



12^{èmes} Journées de l'Hydrodynamique

Nantes , 17-19 novembre 2010

ÉTUDE COMPARÉE DE METHODES DE CALCUL DES EFFORTS DE RADIATION POUR UNE APPLICATION A L'AVIRON

COMPARATIVE STUDY OF TWO METHODS TO COMPUTE THE RADIATION FORCES FOR A ROWING APPLICATION

F. RONGÈRE*, J.M. KOBUS*, A. BABARIT*, G. DELHOMMEAU*

* Ecole Centrale de Nantes LMF UMR 6598

Résumé

Le calcul des efforts de radiation en simulation nécessite une approche temporelle pour prendre en compte le fait que les coefficients hydrodynamiques dépendent de la fréquence. Cet article se concentre sur la partie mémoire des efforts de radiation. Deux méthodes sont testées et comparées en termes de résultats et de facilité de mise en œuvre ; la première tire avantage d'une approximation des réponses impulsionnelles par des séries d'exponentielles, la seconde s'appuie sur une identification de la réponse fréquentielle par matrice de transfert pour se placer ensuite dans l'espace d'état et profiter des techniques de réduction de modèles. Les deux méthodes conduisent à des équations différentielles du premier ordre à coefficients constants à ajouter aux équations de la dynamique. Les méthodes sont mises en œuvre avec des séquences temporelles des vitesses de tangage, pilonnement et cavement calculées par le simulateur de GMRS (Global Mechanical Rowing Simulator).

Mots-clés : Radiation, Identification, Domaine temporel, Domaine fréquentiel, Réduction de modèle, Aviron.

Summary

The computation of radiation forces in simulation requires a temporal approach to take into account the dependency of hydrodynamic coefficients to frequency. This article focuses on the memory part of the radiation efforts. Two methods are tested and compared in terms of results and ease of implementation. The first one takes advantage of an approximation of the impulse responses by series of exponentials, the second starts from an identification of the transfer matrix from frequency response, and then moves in space state, taking advantage of model reduction techniques. Both methods lead to first order differential equations with constant coefficients added to the dynamics equations. Both methods are implemented with temporal sequences of pitching, heaving and surging velocities computed by GMRS (Global Mechanical Rowing Simulator).

Keywords : Radiation, Identification, Time-domain, Frequency-domain, Model reduction, Rowing.

I – Introduction

La caractéristique la plus visible du comportement des bateaux d’aviron est leur forte instationnarité. Elle est provoquée par la nature séquentielle de la propulsion et les déplacements des rameurs lorsqu’ils actionnent les avirons. La masse des rameurs représentant plus de 80% de la masse totale du système, les efforts d’inertie et l’excitation en tangage ont une influence considérable sur les fluctuations de la vitesse d’avance (typiquement est de l’ordre de 30% de la vitesse moyenne) mais ils excitent également les mouvements secondaires de tangage, pilonnement, lacet et embardée. Ces mouvements génèrent des vagues par radiation avec comme conséquence une consommation directe d’énergie. Ils provoquent également par couplage une augmentation de la résistance à l’avancement.

Les mouvements secondaires ont été très longtemps négligés dans les simulations du comportement du système et dans l’analyse du fonctionnement de l’aviron. Les sportifs commencent cependant à prendre conscience de leur importance comme indicateurs de performance. Par ailleurs bien qu’ils soient inévitables, on peut chercher à les minimiser par une adaptation de la gestuelle (style ou technique dans le vocabulaire sportif) ou, à plus long terme, par une optimisation des carènes. C’est ce qui motive leur prise en compte dans les modèles de simulation.

Plusieurs étapes sont nécessaires pour simuler le comportement des bateaux d’aviron. Il faut d’abord modéliser l’excitation appliquée au système pour pouvoir calculer les efforts, dont les efforts d’inertie, engendrés par les mouvements du rameur et des avirons sur le support flottant à six degrés de liberté. Il faut ensuite imposer mouvements articulaires pour animer les rameurs et donc les avirons. En général ces mouvements sont issus de mesures en navigation. La gestuelle (les mouvements articulaires et leur synchronisation) est paramétrée pour pouvoir optimiser de la technique. Un simulateur, dénommé GMRS (Global Mechanical Rowing Simulator) est en développement pour réaliser des simulations précises du système complet bateau-avirons-rameurs. Un soin particulier a été apporté à la modélisation du système mécanique poly-articulés complexe et mobile sur un support flottant. Le formalisme et les techniques de la robotique ont été naturellement utilisés pour cette modélisation et également pour l’hydrodynamique afin d’unifier la formulation de la tenue à la mer et de la manœuvrabilité comme le suggère Fossen [10].

Cependant, un simulateur ne vaut que par la pertinence des modèles qui lui sont intégrés pour calculer les efforts mis en jeu dont efforts hydrodynamiques et aérodynamiques font partie. Pour ce qui concerne l’hydrodynamique des bateaux, la difficulté vient du fait que le rameur, en fonction de sa puissance disponible, décide uniquement de la fréquence fondamentale de son mouvement cyclique (*i.e.* la cadence). La dynamique complexe du corps humain et les effets de la propulsion génèrent des harmoniques dont le nombre et les valeurs relatives dépendent de la cadence, du degré de liberté considéré et de la vitesse d’avance atteinte. Comme les coefficients d’inertie ajoutée et d’amortissement de vagues dépendent de la fréquence, l’approche simplifiée classique introduisant des masses ajoutées et des amortissements linéaires constants est donc très réductrice.

La résolution globale directe du problème couplé (mécanique-fluide) commence à être tentée avec la CFD (*cf.* Formaggia *et al.* [9]). Ce n’est pas cette option que nous proposons ici ; les temps de calcul de ce type de résolution sont en effet incompatibles avec la démarche d’optimisation des paramètres de fonctionnement qui constitue l’objectif du programme dans lequel s’inscrit ce travail. Nous exposons donc une solution intermédiaire mettant en œuvre l’approche temporelle pour traiter l’hydrodynamique du bateau.

II – Equations dynamiques

II – 1 Spécificité de l’hydrodynamique des bateaux d’aviron

La caractéristique géométrique principale des bateaux d’aviron est la forme très élancée de leur carène. Le rapport L/B est de l’ordre de 30, les sections immergées sont proches du cercle et le bordé est quasiment vertical sur la majeure partie la flottaison. On peut donc considérer le bateau d’aviron comme l’archétype du bateau élancé, et les hypothèses qui s’attachent à ce type de carène seront donc pleinement justifiées. Une autre caractéristique est que les bateaux sont quasiment symétriques par rapport à la section milieu, ce qui limite les effets de couplage entre les mouvements. Par ailleurs, les compétitions d’aviron sont généralement organisées sur des plans d’eau abrités et les départs ne sont donnés que si l’agitation est limitée. Il sera possible d’étudier l’influence de l’agitation et du vent sur le comportement mais l’étude présentée ici se limitera à la navigation sur eau plate. Du point de vue hydrodynamique nous sommes donc en présence d’un problème de radiation avec vitesse d’avance. La différence avec les problèmes classiques du comportement à la mer (diffraction-radiation) est que les mouvements sont la conséquence d’une excitation interne au système complet. Le fait que l’on ne connaisse pas à l’avance la vitesse du bateau en cours de simulation apporte une difficulté particulière par rapport au traitement classique d’un problème de diffraction-radiation avec vitesse moyenne imposée. Dans le cas de l’aviron, il faut faire converger les résultats en injectant la vitesse moyenne obtenue au cycle précédent dans le calcul du comportement du cycle en cours.

II – 2 Equations dynamiques temporelle et fréquentielle

Traditionnellement en hydrodynamique navale le système d’équations qui décrit le mouvement du bateau dans le repère en translation à la vitesse moyenne du bateau («repère hydrodynamique») est présentée en termes de perturbations sous la forme linéarisée suivante :

$$[\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega, \bar{U})] \ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{B}(\omega, \bar{U}) \dot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{G}\boldsymbol{\xi} = \delta\boldsymbol{\tau}_{exc} \quad (1)$$

où \mathbf{M} est la matrice masse généralisée du bateau, $\mathbf{A}(\omega, \bar{U})$ la matrice masse ajoutée, $\mathbf{B}(\omega, \bar{U})$ la matrice amortissement potentiel, \mathbf{G} la matrice des raideurs hydrostatiques, $\boldsymbol{\xi}$ le terme de perturbation, \bar{U} est la vitesse moyenne du bateau et $\delta\boldsymbol{\tau}_{exc}$ représente globalement les forces d’excitation, provoquées ici par les forces de liaison avec le rameur et les avirons calculées en ligne dans le simulateur.

Perez et Fossen [18] soulignent en faisant référence à Tick [20] et Cummins [3] que cette présentation qui mélange une forme fréquentielle et temporelle prête à confusion. Il vaut mieux écrire pour le domaine fréquentiel :

$$[-\omega^2 (\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega, \bar{U})) + j\omega\mathbf{B}(\omega, \bar{U}) + \mathbf{G}] \tilde{\boldsymbol{\xi}} = \delta\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{exc} \quad (2)$$

où $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ et $\delta\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{exc}$ sont les réponses et excitations complexes du système.

Pour le domaine temporel on écrira comme Cummins [3] :

$$[\mathbf{M} + \mathbf{A}(\infty, \bar{U})] \ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{B}(\infty, \bar{U}) \dot{\boldsymbol{\xi}} + \int_0^t \mathbf{K}(t - \tau, \bar{U}) \dot{\boldsymbol{\xi}}(\tau) d\tau + \mathbf{G}\boldsymbol{\xi} = \delta\boldsymbol{\tau}_{exc} \quad (3)$$

Par application de la transformée de Fourier à l’équation (2), Ogilvie [16] établit les relations entre le modèle fréquentiel et temporel avec les relations suivantes :

$$\mathbf{A}(\omega, \bar{U}) = \mathbf{A}_\infty(\bar{U}) - \frac{1}{\omega} \int_0^\infty \mathbf{K}(t, \bar{U}) \sin(\omega t) dt \quad (4)$$

$$\mathbf{B}(\omega, \bar{U}) = \mathbf{B}_\infty(\bar{U}) + \int_0^\infty \mathbf{K}(t, \bar{U}) \cos(\omega t) dt \quad (5)$$

qui par transformation de Fourier inverse donne :

$$\mathbf{K}(t, \bar{U}) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty (\mathbf{B}(\omega, \bar{U}) - \mathbf{B}_\infty(\bar{U})) \cos(\omega t) d\omega \quad (6)$$

avec $\mathbf{A}_\infty(\bar{U}) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \mathbf{A}(\omega, \bar{U})$ et $\mathbf{B}_\infty(\bar{U}) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \mathbf{B}(\omega, \bar{U})$ les valeurs asymptotiques des coefficients de radiation.

De même la réponse fréquentielle du modèle de radiation s'écrit :

$$\mathbf{K}(j\omega, \bar{U}) = \int_0^\infty \mathbf{K}(t, \bar{U}) e^{-j\omega t} d\omega = [\mathbf{B}(\omega, \bar{U}) - \mathbf{B}_\infty(\bar{U})] + j\omega [\mathbf{A}(\omega, \bar{U}) - \mathbf{A}_\infty(\bar{U})] \quad (7)$$

II – 3 Objectif

Le travail présenté ici se focalise sur le calcul du terme mémoire des efforts de radiation présent dans l'équation (3) qui est le seul à poser des problèmes techniques, c'est à dire le terme :

$$\boldsymbol{\mu}(t) = \int_0^t \mathbf{K}(t - \tau, \bar{U}) \dot{\boldsymbol{\xi}}(\tau) d\tau \quad (8)$$

En théorie linéaire, un développement au premier ordre de la condition de glissement sur le bateau avec vitesse d'avance permet d'obtenir une formulation simple donnant une bonne approximation dans le cas d'un bateau élané (Delhommeau et Kobus [7]). On obtient pour $\mathbf{A}(\omega, \bar{U})$ et $\mathbf{B}(\omega, \bar{U})$ des expressions du type :

$$\mathbf{A}(\omega, \bar{U}) = \mathbf{A}_0(\omega) + \bar{U} \mathbf{A}_{\bar{U}}(\omega) \quad (9)$$

$$\mathbf{B}(\omega, \bar{U}) = \mathbf{B}_0(\omega) + \bar{U} \mathbf{B}_{\bar{U}}(\omega) \quad (10)$$

où $\mathbf{A}_0(\omega)$ et $\mathbf{B}_0(\omega)$ sont respectivement les masses ajoutées et amortissements potentiels à vitesse d'avance nulle. $\mathbf{A}_{\bar{U}}(\omega)$ et $\mathbf{B}_{\bar{U}}(\omega)$ prennent en compte les couplages induits par la vitesse d'avance. En introduisant une matrice de sélection notée L , elles s'expriment par :

$$\mathbf{A}_{\bar{U}}(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \mathbf{B}_0(\omega) L \quad (11)$$

$$\mathbf{B}_{\bar{U}}(\omega) = -\mathbf{A}_0(\omega) L \quad (12)$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & -1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Avec les expressions approchées (9) et (10) le terme mémoire peut s'exprimer avec une partie qui ne dépend pas de la vitesse d'avance et une autre qui lui est proportionnelle. On pourra donc écrire le terme mémoire sous la forme $\boldsymbol{\mu}(t) = \boldsymbol{\mu}_0(t) + \bar{U} \boldsymbol{\mu}_{\bar{U}}(t)$, ce qui facilitera le processus de convergence cycle par cycle dans la simulation.

Cependant, pour tester les méthodes de calcul du terme mémoire, on se limitera ici au calcul du terme sans vitesse d'avance $\boldsymbol{\mu}_0(t)$.

II – 4 Approche fréquentielle

Montrons d'abord pourquoi l'équation (1) est inadaptée à notre problème. Sur la figure 1 sont représentées les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement en pilonnement et tangage

d'un skiff, calculés par AQUA+ en fonction de la fréquence. En regard le spectre d'amplitude des vitesses correspondantes obtenues par le simulateur GMRS pour deux cadences, une cadence d'entraînement à 20 cpm (coups par minute) et une cadence de course à 35 cpm. On remarque que les composantes fréquentielles se situent dans des zones de forte variation des coefficients hydrodynamiques de radiation et que la répartition des amplitudes dépend de la cadence. On voit donc qu'adopter des coefficients hydrodynamiques constants, ou même de privilégier une fréquence pour les fixer, est une mauvaise approximation. En conséquence seule une approche temporelle est envisageable.

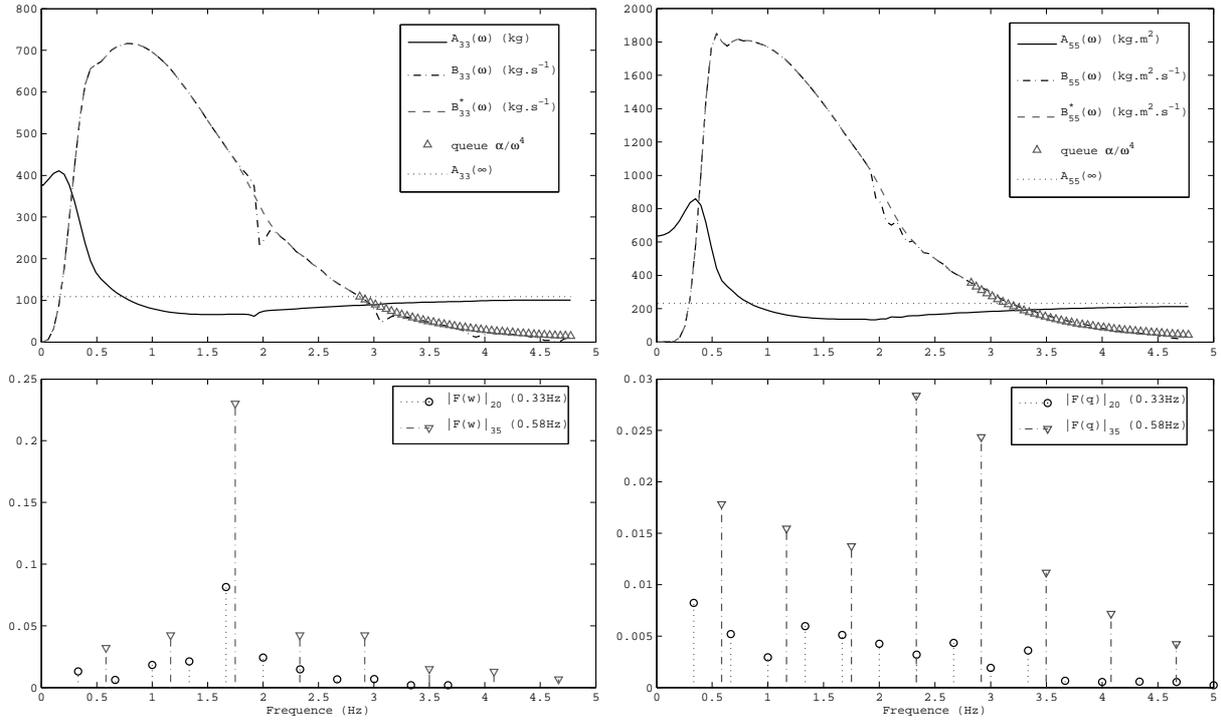


Figure 1 – Coefficients hydrodynamiques de radiation d'un skiff et spectres d'amplitude des excitations en pilonnement w et tangage q pour deux cadences (20 et 35 cpm)

III – Remplacement du terme mémoire

Deux méthodes de calculs du modèle de radiation ont été mises en œuvre pour comparaison. La première s'appuie sur une identification du système dans le domaine temporel en utilisant les réponses impulsionnelles (6). La seconde consiste en une identification du système dans le domaine fréquentiel à partir des réponses fréquentielles du système (7). Les deux méthodes débouchent sur le remplacement du terme de convolution ou terme mémoire par un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre à coefficients constants.

III – 1 Première méthode : identification dans le domaine temporel

Cette méthode d'identification s'appuie sur une approximation des réponses impulsionnelles du système obtenues directement à partir d'un code hydrodynamique tel qu'ACHIL3D [2] ou calculées en prenant la transformée de Fourier inverse du terme d'amortissement potentiel obtenu par AQUA+ comme décrit équation (6).

La méthode d'approximation, mise en œuvre par Duclos *et al.* [8], consiste à approximer les

réponses impulsionnelles par des séries d'exponentielles complexes amorties sous la forme :

$$i, j = 1, \dots, 6 \quad \tilde{\mathbf{K}}_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{N_{ij}} \alpha_{ij_k} e^{\beta_{ij_k} t} \quad (14)$$

où N_{ij} est le nombre d'exponentielles utilisé pour l'approximation de la réponse impulsionnelle dans le mode ij .

La technique permettant de calculer les couples de coefficients complexes α_{ij} et β_{ij} est initialement due à Prony [5]. Elle a été implémentée par Daubisse [4] et développée plus tard par Clément [2]. Les arguments des exponentielles sont nécessairement à partie réelle négative de manière à assurer la stabilité des approximations. Babarit *et al.* [1] montre qu'en injectant l'approximation (14) dans le terme mémoire (8) et en dérivant l'expression résultante on trouve le système d'équations suivant :

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_0(t) = \left(\sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^{N_{ij}} \mu_{ijk}(t) \right)_{i=1, \dots, 6} \quad (15)$$

$$\dot{\mu}_{ijk}(t) = \beta_{ij_k} \mu_{ijk}(t) + \alpha_{ij_k} \dot{\xi}_j(t) \quad (16)$$

$$\mu_{ijk}(0) = 0 \quad (17)$$

L'équation (15) permet l'évaluation du terme mémoire en remplacement du terme de convolution. Le système (16) est le système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre à coefficients constants à intégrer en supplément des équations de la dynamique lors des simulations. Le nombre N de ces équations s'apparentant à l'ordre du modèle de radiation ainsi construit est :

$$N = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 N_{ij} \quad (18)$$

Notons que les symétries du bateau limitent le nombre d'équations dans la mesure où cela supprime un certain nombre de couplages.

III – 2 Seconde méthode : identification dans le domaine fréquentiel

Cette méthode consiste à identifier les réponses fréquentielles du système calculées à partir des données d'un logiciel de type AQUA+ à l'aide de l'équation (7). L'identification s'effectue à l'aide de fonctions de transfert sur chacun des modes SISO¹. Elles sont ensuite regroupées dans une matrice de transfert représentative du système MIMO² de la forme suivante :

$$\tilde{\mathbf{K}}(j\omega) = \left(\frac{P_{ij}(s)}{Q_{ij}(s)} \right)_{i,j=1, \dots, 6} \quad (19)$$

La méthode d'identification est issue des travaux de Perez et Fossen [19] qui fournissent une toolbox MATLAB permettant l'identification par fonction de transfert mode par mode (identification SISO). L'ordre des fonctions de transfert est adapté de manière automatique et il est ensuite possible de l'adapter manuellement de manière interactive. La figure 3 montre un exemple d'identification de la réponse impulsionnelle du mode pilonnement-pilonnement avec une reconstruction des coefficients de radiation et comparaison avec les valeurs calculées.

A partir de la matrice de transfert (19) on peut obtenir une réalisation dans l'espace d'état du système MIMO. Pour l'application présentée la fonction `ss` de MATLAB (Control System

¹Single-Input Single-Output

²Multiple-Input Multiple-Output

Toolbox) a été utilisée. Le terme de convolution peut alors s'écrire dans l'espace d'état sous la forme :

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\mu}}_0(t) &= \hat{\mathbf{C}}\mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}(t) + \hat{\mathbf{B}}\dot{\boldsymbol{\xi}}(t)\end{aligned}\tag{20}$$

où les matrices $\hat{\mathbf{A}} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $\hat{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{N \times 6}$ et $\hat{\mathbf{C}} \in \mathbb{R}^{6 \times N}$ sont sous *forme canonique contrôlable* (cf. Kailath [13]). L'entier N est l'ordre global du modèle MIMO de radiation et sa valeur est alors la somme des ordres choisis dans les identifications des modes SISO.

Les premières apparitions de la description dans l'espace d'état en hydrodynamique navale remonte à Yu et Falnes [22, 23]. D'autres auteurs développeront les méthodes d'identification comme Kristiansen et Egeland [14] et Kristiansen *et al.* [15].

La réalisation du système MIMO ainsi obtenue est généralement non minimale et les matrices $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ et $\hat{\mathbf{C}}$ sont très creuses. Des auteurs tels que Kristiansen *et al.* [15] ou Unneland *et al.* [21] ont appliqué des techniques de réduction de modèle notamment la *troncature balancée* que nous expliquons brièvement ici.

Connaissant la description dans l'espace d'état d'un modèle LTI (Linear Time-Invariant) a priori non minimale d'ordre N telle que décrit équation (20), on montre [13] que les gramiens d'observabilité \mathbf{W}_o et de gouvernabilité \mathbf{W}_c sont les solutions respectives des *équations de Lyapunov* suivantes :

$$\hat{\mathbf{A}}^T \mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o \hat{\mathbf{A}} = -\hat{\mathbf{C}}^T \hat{\mathbf{C}}\tag{21}$$

$$\hat{\mathbf{A}} \mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c \hat{\mathbf{A}}^T = -\hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{B}}^T\tag{22}$$

Les notions d'observabilité et de gouvernabilité sont des notions énergétiques établissant l'influence des états \mathbf{x} du système sur les entrées-sorties. Un système est dit minimal s'il est à la fois gouvernable et observable. L'idée de la réduction d'ordre par *troncature balancée* est d'isoler les états non gouvernables et non observables en examinant les *valeurs singulières de Hankle* définies par :

$$(\sigma_k)_{k=1,\dots,N} = eig(\sqrt{\mathbf{W}_o \mathbf{W}_c})\tag{23}$$

Les parties gouvernables et observables du systèmes correspondent aux valeurs singulières $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ les plus importantes. La réduction est alors effectuée par reconstruction d'une nouvelle description dans l'espace d'état cette fois d'ordre $r < N$ ne contenant plus que les états les plus énergétiques.

On montre [24] que nous pouvons avoir une estimation de l'erreur de troncature grâce à un majorant de l'erreur :

$$\|\tilde{\boldsymbol{\mu}}_0 - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_0^r\|_\infty \leq 2(\sigma_{r+1} + \sigma_{r+2} + \dots + \sigma_N)\tag{24}$$

L'algorithme de réduction programmé pour cet article est issu de Garcia et Basilio [11]. On pourra trouver dans [12] une présentation d'un certain nombre d'autres méthodes de réduction.

IV – Mise en œuvre

Les méthodes et les outils ont été développés pour traiter les six degrés de liberté de déplacement des bateaux. Pour ne pas surcharger la présentation des résultats, leur exploitation portera uniquement sur le cavalement, le tangage et le pilonnement.

IV – 1 Choix de la base de départ pour la comparaison des deux méthodes

Quand on utilise la méthode d’approximation des réponses impulsionnelles avec la méthode de Prony, le plus naturel et de calculer les réponses impulsionnelles directement en utilisant par exemple le code ACHIL3D. Pour l’autre méthode on utilise les coefficients de masse ajoutée et d’amortissement linéaire issu, par exemple, des codes de calcul BEM (Boundary Element Method). Ici nous utiliserons le code AQUA+ [6].

Etant donnée la forme très allongée des bateaux d’aviron, pour atteindre des valeurs élevées de la fréquence d’excitation, il est nécessaire d’utiliser un découpage fin de la carène. Faltinsen [8] recommande une longueur caractéristique des facettes inférieure au 8^{ième} de la longueur d’onde. En conséquence les calculs des coefficients hydrodynamiques par AQUA+ ont été réalisés avec environ 3500 facettes. Malgré cela il est nécessaire de prolonger les valeurs des coefficients d’amortissement pour la pulsation tendant vers infini en ajustant un modèle asymptotique (*cf.* Perez et Fossen [17]).

Le code ACHIL3D ne permet pas pour l’instant d’atteindre un nombre de facettes suffisant pour ce type de carène. Bien que les coefficients hydrodynamiques reconstitués à partir des réponses impulsionnelles ne diffèrent que d’environ 10%, pour pouvoir comparer les méthodes sur la même base de départ, les réponses impulsionnelles ont été en définitive obtenues par transformée de Fourier inverse des coefficients hydrodynamiques calculés avec AQUA+ équation (6).

Notons qu’il est possible de d’obtenir une réalisation dans l’espace d’état directement à partir des réponses impulsionnelles en utilisant par exemple la routine *imp2ss* de MATLAB (Robust Control Toolbox) comme dans [15] ou [18]. Cela donne un avantage au calcul direct des réponses impulsionnelles qui en outre ne produit pas de fréquences irrégulières, alors que le calcul fréquentiel par AQUA+ impose une étape supplémentaire de suppression de ces fréquences par lissage. Ces ajustements sont pratiqués par la plupart des utilisateurs de ces méthodes [17, 10] et apparaissent sur la figure 1.

IV – 2 Mise en œuvre de la méthode dans le domaine temporel

La figure 2 montre les réponses impulsionnelles utilisées pour les tests et leur approximations par séries d’exponentielles. Les fonctions à approximer s’éteignent rapidement avec le temps si bien que le nombre de composantes est généralement de l’ordre de 10 pour obtenir une bonne approximation. La question du choix de la qualité des approximations sera débattue lors de la discussion sur les différentes méthodes. Notons que la réponse impulsionnelle résultant du couplage cavalement-tangage (coefficients 15) a été négligée car très petite et manifestement mal calculée.

Le calcul nécessite en définitive 64 équations différentielles qui s’ajoutent aux 6 équations de résolution de la dynamique du bateau. Les résultats sont comparés figure 6 avec un calcul brut de la convolution, qui est évidemment très long et inenvisageable dans un simulateur dont l’ambition est de se rapprocher du temps réel. On remarque que cette méthode donne des résultats très proches du calcul direct de la convolution.

IV – 3 Mise en œuvre de la méthode dans le domaine fréquentiel

La figure 3 montre l’identification d’une réponse fréquentielle par une fonction de transfert. La somme des ordres des différentes fonctions de transfert des modes SISO donne un ordre du système MIMO de 37. La réduction de modèle s’appuie sur la figure 4 où sont représentées les valeurs singulières de Hankel du système global en même temps que l’évolution des écarts maximum entre le modèle complet et les modèles tronqués à l’ordre r au sens de la norme infini

i.e. $\|^{37}\tilde{\mu}_{0_i} - {}^r\tilde{\mu}_{0_i}\|_\infty$ pour les différents modes de mouvement.

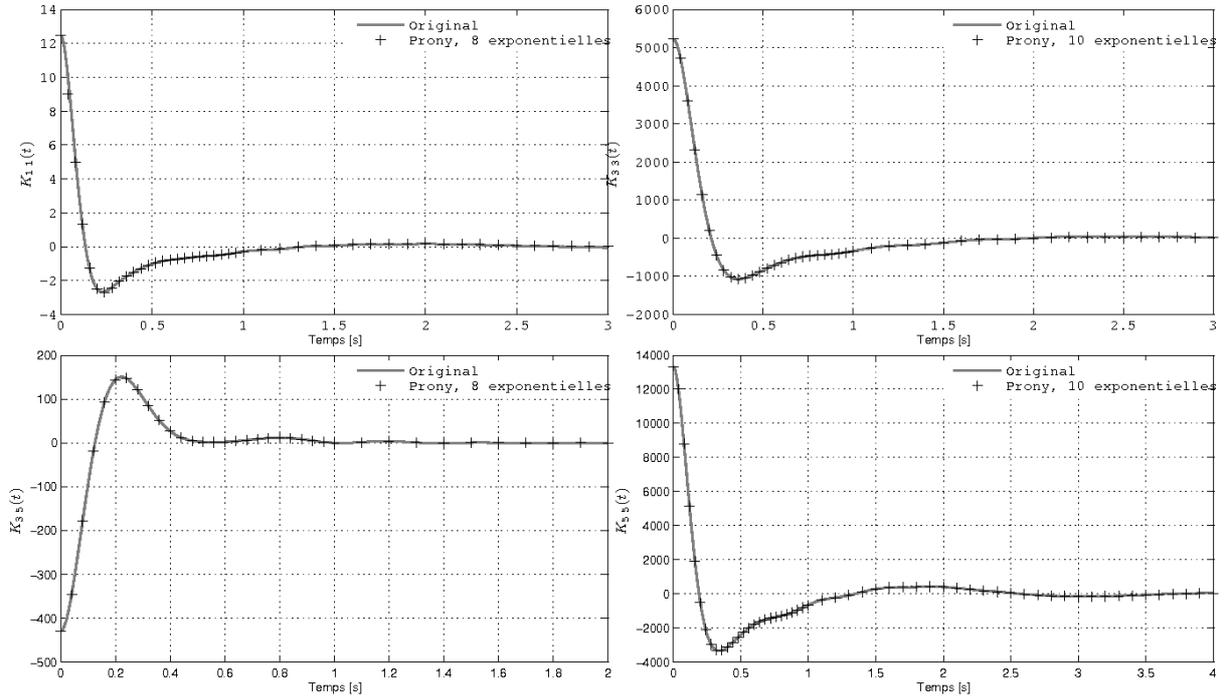


Figure 2 – Réponses impulsionnelles pour différents modes de mouvement d'un skiff calculées par transformée de Fourier inverse des amortissements potentiels. Comparaison avec les approximations par séries d'exponentielles amorties établies grâce à la méthode de Prony.

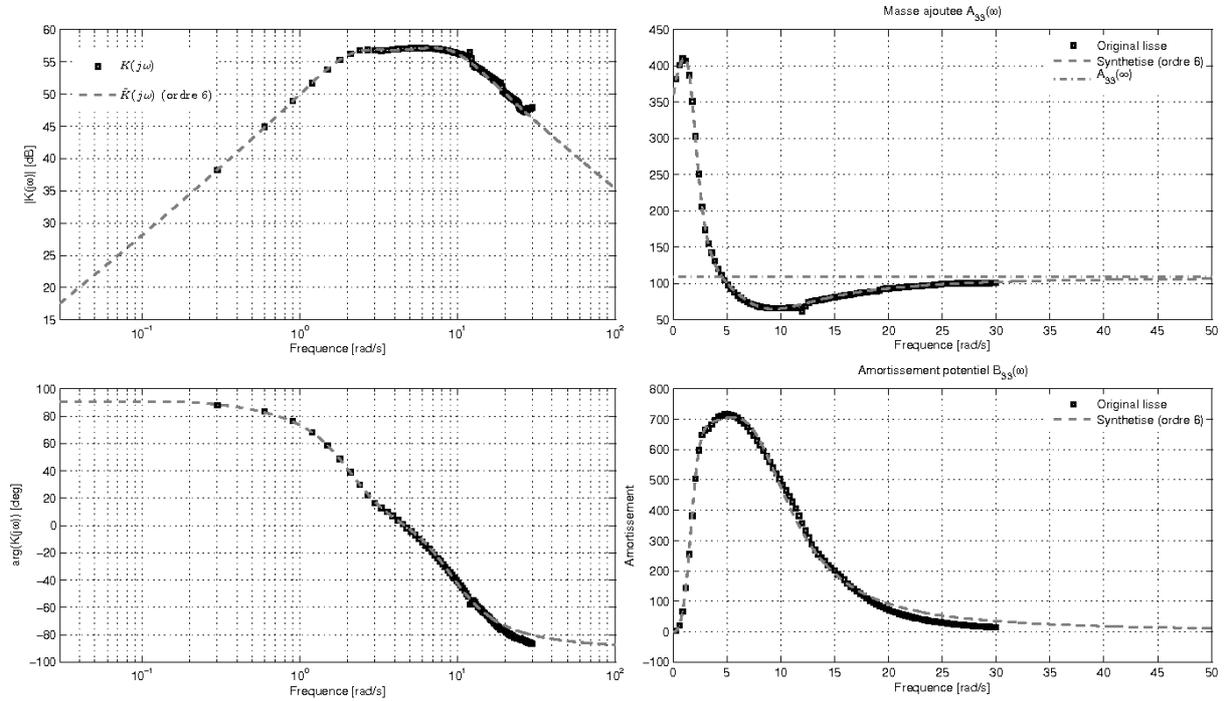


Figure 3 – À gauche le diagramme de Bode comparant la réponse fréquentielle du mode 33 et l'identification par une fonction de transfert d'ordre 6 et à droite la reconstruction des masses ajoutées et amortissements potentiels.

On observe figure 4 une brusque diminution de l'écart sur les trois modes de mouvement considérés pour une troncature à l'ordre 21. Tous les écarts entre le modèle tronqué à l'ordre 21 et le modèle complet d'ordre 37 sont alors inférieurs à 10^{-1} . Seules les 21 premières valeurs

singulières sont alors conservées. L'ordre du modèle peut alors être réduit à 21 qui sera également le nombre d'équations différentielles à ajouter aux équations de la dynamique dans le simulateur.

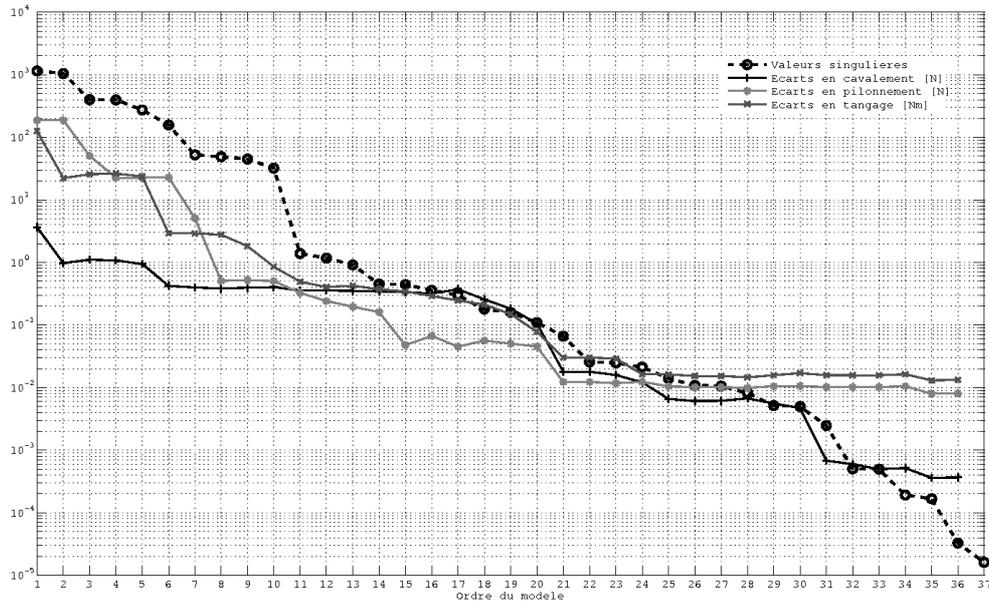


Figure 4 – Evolution des valeurs maximums des écarts entre les sorties des différents modèles et celles du modèle complet d'ordre 37 en fonction de l'ordre des modèles tronqués. Tracé des valeurs singulières de Hankel du système complet d'ordre 37.

V – Résultats et discussion

L'excitation en vitesse utilisée pour tester les méthodes est représentée sur la figure 5. Elle a été obtenue par synthèse après analyse harmonique des sorties du simulateur GMRS. Le contenu harmonique des vitesses de pignonement et de tangage est celui tracé en figure 1.

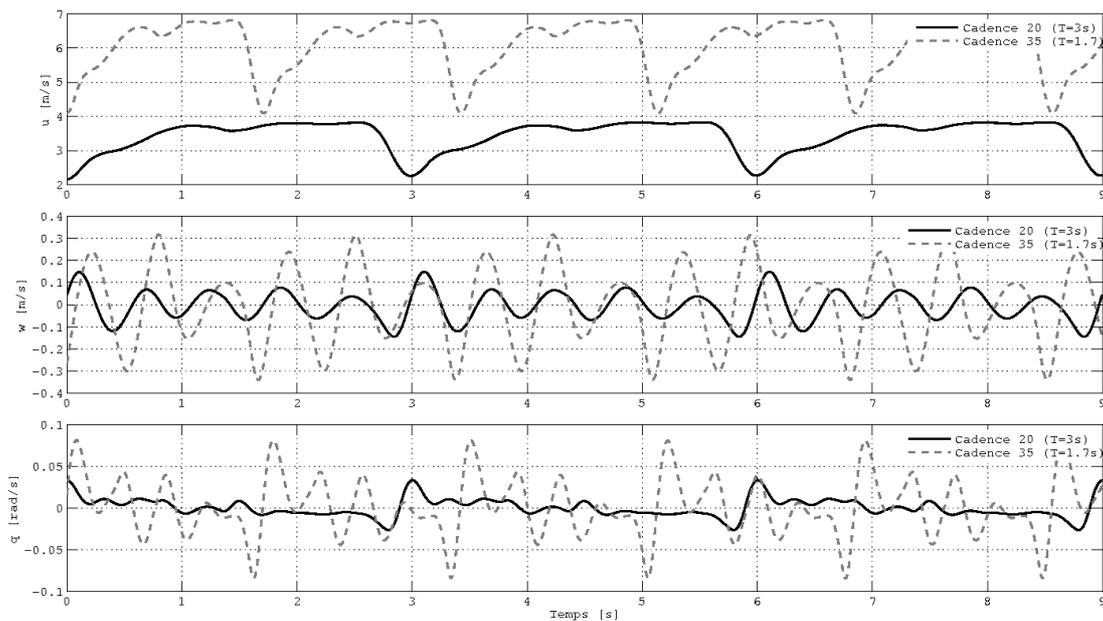


Figure 5 – Excitation en vitesse utilisée en entrée des modèles de radiation pour la comparaison.

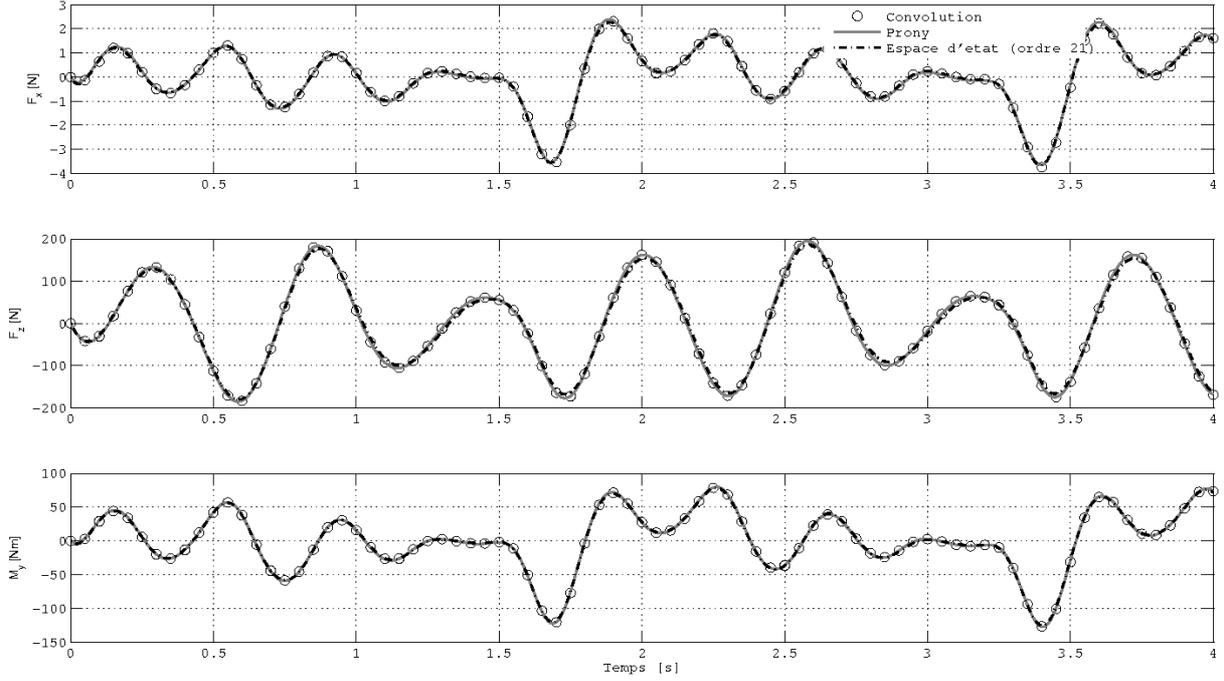


Figure 6 – Comparaison des différents modèles.

La figure 6 compare le calcul brut de la convolution et les valeurs du terme mémoire calculées avec les deux méthodes décrites précédemment. Les écarts obtenus sont faibles entre les trois calculs. On peut noter que la méthode d'identification dans le domaine temporel est plus proche du calcul brut de la convolution mais il faut remarquer que ces deux méthodes utilisent au départ les mêmes réponses impulsionnelles calculées par transformée de Fourier inverse de l'amortissement potentiel prolongé asymptotiquement pour limiter les effets du fenêtrage (*cf.* Fig. 1). Cette étape d'approximation commune explique probablement la quasi concordance avec le calcul brut. Nous pouvons néanmoins observer la bonne consistance des méthodes testées puisque l'écart maximum est pour F_x , F_z et M_y respectivement de $0.1N$, $1.1N$ et $1.0Nm$ pour la première méthode et $0.1N$, $11.8N$ et $2.1Nm$ pour la seconde.

Du point de vue du nombre d'équations différentielles supplémentaires à résoudre l'avantage revient à la méthode utilisant l'espace d'état avec une vingtaine d'équations contre 64 pour la méthode d'identification dans le domaine temporel. Cela se traduit actuellement par un rapport de 5 à 10 sur le temps de calcul sous MATLAB. Il faut cependant nuancer cet avantage car la seconde méthode utilise à plein les performances des bibliothèques de calcul matriciel (BLAS), alors la première méthode est codée en langage MATLAB brut et demanderait à être optimisée.

Lorsque l'on construit un simulateur, un des objectifs est de minimiser les temps de calcul pour chaque modèle tout en contrôlant la précision. En l'occurrence ici, pour le calcul des termes mémoire des efforts hydrodynamiques, il s'agit de pouvoir réduire le nombre d'équations différentielles supplémentaires à résoudre tout en contrôlant l'influence de cette réduction sur la précision. La facilité de réduction du nombre global d'exponentielles est donc à comparer avec celle de la réduction des modèles exploités dans l'espace d'état. Or, du point de vue de la mise en œuvre, l'identification des réponses temporelles par la méthode de Prony n'est ni systématique ni évidente. Pour chaque réponse impulsionnelle, les paramètres à choisir sont le nombre de points d'appui et la troncature. Même si la procédure est appliquée une fois pour toute pour chaque bateau avant de lancer les simulations et si un utilitaire de contrôle visuel a été réalisé pour faciliter la tâche, l'utilisation de la méthode de Prony demande encore une certaine expérience. Par ailleurs le lien entre la précision sur le résultat et le nombre d'exponen-

tielles adopté pour chaque réponse impulsionnelle n'est pas aisé à établir. Il est probable que dans le cas testé, la précision soit très bonne parce que le nombre total d'exponentielles est trop «luxueux». Il devrait être possible de mettre au point une méthode d'optimisation mais ce n'est pas l'objet de ce papier.

L'avantage de la seconde méthode (espace d'état) réside donc surtout dans ses possibilités de systématisation et dans la souplesse qu'elle apporte pour le choix de la précision recherchée. Il suffit en effet de choisir le niveau de réduction du modèle en s'aidant des figures 3 et 4. Pour contrôler l'identification initiale de la réponse fréquentielle, il suffit de choisir un seul paramètre, à savoir l'ordre de la fonction de transfert. Cette procédure est réalisée de manière interactive dans MATLAB.

En définitive, pour la première méthode l'image hydrodynamique du terme de convolution à transmettre au simulateur est constitué des matrices de coefficients des exponentielles, et pour la seconde méthode l'image se réduit à trois matrices de coefficients réels. Dans les deux cas il faut ajouter les valeurs des coefficients hydrodynamiques de radiation pour une pulsation infinie.

VI – Conclusion et perspectives

Dans cet article sont d'abord rappelées les formes que prennent les équations de la dynamique avec vitesse d'avance dans le domaine fréquentiel et dans le domaine temporel en s'appuyant sur les relations de Cummins. La spécificité du besoin dans le domaine de la simulation du comportement des bateaux d'aviron et l'impossibilité de traiter le problème dans le domaine fréquentiel conduisent à tester deux méthodes de remplacement du terme de convolution qui apparaît dans les simulations temporelles. Ces deux méthodes reviennent à remplacer le calcul du terme de convolution par la résolution en cours de simulation d'un jeu d'équations différentielles à coefficient constant adjoint aux équations de la dynamique. La première méthode met en jeu une approximation des réponses impulsionnelles à l'aide de séries d'exponentielles dont les coefficients sont obtenus par la méthode de Prony. La seconde consiste en une identification des réponses fréquentielles du bateau à l'aide de fonctions de transfert rationnelles puis une réalisation dans l'espace d'état de la matrice de transfert globale résultante. Une technique de réduction de modèle a été testée avec succès. La comparaison avec le calcul direct de la convolution a montré une très bonne consistance des deux méthodes. Une analyse des procédures de mise en œuvre des méthodes donne un avantage à passer par l'espace d'état pour ce qui concerne le nombre d'équations supplémentaires et la maîtrise de la précision des approximations. L'étape suivante sera de poursuivre la comparaison lorsque les termes de couplage avec la vitesse d'avance seront pris en compte.

Il restera à valider les résultats qualitativement et quantitativement par comparaison avec les essais en navigation et en bassin menés par ailleurs. Il sera également utile de mettre en œuvre une approche CFD afin de comparer les résultats et valider les approches simplifiées et éventuellement d'améliorer les modèles d'amortissement visqueux. L'approche CFD permettra également d'évaluer directement la résistance à l'avancement non stationnaire et son couplage avec les mouvements secondaires.

Remerciements :

Le travail présenté ici s'intègre dans le programme de recherche OPERF2A, initié par le réseau Recherche et Sports en Pays de la Loire et soutenu par la Région des Pays de la Loire ainsi que dans le programme OPTIPERFAviron soutenu par le Ministère de la Santé et des Sports et la Fédération Française des Sociétés d'Aviron.

Références

- [1] A. Babarit, AH Clément, G. Duclos, and JC Gilloteaux. Anatomie d'un système récupérateur d'énergie des vagues de seconde génération. *10^{ième} journées de l'hydrodynamique*, mars 2005.
- [2] A.H. Clément. Hydrodynamique instationnaire linéarisée : mise en œuvre d'une méthode de singularités utilisant un modèle différentiel de la fonction de green. Technical report, LHN-9703, 1997.
- [3] W.E. Cummins. The Impulse Response Function and Ship Motions. Technical report, Department of the Navy, David Taylor Model Basin, Seaworthiness and Fluid Dynamics Division Report 1661, 1962.
- [4] JC Daubisse. Some results on approximation by exponential series applied to hydrodynamics. In *Proc. 3rd Intern. Conf. Numer. Ship Hydrod., Paris*, 1981.
- [5] R. de Prony. Essai experimental et analytique, etc. *Paris, J. de L'Ecole Polytechnique*, 1 :24–76, 1795.
- [6] G. Delhommeau. Seakeeping codes AQUADYN and AQUAPLUS. In *Offshore Structures : 19th WEGEMT School*, 1993.
- [7] G. Delhommeau and JM Kobus. Méthode approchée de calcul du comportement sur houle avec vitesse d'avance (Approximate method for calculation of seakeeping with forward speed). *Bulletin de l'Association technique maritime et aéronautique*, (87) :467–490, 1987.
- [8] G. Duclos, AH Clément, and G. Chatry. Absorption of outgoing waves in a numerical wave tank using a self-adaptive boundary condition. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 11(3) :168–175, 2001.
- [9] L. Formaggia, A. Mola, N. Parolini, and M. Pischiutta. A three-dimensional model for the dynamics and hydrodynamics of rowing boats. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P : Journal of Sports Engineering and Technology*, pages 1–11, 2009.
- [10] T.I. Fossen. A nonlinear unified state-space model for ship maneuvering and control in a seaway. *International journal of bifurcation and chaos in applied sciences and engineering*, 15(9) :2717, 2005.
- [11] JS Garcia and JC Basilio. Computation of reduced-order models of multivariable systems by balanced truncation. *International Journal of Systems Science*, 33(10) :847–854, 2002.
- [12] S. Gugercin and AC Antoulas. A comparative study of 7 algorithms for model reduction. In *Decision and Control, 2000. Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, volume 3, pages 2367–2372. IEEE, 2002.
- [13] T. Kailath. *Linear systems*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1980.
- [14] E. Kristiansen and O. Egeland. Frequency-dependent added mass in models for controller design for wave motion damping. In *Manoeuvring and control of marine craft 2003 (MCMC 2003) : a proceedings volume from the 6th IFAC Conference, Girona, Spain, 17-19 September 2003*. Elsevier Science Ltd, 2003.
- [15] E. Kristiansen, A. Hjulstad, and O. Egeland. State-space representation of radiation forces in time-domain vessel models. *Ocean Engineering*, 32(17-18) :2195–2216, 2005.
- [16] T.F. Ogilvie. Recent progress toward the understanding and prediction of ship motions. In *Fifth Symposium on Naval Hydrodynamics*, volume 112, 1964.
- [17] T. Perez and TI Fossen. A derivation of high-frequency asymptotic values of 3D added mass and damping based on properties of the Cummins'equation. *Journal of Maritime Research*, 5(1) :65–78, 2008.
- [18] T. Perez and T.I. Fossen. Time-vs. Frequency-domain Identification of Parametric Radiation Force Models for Marine Structures at Zero Speed. *Modeling, Identification and Control*, 29(1) :1–19, 2008.

- [19] T. Perez and T.I. Fossen. A Matlab Toolbox for Parametric Identification of Radiation-Force Models of Ships and Offshore Structures. *Modeling Identification and Control*, 30(1) :1–15, 2009.
- [20] L.J. Tick. Differential equations with frequency-dependent coefficients. *Journal of Ship Research*, 3(2) :45–47, 1959.
- [21] K. Unneland, P. Van Dooren, and O. Egeland. New Schemes for Positive Real Truncation. *Modeling, Identification and Control*, 28(3) :53–67, 2007.
- [22] Z. Yu and J. Falnes. State-space modelling of a vertical cylinder in heave. *Applied Ocean Research*, 17(5) :265–275, 1995.
- [23] Z. Yu and J. Falnes. State-space modelling of dynamic systems in ocean engineering. *Journal of Hydrodynamics Series B - English Edition* -, 10 :1–17, 1998.
- [24] K. Zhou, J.C. Doyle, and K. Glover. *Robust and optimal control*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1996.