$$

$$\mathcal{S}_s^{-1}(-\mathcal{S}_f(\mathbf{d}_\Gamma)) = \mathbf{d}_\Gamma \quad \text{sur} \quad \Gamma \times [0; T] \quad (6)$$

Pour résoudre ce type d’équation (on suppose qu’il existe une solution), il est possible d’utiliser des algorithmes itératifs comme celui de Picard (méthode des substitutions successives). A partir de maintenant, on notera  $\mathbf{d}_N = \mathbf{d}_\Gamma$  et  $\boldsymbol{\lambda}_N = \boldsymbol{\lambda}_\Gamma$  à l’instant  $T_N$ . On notera également par  $\mathcal{G}$  une itération de Picard, c’est à dire :

$$\mathcal{G} = \mathcal{S}_s^{-1} \circ -\mathcal{S}_f \quad (7)$$

### III – 3.2 Algorithme explicite avec prédicteur

La mise en place d'un algorithme explicite est une première étape dans la programmation d'une telle chaîne de calculs. La résolution d'une simple itération de Picard entre  $T_N$  et  $T_{N+1}$  ne permet pas de conserver correctement l'énergie du système. Sous forme mathématique, cela correspondrait à résoudre :

$$\mathbf{d}_{N+1} = \mathcal{S}_s^{-1}(-\mathcal{S}_f(\mathbf{d}_N)) \quad (8)$$

L'ajout d'un prédicteur de déplacement  $\mathcal{P}$  permet d'améliorer les performances de l'algorithme de couplage. Il permet également, comme il est montré ci-dessous, d'avoir une estimation de l'énergie créée ou détruite au niveau de l'interface fluide-structure. Les étapes de cet algorithme sont présentées par l'algorithme 1. Il est sous sa formulation mathématique équivalent à :

$$\mathbf{d}_{N+1} = \mathcal{S}_s^{-1}(-\mathcal{S}_f(\mathbf{d}_{N+1}^{\mathcal{P}})) \quad (9)$$

---

#### Algorithme 1 – Algorithme explicite avec prédicteur

---

##### ENTRÉES:

Temps initial  $T_{init}$ , temps final  $T_{fin}$ , compteur initial  $N_0$ , intervalle de temps de couplage  $\Delta t$ , état du solide et du fluide à l'instant  $T_{init}$ .

- 1:  $T \leftarrow T_{init}$
  - 2:  $N \leftarrow N_0$
  - 3: **tantque**  $T < T_{fin}$  **faire**
  - 4: Prédiction du déplacement :  $\mathbf{d}_{N+1}^{\mathcal{P}} = \mathcal{P}(\mathbf{d}_N, \mathring{\mathbf{d}}_N, \mathbf{d}_{N-1}, \dots)$
  - 5: Résolution du problème fluide :  $\boldsymbol{\lambda}_{N+1} = \mathcal{S}_f(\mathbf{d}_{N+1}^{\mathcal{P}})$
  - 6: Résolution du problème de structure :  $\mathbf{d}_{N+1} = \mathcal{S}_s^{-1}(\boldsymbol{\lambda}_{N+1})$
  - 7:  $N \leftarrow N + 1$  et  $T \leftarrow T + \Delta t$
  - 8: **fin tantque**
- 

On peut remarquer qu'il n'y a plus le décalage en temps par rapport à l'algorithme explicite simple. Le prédicteur en déplacement introduit est de la forme :

$$\mathcal{P}(\mathbf{d}_N, \mathring{\mathbf{d}}_N, \mathring{\mathbf{d}}_{N-1}) = \mathcal{P}(\mathbf{d}_N, \mathbf{u}_N, \mathbf{u}_{N-1}) = \mathbf{d}_N + \alpha_0 \Delta t \mathbf{u}_N + \alpha_1 \Delta t (\mathbf{u}_N - \mathbf{u}_{N-1}) \quad (10)$$

Afin d'avoir un prédicteur du second d'ordre, on utilisera  $\alpha_0 = 1$  et  $\alpha_1 = 0.5$  [2], ce qui correspond à :

$$\mathbf{d}_{N+1}^{\mathcal{P}} = \mathbf{d}_N + \frac{\Delta t}{2} (3\mathbf{u}_N - \mathbf{u}_{N-1}) \quad (11)$$

Des prédicteurs d'ordre 0 ( $\alpha_0 = 0$  et  $\alpha_1 = 0$ ) et du premier ordre ( $\alpha_0 = 1$  et  $\alpha_1 = 0$ ) pourront également être utilisés. Le déplacement  $\mathbf{d}_{N+1}$  n'a aucune raison a priori d'être égal au déplacement prédit  $\mathbf{d}_{N+1}^{\mathcal{P}}$  ce qui peut entraîner des instabilités dans des cas extrêmes [5]. La condition cinématique à l'interface n'est donc plus respectée puisque le solveur CFD ne voit pas le même déplacement que le solveur CSD. Si l'estimation du déplacement prédit par le prédicteur n'est pas assez précise et robuste, il y a une trop forte dissipation ou création d'énergie au niveau de l'interface. Pour passer de  $T_N$  à  $T_{N+1}$  au niveau du solveur structure, on applique les efforts moyennés :

$$\boldsymbol{\lambda}_N^* = \frac{\boldsymbol{\lambda}_N + \boldsymbol{\lambda}_{N+1}}{2} \quad (12)$$

La combinaison des efforts moyennés et du prédicteur du deuxième ordre en déplacement est appelée « règle du trapèze et des forces ajustées » et est un algorithme couramment utilisé. L'algorithme explicite avec prédicteur permet d'estimer l'erreur commise en terme d'énergie au niveau de l'interface fluide-structure. Entre  $T_N$  et  $T_{N+1}$ , le fluide reçoit l'énergie  $\Delta_e^f$  (équation 13) alors que la structure va, quant à elle, fournir l'énergie  $\Delta_e^s$  (équation 14). L'erreur commise entre  $T_N$  et  $T_{N+1}$  en terme d'énergie est notée  $\Delta_e$  (équation 15).

$$\Delta_e^f = \int_{\Gamma} \boldsymbol{\lambda}_N^* \cdot (\mathbf{d}_{N+1}^P - \mathbf{d}_N^P) d\Gamma \quad (13)$$

$$\Delta_e^s = \int_{\Gamma} -\boldsymbol{\lambda}_N^* \cdot (\mathbf{d}_{N+1} - \mathbf{d}_N) d\Gamma \quad (14)$$

$$\Delta_e = \Delta_e^f + \Delta_e^s \quad (15)$$

### III – 3.3 Algorithme implicite de type point-fixe

Le caractère explicite de l'algorithme précédent entraîne nécessairement une erreur en énergie comme l'a souligné le paragraphe précédent. Cette erreur résulte de la différence entre le déplacement appliqué au solveur CFD (déplacement prédit) et le déplacement réel qui est évalué par le solveur CSD. Cette différence est inévitable : le solveur CSD ne connaît pas la « masse » de fluide que la structure va déplacer. C'est l'effet de « masse ajoutée » qui apparaît : l'inertie de la structure est modifiée car elle se déplace dans un fluide possédant une masse. Afin de modéliser un couplage fluide-structure cohérent lorsque les inerties de la structure et du fluide « déplacé » sont du même ordre de grandeur, il existe deux possibilités : modifier artificiellement l'inertie de la structure pour prendre en compte la « masse de fluide » déplacée ou faire en sorte que le déplacement de l'interface prédit soit égal au déplacement réel par une méthode itérative.

La difficulté de modéliser la « masse ajoutée » suggère de se tourner vers la seconde solution qui consiste, en termes mathématiques, à mettre en place un algorithme implicite itératif. La méthode utilisée est la méthode des itérations de Picard (équation 16). Ainsi, on réalisera  $k$  itérations jusqu'à un critère de convergence posé arbitrairement (équation 17). Le critère est appliqué ici au maximum de la norme euclidienne des résidus.

$$\mathbf{u}_{N+1}^{(k+1)} = \mathcal{G}(\mathbf{u}_{N+1}^{(k)}) \quad (16)$$

$$\left\| \mathbf{r}_{N+1}^{(k)} \right\| = \left\| \mathbf{u}_{s,N+1}^{(k)} - \mathbf{u}_{f,N+1}^{(k)} \right\| = \left\| \mathcal{G}(\mathbf{u}_{N+1}^{(k)}) - \mathbf{u}_{N+1}^{(k)} \right\| \leq \epsilon \quad (17)$$

Deux questions se posent : comment initialiser  $\mathbf{u}_{N+1}^{(0)}$  et comment améliorer la convergence ? Pour l'initialisation, on utilisera le prédicteur décrit précédemment. Pour améliorer la convergence et la stabilité de l'algorithme, on utilisera la méthode de relaxation de Aitken qui semble donner de bons résultats [2] [9] pour une implémentation relativement facile. Elle consiste à nuancer le déplacement  $\mathbf{u}_{N+1}^{(k+1)}$  par un coefficient de relaxation dynamique :  $\alpha^{(k)}$  ([2] pour une présentation détaillée).

$$\mathbf{u}_{N+1}^{(k+1)} = \mathbf{u}_{N+1}^{(k)} + \alpha^{(k)} \left( \mathcal{G}(\mathbf{u}_{N+1}^{(k)}) - \mathbf{u}_{N+1}^{(k)} \right) = \mathbf{u}_{N+1}^{(k)} + \alpha^{(k)} \mathbf{r}_{N+1}^{(k)} \quad (18)$$

avec :

$$\alpha^{(k)} = -\alpha^{(k-1)} \frac{\mathbf{r}_{N+1}^{(k-1)} \cdot \left( \mathbf{r}_{N+1}^{(k)} - \mathbf{r}_{N+1}^{(k-1)} \right)}{\left\| \mathbf{r}_{N+1}^{(k)} - \mathbf{r}_{N+1}^{(k-1)} \right\|^2} \quad (19)$$

**ENTRÉES:**

Temps initial  $T_{init}$ , temps final  $T_{fin}$ , compteurs initiaux  $N_0$  et  $k_0$ , intervalle de temps de couplage  $\Delta t$ , état du solide et du fluide à l'instant  $T_{init}$ .

- 1:  $T \leftarrow T_{init}$
  - 2:  $N \leftarrow N_0$
  - 3: **tantque**  $T < T_{fin}$  **faire**
  - 4:    $k \leftarrow k_0$
  - 5:   Prédiction du déplacement :  $\mathbf{d}_{N+1}^{(0)} = \mathcal{P}(\mathbf{d}_N, \mathring{\mathbf{d}}_N, \mathbf{d}_{N-1}, \dots)$
  - 6:   **répéter**
  - 7:     Réalisation d'une itération de Picard :  $\mathcal{G}(\mathbf{u}_{N+1}^{(k)})$
  - 8:     Evaluation des résidus :  $\mathbf{r}_{N+1}^{(k)} = \mathcal{G}(\mathbf{u}_{N+1}^{(k)}) - \mathbf{u}_{N+1}^{(k)}$
  - 9:     Evaluation des coefficients de relaxation de Aitken :  $\alpha^{(k)}$
  - 10:    Mise à jour des déplacements :  $\mathbf{u}_{N+1}^{(k+1)} = \mathbf{u}_{N+1}^{(k)} + \alpha^{(k)} \mathbf{r}_{N+1}^{(k)}$
  - 11:     $k \leftarrow k + 1$
  - 12:    **jusqu'à**  $\left\| \mathbf{r}_{N+1}^{(k)} \right\| \leq \epsilon$
  - 13:     $N \leftarrow N + 1$  et  $T \leftarrow T + \Delta t$
  - 14: **fin tantque**
- 

L'algorithme est présenté de manière globale par l'algorithme 2 et sous forme de diagramme (*cf.* figure 14) en annexe.

Une nouvelle question se pose : comment initialiser  $\alpha^{(0)}$  ? Küttler et Wall [9] proposent d'utiliser l'équation 20 où  $\alpha_0$  est un coefficient dépendant du problème et compris entre 0 et 1 exclu (proche de 0 pour des situations où l'inertie de la structure est du même ordre que l'inertie du fluide).

$$\alpha_{N+1}^{(0)} = \max(\alpha_N^{(kmax)}, \alpha_0) \quad (20)$$

## IV – Applications

Afin de valider les algorithmes de couplage, deux cas sont considérés : un appendice flexible au sein d'un écoulement et une cavité avec un fond flexible. Pour le cas d'un appendice flexible, les résultats sont comparés à ceux obtenus lors de travaux réalisés en couplage monolithique (couplage fort) ainsi qu'en couplage partitionné. L'autre cas est quant à lui un cas « académique » permettant de valider rapidement, du fait de sa simplicité, l'algorithme implicite qui demande des temps de calculs plus importants. L'influence de la technique de relaxation de Aitken ainsi que celle de l'ordre des prédicteurs sont étudiées. Il est important de noter que c'est surtout une étape de vérification et non de validation car les résultats ne sont pas comparés à des données expérimentales.

### IV – 1 Un appendice flexible au sein d'un écoulement

Ce cas test peut être considéré comme un « benchmark numérique » classique pour les problèmes de couplage fluide-structure [11] [1] [7] [10] [2]. Un appendice flexible de forme rectangulaire est placé derrière un carré indéformable. Des lâchers de tourbillons au niveau des sommets du carré vont créer successivement des dépressions et surpressions au niveau de l'appendice, et ainsi l'exciter. Les caractéristiques du fluide et de l'appendice (tableau 1) ont été choisies de telle sorte que la fréquence des lâchers tourbillonnaires soit proche des

deux premiers modes propres de l'appendice dans le vide. Le fluide est modélisé comme étant Newtonien et laminaire. Le solide est modélisé par un matériau Néo-Hookéen.

fluide		solide	
$\rho_f$	$1.18 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-3}$	$\rho_s$	$0.1 \text{ kg.m}^{-3}$
$\nu_f$	$1.54 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$	$E_s$	$2.6 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-2}$
		$\nu_s$	0.35

Tableau 1 – Un appendice flexible - Caractéristiques du fluide et du solide

La « masse » du fluide étant presque négligeable par rapport à celle de la structure, il est possible d'utiliser un algorithme de couplage explicite ([2] et figure 6). Ce problème est plan et le domaine géométrique est présenté par la figure 3. Des conditions de symétrie sont appliquées aux limites supérieure et inférieure du domaine. La vitesse en entrée est fixée à  $51.3 \text{ m.s}^{-1}$  après une rampe linéaire de durée  $1 \text{ s}$ . La vitesse est donc initialement nulle dans tout le domaine. Des conditions d'adhérence sont placées au niveau du carré et de l'appendice (adhérence cinématique pour l'appendice). La pression est fixée à 0 au niveau de la sortie. Les résultats quantitatifs concernent le déplacement de l'extrémité droite de l'appendice. L'ordre de grandeur obtenu dans les différents travaux est compris entre  $1 \text{ m}$  et  $1.2 \text{ m}$  en demi-amplitude. Ce déplacement s'effectue à une fréquence proche de la première fréquence propre de flexion de la poutre qui est analytiquement égale à  $3.03 \text{ Hz}$ .

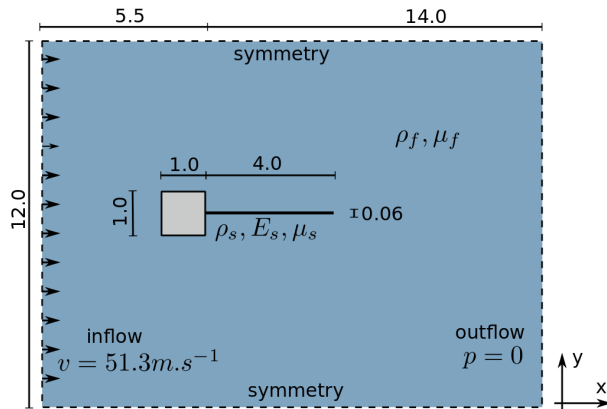


Figure 3 – Géométrie (dimensions en mètres)

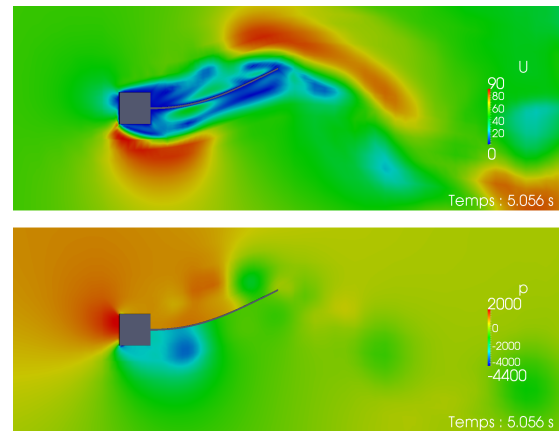


Figure 4 –  $U \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$  et  $p \text{ (Pa)}$

Un prédicteur en déplacement du deuxième ordre est utilisé. L'algorithme de couplage vitesse-pression du solveur RANSE est de type PIMPLE (Merged SIMPLE-PISO) possédant deux « boucles SIMPLE », trois « boucles PISO » avec quatre itérations de correction (non-orthogonalité) ainsi qu'un pas de temps de  $0.0002 \text{ s}$ . La discrétisation spatiale est du deuxième ordre, centrée et non-bornée. Le schéma de discrétisation temporelle est un Euler implicite. Le solide est modélisé par une poutre longue (25 éléments). L'algorithme temporel est nommé HHT (accélération moyenne modifiée, [8]) avec un coefficient  $\alpha = -0.1$  afin de filtrer les hautes fréquences numériques tout en évitant de perturber les bases fréquences. Les déformations sont de type Green-Lagrange avec un matériau de Saint-Venant Kirchhoff<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Généralisation de la loi de Hook en grandes déformations.



Une visualisation du champ de vitesse et de pression ( $T=5.056\text{ s}$ ) est présentée à la figure 4. Le déplacement du point extrémité est présenté à la figure 5 pour deux pas de temps de couplage. Les valeurs obtenues sont dans l'intervalle des autres travaux ( $2.4\text{ m}$  à  $2\text{ m}$  en amplitude à des fréquences respectives de  $3.14\text{Hz}$  et  $3.18\text{Hz}$ ).

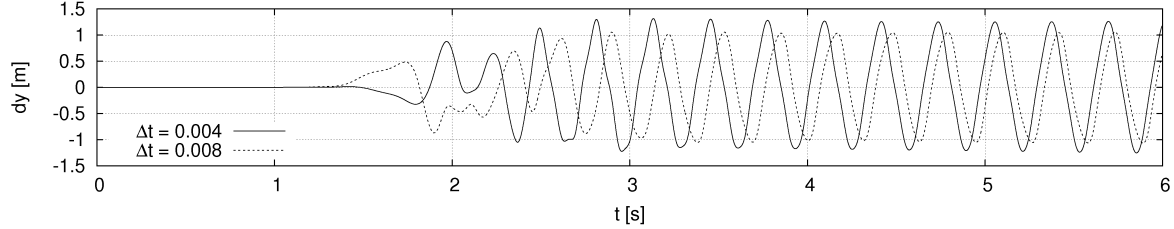


Figure 5 – Déplacement transverse du point extrémité pour deux modélisations différentes

L'influence du pas de temps de couplage (égal au pas de temps du solveur CSD) a montré plusieurs choses. Premièrement, l'utilisation d'un pas de temps plus faible montre une divergence de la solution avec un algorithme de couplage explicite (apparition de hautes fréquences numériques). Deuxièmement, on observe une augmentation de l'erreur en énergie avec une augmentation de ce pas de temps. Une augmentation de la fréquence et une diminution des déplacements sont également observées. Ces résultats sont résumés dans le tableau 2.

$\Delta t$ [s]	0.002	0.004	0.006	0.008	0.010
$\Delta_e^{moy}$ [J]	div	$1.24 \cdot 10^{-4}$	$1.24 \cdot 10^{-4}$	$1.57 \cdot 10^{-4}$	$1.53 \cdot 10^{-4}$
$\Delta_e^{max}$ [J]	div	$3.88 \cdot 10^{-4}$	$4.54 \cdot 10^{-4}$	$6.23 \cdot 10^{-4}$	$8.16 \cdot 10^{-4}$
Fréquence [Hz]	div	3.14	3.14	3.18	3.26

Tableau 2 – Influence du pas de temps

Une modification du matériau a montré que l'utilisation d'un matériau de Saint-Venant Kirchhoff ou Néo-Hookéen donnait des résultats semblables. Afin de vérifier la validité du couplage explicite, une simulation en couplage implicite a également été réalisée et a fourni des résultats identiques. Ceci est d'autant plus vérifié si on compare l'erreur en énergie commise avec l'énergie totale de la structure (somme de l'énergie cinétique et élastique) comme le montre la figure 6.

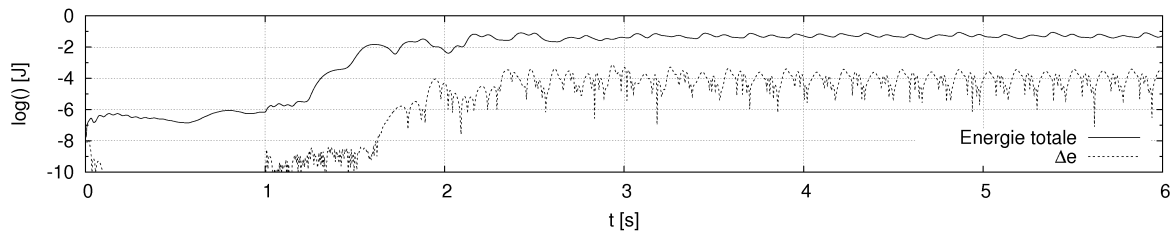


Figure 6 – Comparaison énergétique

## IV – 2 Une cavité avec un fond flexible

Cette simulation représente une extension d'un benchmark utilisé pour valider les solveurs CFD et consiste à modéliser un écoulement possédant une dominance des effets de convection, phénomènes difficiles à représenter du fait de leurs non-linéarités. Le problème

est plan. Le benchmark original consiste en une cavité de forme carrée et de longueur 1  $m$  qui est modélisée par un maillage orthogonal, structuré et uniforme de 32x32 cellules (soient 1024 cellules au total). À la limite supérieure, on impose une vitesse horizontale dont la plus classique est de 1  $m.s^{-1}$ . Sur les autres limites du domaine, une condition d'adhérence est mise en place. Pour modéliser un cas de validation avec des phénomènes de couplage fluide-structure, une paroi très flexible d'épaisseur 0.002  $m$  est placée dans la partie inférieure (figure 7) [11] [2].

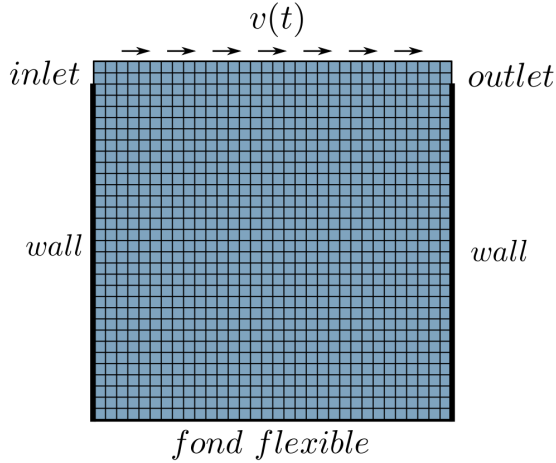


Figure 7 – Conditions aux limites

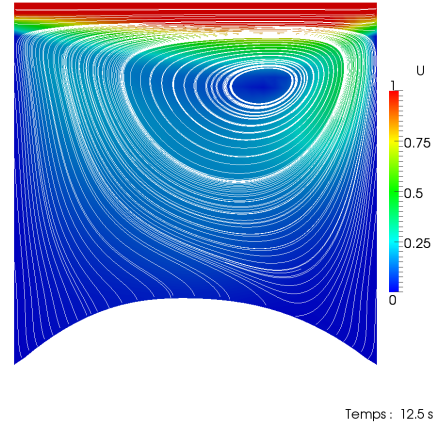


Figure 8 –  $U$  ( $m.s^{-1}$ ) à  $T = 7.5s$

On ne recherche pas un équilibre statique. La vitesse supérieure est donc modifiée ici afin d'imposer une dépendance temporelle au problème. Elle est définie par :

$$v(t) = 1 - \cos\left(2\pi\frac{t}{5}\right) \quad [m.s^{-1}] \quad (21)$$

On rajoute également une entrée et sortie de fluide (inlet et outlet) dans la partie supérieure des côtés pour ne pas être limité par l'incompressibilité du fluide. On permet ainsi au fluide de rentrer ou s'échapper librement par ces deux endroits. Afin de définir une référence à la pression, on la fixe à 0 au niveau de l'outlet. Les caractéristiques du fluide et de la structure sont présentées dans le tableau 3.

fluide		solide	
$\rho_f$	1 $kg.m^{-3}$	$\rho_s$	500 $kg.m^{-3}$
$\nu_f$	0.01 $m^2.s^{-1}$	$E_s$	250 $N.m^{-2}$
		$\nu_s$	0

Tableau 3 – Une cavité avec un fond flexible - Caractéristiques du fluide et du solide

Le fluide est modélisé comme étant Newtonien et laminaire. On modélise la structure par un maillage volumique (32 hexahédres de second ordre) et un matériau Néo-Hookéen. Les caractéristiques du matériau (module d'Young  $E_s$  faible et module de poisson  $\nu_s$  nul) ont été choisies pour que la résistance principale de la structure soit principalement liée à sa masse. Il est possible de réaliser des simulations avec des densités différentes et d'en étudier les conséquences (effet de « masse ajoutée ») sur les algorithmes de couplage [9]. L'effet de « masse ajoutée » peut être facilement quantifié ici : la masse de solide et de

fluide présent à  $T = 0$  s sont identiques (1 kg par unité de largeur). L'inertie du fluide n'est donc pas négligeable par rapport à l'inertie de la structure et l'effet de « masse ajoutée » important. Ce cas test est un bon outil de validation pour tester la convergence des algorithmes implicites car le nombre de degrés de liberté est faible. Les paramètres de la simulation sont identiques à ceux du cas précédent sauf le pas de temps du solveur CFD qui est de 0.005 s et celui du solveur CSD qui est égal à 0.1 s. Le critère de convergence est fixé à  $5 \cdot 10^{-6}$  m. Une visualisation du champ de vitesse et des lignes de courant est proposée à la figure 8. Les déplacements verticaux obtenus (figure 9) possèdent un comportement qualitatif identique à ceux obtenus par les autres travaux. Quantitativement, ils sont différents car les paramètres utilisés ne sont pas identiques (différentes modélisations de la structure sont utilisées ou alors la fixation du champ de pression n'est pas précisée). Le point important de cette simulation est l'étude de l'algorithme implicite (un algorithme explicite diverge à cause de l'effet de « masse ajoutée »).

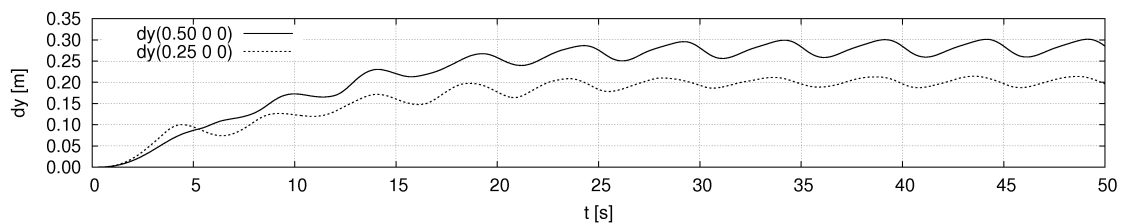


Figure 9 – Déplacements verticaux de deux points

En fixant le coefficient de relaxation ( $\alpha^{(k)} = 0.25$ ), on note que l'utilisation d'un prédicteur d'ordre élevé demande moins d'itérations pour atteindre le critère de convergence (figure 10) car la première itération aura un résidu plus faible (figure 11).

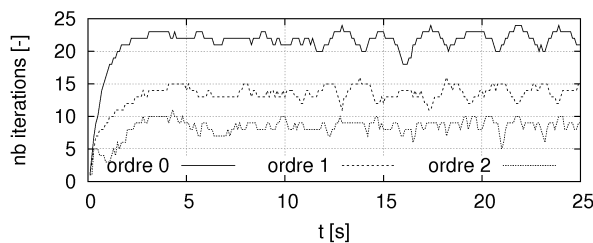


Figure 10 – Itérations ( $\alpha^{(k)} = 0.25$ )

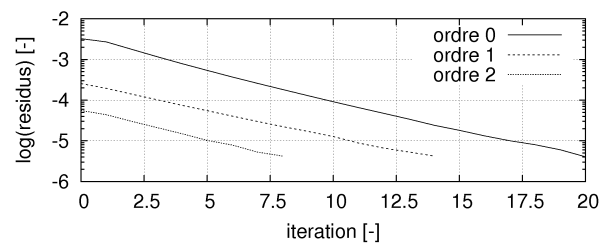


Figure 11 – Résidus à  $T = 25$  s ( $\alpha^{(k)} = 0.25$ )

En fixant l'ordre du prédicteur (ordre 0), on remarque que l'utilisation des coefficients de Aitken ( $\alpha^{(k)}$  dynamique) demande également moins d'itérations pour atteindre le critère de convergence (figure 12) du fait d'une augmentation de la vitesse de convergence (figure 13).

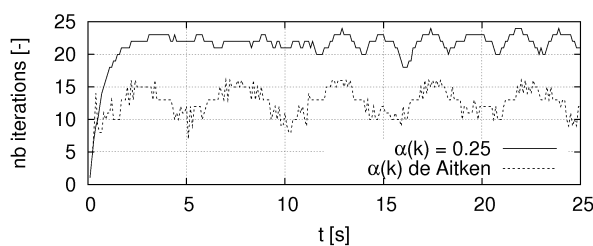


Figure 12 – Itérations (ordre 0)

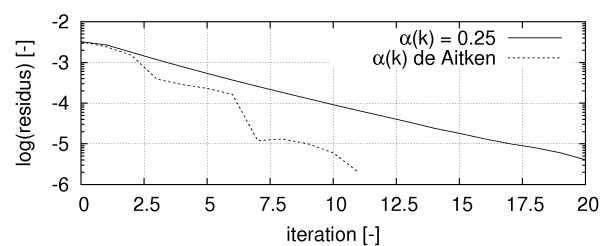


Figure 13 – Résidus à  $T = 25$  s (ordre 0)

## V – Conclusion

L'intérêt d'un couplage partitionné pour les études de couplage fluide-structure a été montré. Il est possible de valider les algorithmes de couplage sur des cas simples (laminaire, 2D) tout en conservant la possibilité de réaliser des modélisations plus complexes de manière transparente. Les algorithmes de couplage présentés résultent d'une expression du problème couplé sous la forme d'une recherche d'un point fixe. Un algorithme explicite et un algorithme implicite ont été testés. Le premier peut s'appliquer à des situations où l'effet de « masse ajoutée » est faible. Un algorithme implicite peut, quant à lui, être nécessaire mais requiert des temps de calculs plus importants. Le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre le critère de convergence peut être diminué par l'utilisation d'un prédicteur de déplacements d'ordre élevé et une technique de relaxation de Aitken.

## Références

- [1] B. HÜBNER ET AL. A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite elements. ELSEVIER. 18p., 2 Janvier 2004.
- [2] C. KASSIOTIS. Nonlinear Fluid-Structure Interaction : A Partitioned Approach And Its Application Through Component Technology. Université Paris-Est, Ecole doctorale MODES. 153p., 20 Novembre 2009.
- [3] C. PLAIS. Qui utilise openfoam? Viadeo. <http://www.viadeo.com/hub/affichefil/?hubId=0021zq4i4mp6yiq7&forumId=0021y1f7g4tajau2&threadId=0021kssrfc8frpzx>.
- [4] CODE\_ASTER. Analyse des structures et thermo-mécanique pour des études et des recherches. 15p, [http://www.code-aster.org/V2/UPLoad/DOC/Presentation/plaquette\\_aster\\_fr.pdf](http://www.code-aster.org/V2/UPLoad/DOC/Presentation/plaquette_aster_fr.pdf).
- [5] E. LONGATTE ET M. SOULI. Couplage de codes de calcul scientifique pour l'étude des interactions fluide structure en présence d'écoulements. 19ème Congrès Français de Mécanique. 6p, 2009.
- [6] E. WALHORN ET AL. Fluid-structure coupling within a monolithic model involving free surface flows. Computer and Structures 83. p.2100-2111, 2005.
- [7] G. HERMANN ET AL. Partitioned strong coupling algorithms for fluid-structure interaction. PERGAMON. 8p., 2003.
- [8] N. GREFFET. Algorithme non linéaire dynamique. R5.05.05. Code\_Aster. 148p, 2009.
- [9] U. KÜTTLER, W. A. WALL. Fixed-point fluid-structure interaction solvers with dynamic relaxation. Springer. p.61-72, 2008.
- [10] W. DETTMER ET D. PERIC. A computational framework for fluid-structure interaction : Finite element formulation and applications. Computer methods in applied mechanics and engineering. p.5754-5779, 2006.
- [11] W. WALL ET E. RAMM. Fluid-structure interaction based upon a stabilized (ALE) finite element method. Sonderforschungsbereich 404, Institut für Baustatik und Bau-dynamik. 23p., 1998.

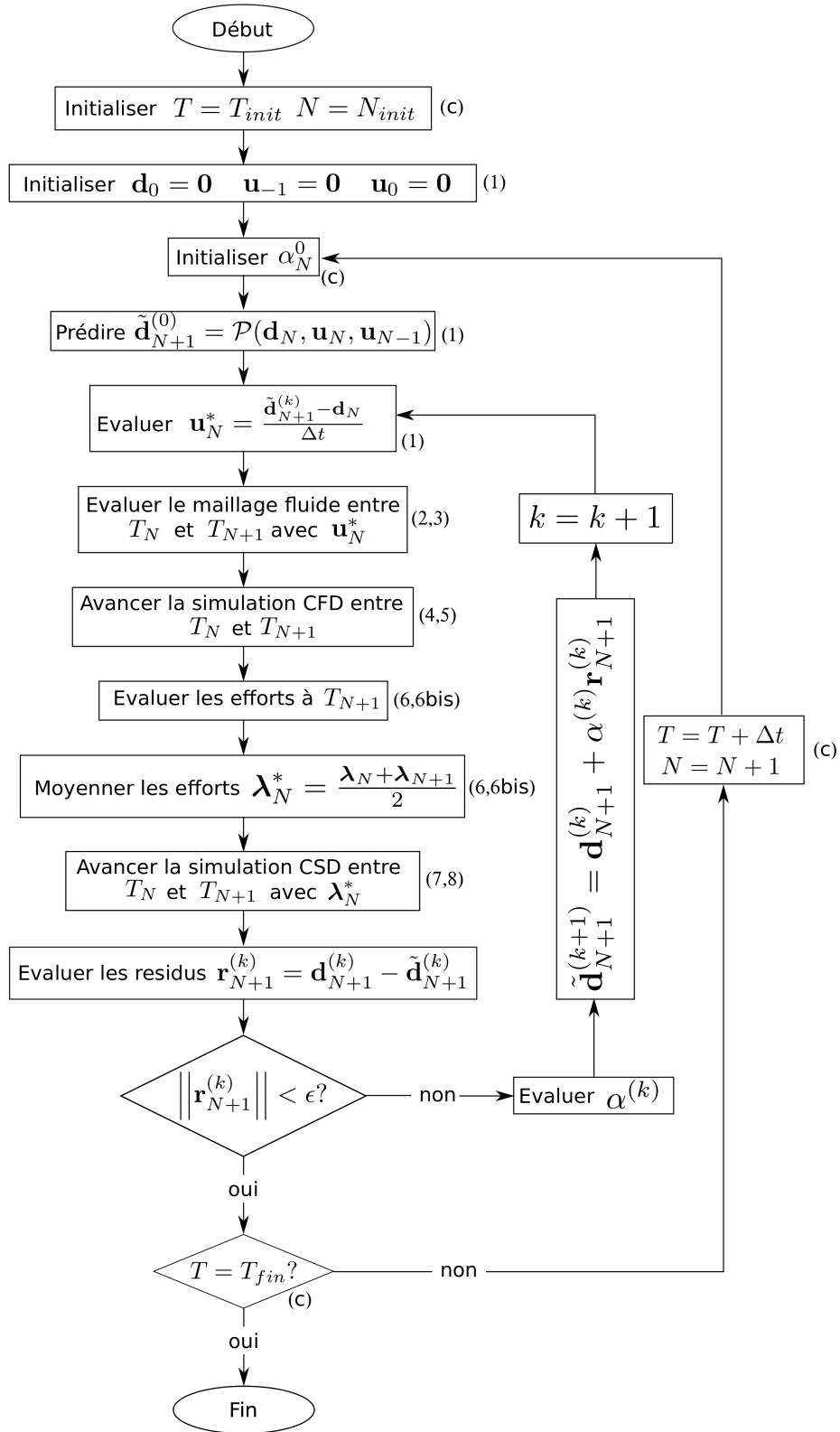


Figure 14 – Algorithme explicite