



**12<sup>èmes</sup> Journées de l'Hydrodynamique**  
**Nantes , 17-19 novembre 2010**

**ETUDE NUMERIQUE DES EFFETS NON-LINEAIRES SUR  
LA DYNAMIQUE BIDIMENSIONNELLE D'UN SYSTEME  
HOULOMOTEUR IMMERGE**

***NUMERICAL STUDY OF NONLINEAR EFFECTS ON  
THE TWO-DIMENSIONAL DYNAMICS OF A  
SUBMERGED WAVE-ENERGY CONVERTER***

**E. GUERBER<sup>1</sup>, M. BENOIT<sup>1</sup>, S.T. GRILLI<sup>2</sup>, C. BUVAT<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant, Université Paris-Est  
(Laboratoire de recherche commun EDF R&D, CETMEF, Ecole des Ponts ParisTech)  
6 quai Watier, BP 49, 78400 Chatou, France  
*etienne.guerber@edf.fr, michel.benoit@edf.fr, clement.buvat@edf.fr*

<sup>2</sup> Department of Ocean Engineering, University of Rhode Island  
Narragansett, RI, USA  
*grilli@oce.uri.edu*

**Résumé**

Les travaux présentés concernent le développement d'un code de simulation avancé permettant de simuler les mouvements –éventuellement de grande amplitude– de corps immergés sous l'action des vagues de surface. En particulier, on vise à représenter au mieux toutes les non-linéarités du système hydrodynamique-mécanique couplé : celles du champ de vagues, celles des efforts hydrodynamiques agissant sur la structure ainsi que celles de la réponse dynamique du corps. A terme, cet outil est destiné à modéliser le comportement de certains types de Systèmes Récupérateurs d'Énergie des Vagues (SREV) immergés.

**Summary**

The present work deals with the development of an advanced numerical tool for simulating large amplitude motions of submerged bodies, underneath ocean waves. We especially focus on representing all the nonlinearities of the coupled hydrodynamic-mechanical system : nonlinear waves, nonlinear hydrodynamic forces acting on the structure and nonlinear dynamical response of the body. The long term goal of this research is to model the behaviour of some types of fully submerged Wave Energy Converters (WEC).

## I – Introduction

Les énergies renouvelables marines connaissent un fort regain d'intérêt ces dernières années, et en particulier l'énergie houlomotrice, avec la mise au point et les tests de plusieurs Systèmes Récupérateurs d'Énergie des Vagues (SREV). Parmi les différentes technologies proposées, les SREV de type "absorbeur ponctuel" utilisent le mouvement oscillant de corps flottants ou immergés sous l'effet des vagues. Ces corps sont souvent immergés à une faible distance sous la surface de l'eau et décrivent des mouvements de grande amplitude (voir par exemple le système CETO, Mann et al., 2007). C'est pourquoi les modèles fondés sur l'hypothèse de mouvements de faible amplitude et/ou l'hypothèse d'une surface libre linéarisée ne sont pas adaptés à la simulation du système couplé hydrodynamique-dynamique du corps. Les travaux présentés ici consistent à développer un modèle numérique capable de calculer les interactions non-linéaires vagues-corps en 2 dimensions d'espace (2DV), pour être ensuite appliqué à la modélisation de la dynamique de SREV dans des états de mer réels (vagues irrégulières).

Dans cette étude on adopte une approche potentielle pour la partie hydrodynamique, dans un cadre 2DV (i.e. dans un plan vertical), correspondant au cas d'un canal à houle numérique. Le modèle utilisé pour la génération et la propagation des vagues est un modèle potentiel complètement non-linéaire, fondé sur une méthode d'éléments de frontières d'ordre élevé, développé par Grilli et ses collaborateurs depuis une vingtaine d'années. Ce modèle, déjà largement validé sur différents types d'applications océaniques et côtières, a été modifié pour prendre en compte la présence d'un corps rigide immergé, fixe ou mobile, avec le calcul des efforts de pression hydrodynamique s'exerçant sur le corps. Une méthodologie spécifique a été développée pour résoudre le problème couplé hydrodynamique-mécanique. Nous présentons un cas de validation pour lequel les résultats du modèle numérique sont comparés aux résultats de la théorie linéaire d'Evans (1976) sur le cas d'un cylindre horizontal soumis à des forces externes (forces de rappel, force représentant l'extraction d'énergie des vagues,...), en plus des efforts hydrodynamiques.

## II – Formulation Mathématique

### II – 1 Présentation générale du problème

Nous utilisons un canal à houle numérique (NWT : Numerical Wave Tank) fondé sur un modèle potentiel complètement non-linéaire (FNPF : Fully Nonlinear Potential Flow) appliqué au calcul des interactions non-linéaires (forces hydrodynamiques et mouvements induits) entre l'écoulement dû aux vagues et un corps immergé représentant une section d'un SREV ancré sur le fond marin. Il s'agit d'une extension du modèle développé au cours des 20 dernières années par Stephan Grilli et ses collaborateurs (Grilli & Subramanya, 1996; Grilli, 1997; Grilli & Horrillo, 1997). Les équations du modèle sont rappelées dans la suite (pour plus de détails, se reporter aux références ci-avant). Le potentiel des vitesses  $\phi(\mathbf{x}, t)$  est utilisé pour décrire un écoulement supposé irrotationnel et incompressible dans le plan  $(x, z)$ , et le champ de vitesses est désigné par  $\mathbf{u} = \nabla\phi$ .

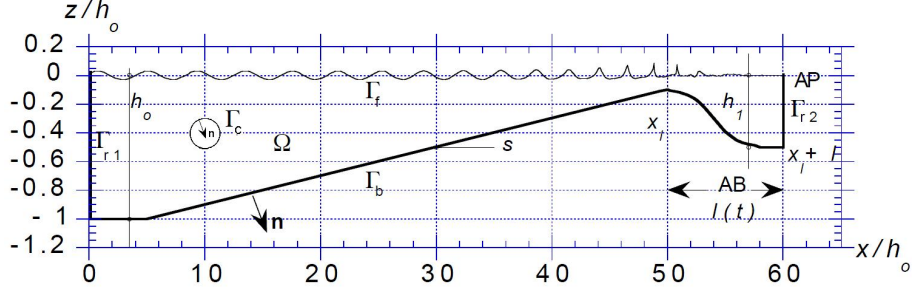


Figure 1 – Exemple de domaine de calcul  $\Omega$  et frontières associées.

L'équation de continuité sur le domaine fermé fluide  $\Omega(t)$  (voir schéma de définition en Fig.1), de frontière  $\Gamma(t)$ , est une équation de Laplace sur le potentiel :

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{sur } \Omega(t) \quad (1)$$

A la surface libre, le potentiel vérifie les conditions limites cinématique et dynamique de surface libre,

$$\frac{D\mathbf{r}}{Dt} \equiv \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{r} = \mathbf{u} = \nabla \phi \quad \text{sur } \Gamma_f(t) \quad (2)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = -gz + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi - \frac{p_a}{\rho} \quad \text{sur } \Gamma_f(t) \quad (3)$$

respectivement, avec  $\mathbf{r}$  le vecteur position de la surface libre,  $g$  l'accélération de la gravité,  $p_a$  la pression atmosphérique et  $\rho$  la masse volumique du fluide. Au fond, supposé imperméable et stationnaire, une condition de non-pénétration est imposée :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_b \quad (4)$$

$n$  désigne le vecteur normal à la frontière considérée, orienté vers l'extérieur du domaine fluide. Sur la frontière gauche du domaine, des vagues, périodiques ou irrégulières, peuvent être générées par le mouvement d'un batteur plan de type "volet" ou "piston". Il est aussi possible d'utiliser une méthode de génération exacte de vagues périodiques fondée sur la théorie de la fonction de courant. A l'extrémité droite du domaine, une plage absorbante (AB) est implémentée pour réduire la réflexion des vagues sur la frontière. Plus de détails sur la génération et l'absorption des vagues dans le modèle sont disponibles dans Grilli & Horrillo (1997). Sur le corps immergé, une condition spécifique est imposée, détaillée dans la partie suivante.

L'équation (1) est transformée en une équation intégrale sur les frontières (BIE) à l'aide de la seconde identité de Green ; elle est ensuite résolue par la méthode des éléments de frontière. L'équation intégrale est évaluée en  $N$  nœuds de discrétisation sur les frontières et  $M$  éléments d'ordre élevé sont utilisés pour interpoler les variables entre les nœuds de discrétisation. Dans la suite, des éléments quadratiques isoparamétriques sont utilisés sur les frontières latérales et sur le fond. Des éléments linéaires isoparamétriques sont disposés sur la frontière du corps et des éléments cubiques sont utilisés sur la surface libre pour assurer la continuité de la pente entre chaque élément. Sur ces derniers éléments, plus connus sous le nom d'éléments d'interpolation cubique mixte, la géométrie est modélisée par des fonctions de forme cubiques et les variables physiques sont interpolées entre chaque paire de nœuds voisins à l'aide d'un élément isoparamétrique "glissant" à 4 nœuds. Les expressions des intégrales sur les éléments (régulières, singulières et quasi-singulières) sont

données dans Grilli & Subramanya (1996). Les conditions de surface libre (2) et (3) sont intégrées en temps grâce à des développements en séries de Taylor au second ordre :

$$\mathbf{r}(t + \Delta t) = \mathbf{r}(t) + \Delta t \frac{D\mathbf{r}}{Dt}(t) + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{D^2\mathbf{r}}{Dt^2}(t) \quad (5)$$

$$\phi(t + \Delta t) = \phi(t) + \Delta t \frac{D\phi}{Dt}(t) + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{D^2\phi}{Dt^2}(t) \quad (6)$$

Les termes du second ordre sont exprimés en dérivant de façon lagrangienne les équations (2) et (3) et calculés en résolvant une seconde BIE portant sur  $(\frac{\partial\phi}{\partial t}, \frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n})$  dont les conditions aux limites sont formulées à partir de la solution de la première BIE. Les expressions détaillées des séries de Taylor sont données dans Grilli (1997).

Ce canal à houle numérique a été modifié pour prendre en compte la présence d'un corps rigide complètement immergé sous la surface libre. Récemment le cas d'un corps en mouvement forcé (qui inclut le cas particulier du corps fixe) a été étudié (Guerber et al., 2010). On s'intéresse ici au cas d'un corps en mouvement "libre" (sous l'effet de divers efforts), qui nécessite un couplage hydro-mécanique entre les équations du fluide et les équations du mouvement du solide.

## II – 2 Couplage hydro-mécanique

On considère un corps quelconque rigide de masse  $M$  et de moment d'inertie  $I$  par rapport à son centre d'inertie, les équations du mouvement de ce corps s'écrivent :

$$M\ddot{\mathbf{x}} = \int_{\Gamma_c} p\mathbf{n}d\Gamma - Mg\mathbf{z} + \mathbf{F}_{ext} \quad (7)$$

$$I\ddot{\theta}\mathbf{y} = \int_{\Gamma_c} p(\mathbf{r} \times \mathbf{n})d\Gamma + \mathbf{M}_{ext} \quad (8)$$

$\ddot{\mathbf{x}}$  désigne l'accélération du centre d'inertie du corps,  $\ddot{\theta}$  l'accélération angulaire du corps par rapport à son centre d'inertie,  $\mathbf{F}_{ext}$  et  $\mathbf{M}_{ext}$  représentent respectivement les efforts et moments extérieurs agissant sur le corps (ancrage, effort d'extraction de l'énergie des vagues, etc.),  $\mathbf{r}$  est le vecteur position du point d'intégration sur la surface du corps par rapport au centre d'inertie et  $\mathbf{y}$  est le vecteur normal au plan  $(x, z)$ , défini par  $\mathbf{y} = \mathbf{z} \times \mathbf{x}$ . Enfin la pression  $p$  agissant sur le corps est donnée par la relation (non-linéaire) de Bernoulli :

$$p = -\rho \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi + gz \right) \quad (9)$$

Le calcul de la pression est rendu délicat par le fait que le terme  $\frac{\partial\phi}{\partial t}$  dans (9) est inconnu le long de  $\Gamma_c$ . La résolution du problème de Laplace portant sur  $\frac{\partial\phi}{\partial t}$  permet de contourner cette difficulté, si ce n'est que la condition de Neumann sur la frontière du corps proposée par Cointe (1989) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n} = \ddot{\alpha} \cdot \mathbf{n} + \dot{\theta} \left( \dot{\alpha} \cdot \mathbf{s} - \frac{\partial\phi}{\partial s} \right) - \left( \frac{1}{R} \frac{\partial\phi}{\partial s} + \frac{\partial^2\phi}{\partial s\partial n} \right) \dot{\alpha} \cdot \mathbf{s} \\ + \left( \frac{\partial^2\phi}{\partial s^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial\phi}{\partial n} \right) \dot{\alpha} \cdot \mathbf{n} \quad \text{sur } \Gamma_c \quad (10) \end{aligned}$$

n'est pas exploitable en l'état car l'accélération  $\ddot{\alpha}$  et la vitesse  $\dot{\alpha}$  des points à la surface du corps  $\Gamma_c$  font partie des inconnues du problème. Dans (10),  $\dot{\theta}$  est la vitesse de rotation

du corps,  $1/R$  est la courbure locale de la frontière  $\Gamma_c$ , et  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{s}$  sont les vecteurs localement normal et tangent à  $\Gamma_c$ .

Plusieurs auteurs ont développé des méthodes pour surmonter cette difficulté. On peut notamment citer : (i) méthode de décomposition des modes (Vinje & Brevig, 1981), (ii) méthode itérative (Sen, 1993; Cao et al., 1994), (iii) méthode indirecte (Wu & Eatock-Taylor, 1996) et (iv) méthode implicite (Van Daalen, 1993; Tanizawa, 1995). Après analyse de ces différentes méthodes, la méthode implicite a été choisie pour notre modèle car elle ne nécessite aucune sous-itération, et aucun potentiel “artificiel” n’est à introduire. Cette méthode utilise les équations (7-8), (9) et (10) pour en déduire une nouvelle équation intégrale portant sur  $\frac{\partial\phi}{\partial t}$  à la surface du corps, sous la forme :

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t\partial n}(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma_c} K(\mathbf{x}, \xi) \frac{\partial\phi}{\partial t}(\xi) d\Gamma_\xi = \gamma(\mathbf{x}) \quad (11)$$

Cette équation est alors discrétisée par la méthode des éléments de frontière ; la matrice  $K$  est régulière, symétrique et ne dépend que de la géométrie du corps. La fonction  $\gamma$  est également calculée explicitement à chaque itération. Après avoir résolu le premier problème de Laplace sur le potentiel, l’équation (11) est ajoutée au système matriciel du problème sur  $\frac{\partial\phi}{\partial t}$  de façon à avoir autant d’équations que d’inconnues. Ce second système matriciel est inversé par la technique d’élimination de Kaletsky. Après avoir calculé la pression à la surface du corps par (9), les équations du mouvement (7-8) sont intégrées en temps et fournissent la position et la vitesse du corps au pas de temps suivant. Plusieurs schémas d’intégration ont été comparés sur des cas simples d’oscillateurs mécaniques avec amortissement, et le schéma de Newmark a été retenu (écrit ici pour l’équation (7)) :

$$\dot{\mathbf{x}}_{n+1} = \dot{\mathbf{x}}_n + \Delta t [(1 - \gamma)\ddot{\mathbf{x}}_n + \gamma\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}] \quad (12)$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \Delta t\dot{\mathbf{x}}_n + \Delta t^2[(\frac{1}{2} - \beta)\ddot{\mathbf{x}}_n + \beta\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}] \quad (13)$$

Le choix s’est porté sur les paramètres  $\gamma = 1/2$  et  $\beta = 1/6$  correspondant à la méthode dite de l’accélération linéaire. Etant donné que ce schéma est implicite ( $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}$  est inconnue en début de pas de temps), des itérations sont nécessaires. Une boucle de type prédicteur-correcteur est utilisée pour converger vers la valeur de la force hydrodynamique au pas de temps suivant, en prenant comme valeur initiale une extrapolation polynômiale de degré 3 en temps à partir des valeurs des quantités connues aux quatre pas de temps précédents. La convergence est généralement obtenue au bout de 2 itérations. Dans nos simulations, le pas de temps est imposé par le solveur hydrodynamique.

### III – Etude du Cylindre de Bristol en houle monochromatique

#### III – 1 Le cylindre de Bristol

Guerber et al. (2010) ont étudié les interactions non-linéaires entre un cylindre immergé en mouvement forcé et la surface libre. Ils ont notamment vérifié qu’un cylindre immergé décrivant un mouvement orbital circulaire se comporte comme un générateur de vagues unidirectionnel. Inversement, il est possible d’imaginer qu’un cylindre immergé placé dans un champ de vagues et convenablement ancré au fond ou à une structure fixe par un système de ressorts et d’amortisseurs pourrait absorber efficacement l’énergie des vagues, et potentiellement constituer un SREV. Cette idée a été introduite et étudiée à la fin des années 1970, via le “Cylindre de Bristol” (Evans, 1976; Evans et al., 1979). La théorie

au 1er ordre (linéaire) développée par Evans (1976) sert de premier point de comparaison à nos simulations. On considère ici le mouvement d'un cylindre immergé sous l'action de vagues périodiques, en profondeur infinie. L'équation du mouvement d'un tel cylindre de masse  $M$  par unité de longueur, à la position  $\mathbf{x}$  à l'instant  $t$  partant d'une position d'équilibre  $\mathbf{x}_{ini}$  s'écrit dans ce cadre :

$$M\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_h - Mg\mathbf{z} - d_0\dot{\mathbf{x}} - k_0(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ini}) \quad (14)$$

$\mathbf{F}_h$  représente les efforts hydrodynamiques induits par les vagues et  $(d_0, k_0)$  sont respectivement la raideur et le coefficient d'amortissement, pris égaux dans les directions  $x$  et  $z$ , et calculés en fonction d'une pulsation de réglage  $\omega_0$ , pour laquelle la puissance absorbée est maximale (Evans, 1976) :

$$k_0 = \{M + a_{ii}(\omega_0)\} \omega_0^2 \quad (15)$$

$$d_0 = b_{ii}(\omega_0) \quad (16)$$

où  $a_{ii}(\omega_0)$  et  $b_{ii}(\omega_0)$  sont respectivement la masse ajoutée (linéaire) et le coefficient d'amortissement de radiation du cylindre, à la fréquence de réglage. Ces coefficients ont été calculés numériquement, à l'aide d'une configuration avec un cylindre en mouvement forcé de pilonnement et d'embarquée.

Evans (1976) montre que, sous ces conditions, le cylindre décrit un cercle de rayon  $C$  sous l'action d'une houle linéaire d'amplitude  $A$  et de pulsation  $\omega$  :

$$\left(\frac{C}{A}\right)^2 = \frac{\rho g^2 b_{ii}(\omega)}{\omega \{ [k_0 - (M + a_{ii}(\omega))\omega^2]^2 + \omega^2 (d_0 + b_{ii}(\omega))^2 \}} \quad (17)$$

La configuration utilisée par Evans et al. (1979) est reproduite dans nos simulations : un cylindre de rayon  $R = 5$  cm, réglé à la fréquence  $f_0 = 1.65$  Hz ( $kR = 0.55$ ), est placé à la cote initiale  $z_c = -1.25R = -6,25$  cm sous la surface libre au repos. Des vagues monochromatiques de hauteur variant entre 0.1 mm et 1 cm sont générées par la méthode de fonction de courant, avec 13 fréquences réparties entre 1 Hz et 3 Hz et des longueurs d'onde allant de 19 cm à 2.45 m. Pour chaque fréquence, 20 nœuds par longueur d'onde sont utilisés pour discrétiser la surface libre et 60 nœuds sont utilisés sur le contour du cylindre. La profondeur du canal  $d$  est fixée à 1.2 m de façon à vérifier que pour l'ensemble des fréquences considérées,  $kd$  reste supérieur à 3.1. On se place donc bien en profondeur infinie, conformément à la théorie d'Evans. Une plage absorbante de longueur 4 fois la longueur d'onde est implémentée à l'extrémité du canal pour limiter les réflexions parasites.

## **III – 2 Résultats numériques**

### **III – 2.1 Trajectoire du centre du cylindre**

Après un état transitoire, le centre du cylindre décrit une trajectoire stable dans le temps autour de sa position initiale qui correspond à sa position d'équilibre. La figure 2 montre l'évolution de l'amplitude moyenne de la trajectoire  $R_{moy}$  adimensionnée par l'amplitude  $A$  de la houle en fonction de  $kR$ . La courbe en pointillés correspond au rayon de la trajectoire circulaire prédite par la théorie linéaire d'Evans. Les résultats du modèle numérique se rapprochent sensiblement de la théorie d'Evans pour les vagues de plus faible amplitude. En particulier, les résultats du modèle numérique convergent lorsque l'amplitude de la houle décroît.

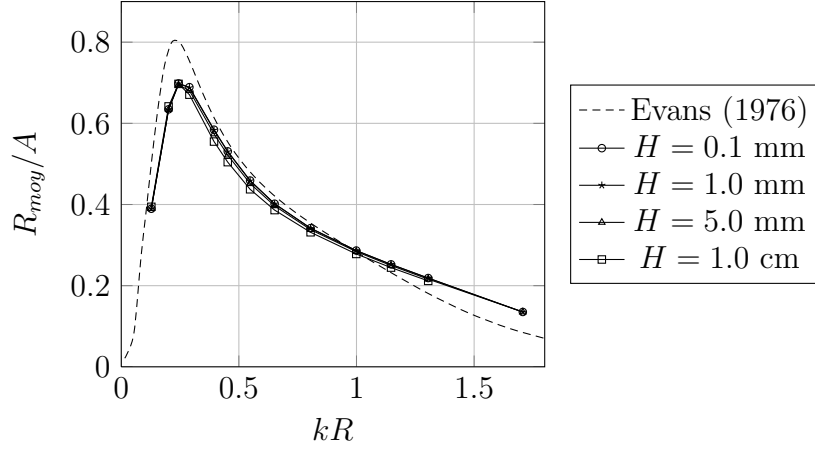


Figure 2 – Amplitude moyenne de la trajectoire du cylindre, adimensionnée par l’amplitude des vagues, en fonction de  $kR$ . Les résultats sont comparés à la théorie linéaire d’Evans (1976).

L’amplitude moyenne du mouvement du cylindre décroît légèrement lorsque la non-linéarité des vagues augmente. Par ailleurs, contrairement aux résultats de la théorie linéaire d’Evans, les trajectoires du cylindre prédites par le modèle numérique ne sont pas parfaitement circulaires.

Sur la figure 3 est représentée l’excentricité  $e$  de la trajectoire, définie par :

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{R_{min}}{R_{max}}\right)^2} \quad (18)$$

où  $R_{min}$  et  $R_{max}$  sont respectivement les amplitudes minimum et maximum de la trajectoire du centre du cylindre sur une période de vague. Le cas du cercle parfait correspond à une excentricité nulle ( $R_{max} = R_{min}$ ).

De nouveau les résultats numériques se rapprochent de la théorie d’Evans pour les faibles amplitudes de vagues, sans toutefois prédire une trajectoire parfaitement circulaire. Le caractère elliptique de la trajectoire augmente sensiblement avec l’amplitude de la houle. Par ailleurs la trajectoire du cylindre présente une excentricité minimum pour la fréquence de réglage considérée ( $kR = 0.55$ ).

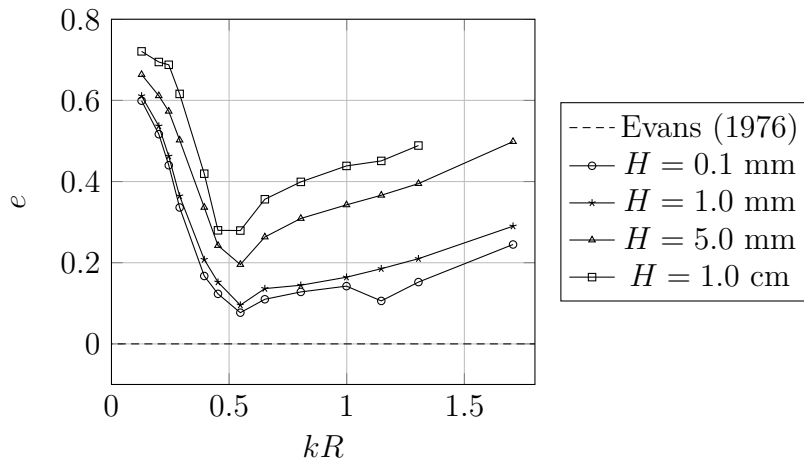


Figure 3 – Excentricité de la trajectoire en fonction de  $kR$ . Les résultats sont comparés à la théorie linéaire d’Evans (1976).

### III – 2.2 Efficacité du système

Evans et al. (1979) se sont également intéressés à l'efficacité du cylindre de Bristol  $E$  qui est définie comme le rapport de la puissance moyenne absorbée par le système  $\langle \mathcal{P}_{abs} \rangle$  sur le flux d'énergie incident moyen  $\langle \Phi_i \rangle$ .

$$E = \frac{\langle \mathcal{P}_{abs} \rangle}{\langle \Phi_i \rangle} \quad (19)$$

avec  $\langle \mathcal{P}_{abs} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T d_0 \dot{\mathbf{x}}^2 dt$ .

Evans montre que l'efficacité du système à la fréquence  $\omega$  prédite par la théorie linéaire en profondeur infinie prend la forme :

$$E(\omega) = \frac{4\omega^2 b_{ii}(\omega) d_0}{[k_0 - (M + a_{ii}(\omega))\omega^2]^2 + \omega^2 (d_0 + b_{ii}(\omega))^2} \quad (20)$$

On notera qu'à la fréquence de réglage, on obtient  $E(\omega_0) = 1$  qui correspond à une absorption totale de l'énergie de la houle incidente. L'efficacité est estimée en calculant numériquement le flux moyen d'énergie  $\langle \Phi_i \rangle$  sur une période de houle  $T = 2\pi/\omega$  à travers une section verticale située à l'abscisse moyenne  $x_0$  du centre du cylindre, mais en l'absence de cylindre pour éviter toute réflexion éventuelle. Il s'exprime sous la forme :

$$\langle \Phi_i \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \Phi_i(t) dt \quad (21)$$

avec  $\Phi_i(t)$  le flux (non-linéaire) instantané défini par :

$$\Phi_i(t) = \int_{-d}^{\eta(t)} \frac{\partial \phi}{\partial x} \left[ p + \rho g z + \frac{1}{2} \rho \left( \frac{\partial \phi^2}{\partial x} + \frac{\partial \phi^2}{\partial z} \right) \right] dz \quad (22)$$

où  $\eta(t)$  est la position de la surface libre à l'instant  $t$ .

La figure 3 montre l'efficacité du système pour l'ensemble des fréquences et hauteurs de vague considérées issue du modèle et comparée à la théorie linéaire d'Evans.

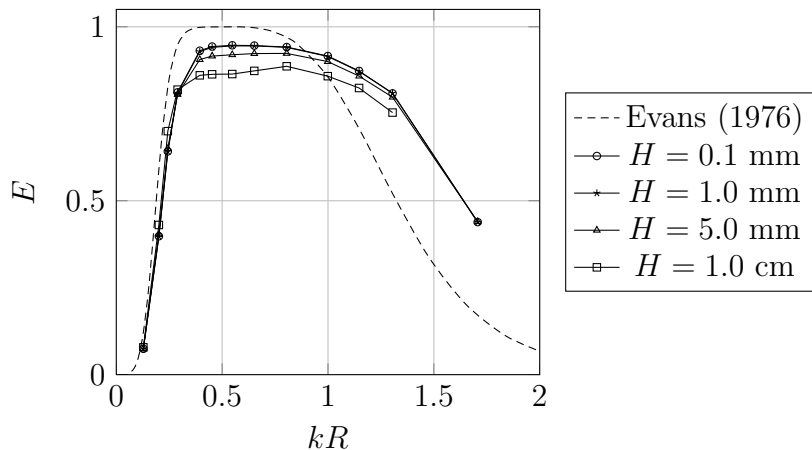


Figure 4 – Efficacité du cylindre de Bristol en fonction de  $kR$ , pour plusieurs amplitudes de vagues. La théorie linéaire d'Evans (1976) correspond à la courbe en pointillés.

L'efficacité théorique d'Evans est proche de 1 sur une bande de fréquences allant de  $kR = 0.40$  à  $kR = 0.65$ . Les résultats numériques convergent vers une efficacité maximale du système à environ 0.95 pour les faibles amplitudes de la houle, avec une bande spectrale



plus large que celle obtenue par la théorie linéaire (Fig. 4). En revanche le système perd en efficacité lorsque l'amplitude de la houle augmente, ce qui confirme que le réglage (Eq. 16) proposé par Evans ne reste pas optimal dès lors que la cambrure des vagues augmente.

## IV – Efficacité du système en houle irrégulière

Dans cette partie, on étudie l'efficacité du cylindre de Bristol soumis à des vagues irrégulières correspondant à un spectre de JONSWAP. Comme dans la partie précédente, on considère un cylindre de Bristol de rayon 5 cm, immergé à 6.25 cm sous la surface libre au repos, dans un bassin de profondeur  $d = 1.2$  m, et réglé à la fréquence  $f_0 = 1.65$  Hz, soit  $kR = 0.55$ . Les vagues sont générées par le mouvement d'un batteur-volet dont l'amplitude est déduite du spectre de variance de surface libre grâce à la théorie de batteur au premier ordre (Dean & Dalrymple, 1991). L'objectif de ces simulations est de mesurer l'influence de l'étalement spectral, via le paramètre d'élanement  $\gamma$  du spectre de JONSWAP, sur l'efficacité du système autour de sa fréquence de réglage. Dans la suite, la fréquence de pic  $f_p$  des spectres considérés ainsi que la fréquence  $f_r$  de la houle régulière sont choisies égales à la fréquence de réglage du système :

$$f_p = f_r = f_0 \quad (23)$$

### IV – 1 Caractéristiques des spectres de JONSWAP considérés

Les spectres de JONSWAP considérés sont paramétrisés sous la forme :

$$S_J(f) = \alpha \frac{g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp\left(-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-4}\right) \gamma \exp\left(-\frac{\left(1-\frac{f}{f_p}\right)^2}{2\sigma^2}\right) = \alpha S'_J(f) \quad (24)$$

où  $g$  est la gravité et  $\sigma$  une constante qui vaut 0.07 si  $f \leq f_p$  et 0.09 sinon. Le paramètre de Phillips  $\alpha$  est un facteur proportionnel à l'énergie du spectre. Il dépend du carré de la hauteur significative  $H_{m_0}$ . Dans la suite on note  $S'_J(f)$  le spectre de JONSWAP réduit défini par  $S'_J(f) = S_J(f)/\alpha$ . On a alors :

$$H_{m_0}^2 = 16m_0 = 16\alpha \int_{f_{min}}^{f_{max}} S'_J(f) df \quad (25)$$

La hauteur significative  $H_{m_0}$  est ensuite calculée de façon à assurer l'égalité entre le flux moyen d'énergie incident en vagues irrégulières, générées à partir d'un spectre de JONSWAP de paramètres  $(H_{m_0}, f_p, \gamma)$ , et le flux d'énergie moyen incident en vagues monochromatiques de paramètres  $(H_r, f_r)$ . D'après la théorie linéaire en profondeur finie  $d$ , cette égalité des flux moyens se traduit par la relation :

$$\rho g \alpha \int_{f_{min}}^{f_{max}} c_g(f, d) S'_J(f) df = \frac{1}{8} \rho g H_r^2 c_g(f_r, d) \quad (26)$$

où  $c_g(f, d)$  correspond à la vitesse de groupe en profondeur finie  $d$  à la fréquence  $f$ . On en déduit :

$$\left(\frac{H_{m_0}}{H_r}\right)^2 = \frac{2c_g(f_r, d) \int_{f_{min}}^{f_{max}} S'_J(f) df}{\int_{f_{min}}^{f_{max}} c_g(f, d) S'_J(f) df} \quad (27)$$

Cette relation est résolue numériquement et la figure 5 présente l'évolution avec le paramètre  $\gamma$  du rapport  $H_{m_0}/H_r$  des hauteurs significatives  $H_{m_0}$  en vagues irrégulières sur les hauteurs de houle en vagues régulières  $H_r$  pour un même flux d'énergie moyen.

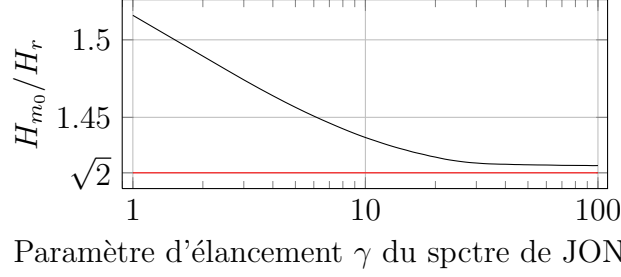


Figure 5 – Correspondance entre les hauteurs de houle  $H_r$  en vagues régulières et les hauteurs significatives  $H_{m0}$  en vagues irrégulières en fonction de  $\gamma$ , pour  $f_p = f_r = f_0 = 1.65$  Hz, d’après la théorie linéaire en profondeur finie.

Lorsque  $\gamma$  tend vers l’infini,  $S'_J(f)$  tend vers un Dirac centré sur  $f_p = f_r$  et donc  $H_{m0}/H_r$  tend vers  $\sqrt{2}$ , ce qui est bien observé sur la figure 5. Dans la suite, 4 valeurs de  $\gamma$  ( $\gamma = 1, 3, 7$  et  $20$ ) et 3 valeurs de  $H_r$  ( $H_r = 0.1$  mm,  $1.0$  mm et  $1.0$  cm) ont été choisies pour mesurer l’efficacité du cylindre de Bristol. La figure 6 représente les 4 spectres de JONSWAP utilisés pour le cas  $H_r = 1.0$  cm.

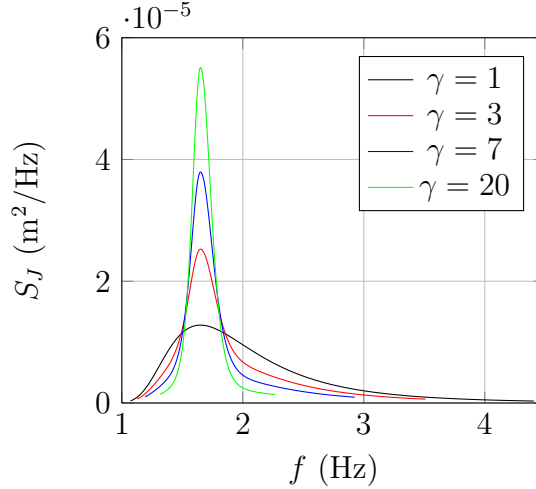


Figure 6 – Spectres de JONSWAP ( $f_p = 1.65$  Hz) pour  $H_r = 1$  cm et 4 valeurs de  $\gamma$ .

## IV – 2 Résultats numériques

Dans le cas des vagues irrégulières, on définit de façon similaire au cas des vagues régulières (19) la notion d’efficacité  $E$  du système. En revanche, au lieu d’être moyennées sur la période de la houle, les quantités  $\langle \mathcal{P}_{abs} \rangle$  et  $\langle \Phi_i \rangle$  sont moyennées sur la durée totale  $\mathcal{D}$  de la simulation. Ainsi le flux moyen d’énergie vaut :

$$\langle \Phi_i \rangle = \frac{1}{\mathcal{D}} \int_0^{\mathcal{D}} \Phi_i(t) dt \quad (28)$$

La durée  $\mathcal{D}$  de nos simulations est de 150 s, ce qui représente à peu près 250 fois la période de pic  $T_p = 1/f_p$ . 300 noeuds sont utilisés sur la surface libre, ce qui correspond à environ 30 noeuds par longueur d’onde  $\lambda_p$  ( $\lambda_p = 0.57$  m étant la longueur d’onde correspondant à la fréquence de pic  $f_p$ ), avec une plage absorbante sur  $4\lambda_p$ . Comme dans la partie précédente, le flux moyen incident est calculé à la position moyenne du cylindre mais en l’absence du cylindre pour éviter toute réflexion parasite. Les figures 7 et 8 montrent l’élévation de surface libre, le flux incident et la puissance absorbée au cours du

temps, pour  $\gamma = 1$  (Fig. 7) et  $\gamma = 20$  (Fig. 8). Les deux figures correspondent à un même flux incident moyen  $\langle \Phi_i \rangle$  équivalent, de l'ordre de  $5.8 \cdot 10^{-6}$  W/m. Le signal de la puissance absorbée  $\mathcal{P}_{abs}$  présente des allures différentes pour les 2 valeurs de  $\gamma$ . Pour  $\gamma = 1$ , le signal est plus irrégulier du fait d'une largeur spectrale plus importante (Fig. 7). Pour  $\gamma = 20$ , la production de puissance est davantage concentrée sous forme de "bouffées" intermittentes, en raison d'un effet de groupement de vagues plus marqué pour cette valeur élevée de  $\gamma$  (Fig. 8). Des simulations complémentaires sont en cours pour préciser cet aspect.

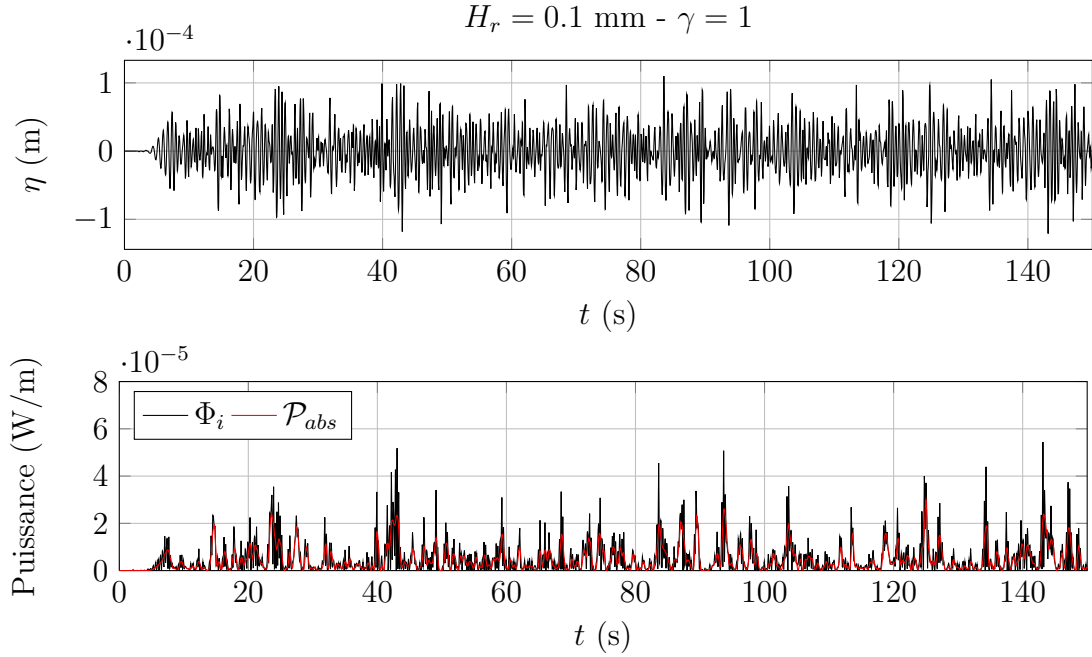


Figure 7 – En haut : élévation de surface libre  $\eta$  à l'abscisse moyenne du cylindre. En bas : flux incident  $\Phi_i$  et puissance absorbée  $\mathcal{P}_{abs}$ , pour  $H_r = 0.1$  mm et  $\gamma = 1$ .

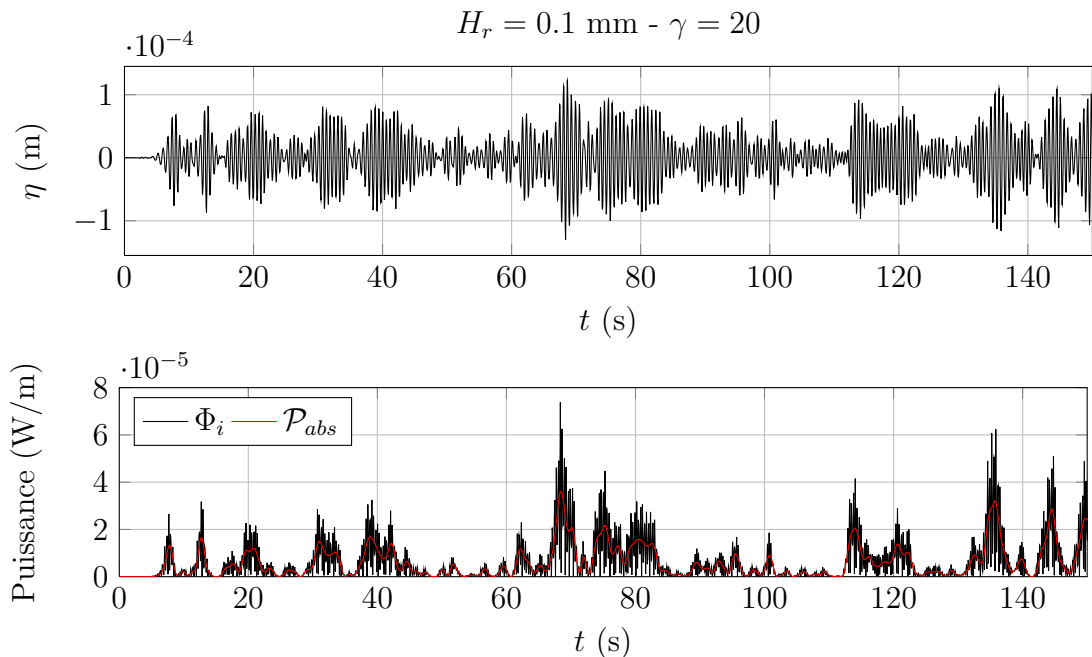


Figure 8 – En haut : élévation de surface libre  $\eta$  à l'abscisse moyenne du cylindre. En bas : flux incident  $\Phi_i$  et puissance absorbée  $\mathcal{P}_{abs}$ , pour  $H_r = 0.1$  mm et  $\gamma = 20$ .

La figure 9 montre l'efficacité  $E$  du système en vagues irrégulières, en fonction de l'étalement spectral  $\gamma$ , pour les 3 hauteurs de vagues régulières équivalentes. Logiquement lorsque l'énergie se concentre autour de la fréquence de réglage  $f_0 = f_p$ , c'est-à-dire lorsque  $\gamma$  augmente, le système est de plus en plus efficace. L'efficacité semble tendre vers une asymptote lorsque  $\gamma$  augmente. Le système perd en efficacité lorsque  $H_r$  augmente : ce résultat est en accord avec l'effet de la non-linéarité de l'état de mer déjà observé en vagues monochromatiques.

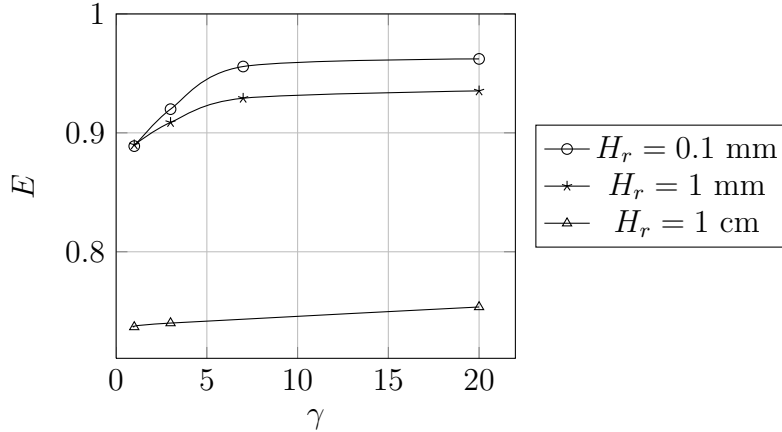


Figure 9 – Efficacité du cylindre de Bristol en fonction du facteur d'étalement spectral  $\gamma$  en vagues irrégulières, pour 3 hauteurs de vagues régulières équivalentes ( $H_r = 0.1$  mm, 1.0 mm et 1.0 cm).

## V – Conclusions et perspectives

Le modèle numérique utilisé, à savoir un canal à houle numérique bidimensionnel, fondé sur un modèle potentiel complètement non-linéaire, a été présenté. Le problème du couplage hydro-mécanique, lié à la présence d'un corps de forme quelconque totalement immergé en mouvement "libre", a été formulé de façon mathématique et résolu de façon numérique par la méthode implicite de Van Daalen (1993) et Tanizawa (1995). Les résultats du modèle ont ensuite été comparés à la théorie linéaire d'Evans (1976) pour le cas d'un cylindre en mouvement "libre" (avec ressort et amortissement dans les directions horizontale et verticale), représentant un SREV idéalisé. En vagues monochromatiques, un bon accord a été observé sur l'amplitude moyenne de la trajectoire du cylindre et sur l'efficacité du système pour des vagues de faible amplitude. Des effets non-linéaires ont été mis en évidence sur le caractère elliptique de la trajectoire et sur l'efficacité du système lorsque la cambrure des vagues augmente. En vagues irrégulières, le système gagne en efficacité lorsque l'énergie du spectre est concentrée autour de la fréquence de pic (prise ici égale à la fréquence de réglage du système) tandis que le caractère non-linéaire de l'état de mer conduit à une perte d'efficacité du système. Ces travaux se poursuivront par une validation expérimentale du modèle sur le cas d'un SREV schématisé composé d'un cylindre horizontal en pilonnement, relié à un générateur linéaire électrique. Ces expériences seront réalisées dans le canal à houle de l'Université du Rhode Island (USA).

## VI – Bibliographie

- Cao, Y, Beck, RF, and Schultz, WW (1994). “Nonlinear Computation of Wave Loads and Motions of Floating Bodies in Incident Waves,” *Proc 9th (1994) Int Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, Kuju, Oita, Japan.
- Cointe, R (1989). “Quelques aspects de la simulation numérique d’un canal à houle”. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- Dean, RG, and Dalrymple, RA (1991). “Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists,” World Scientific Press.
- Evans, DV (1976). “A theory for wave-power absorption by oscillating bodies,” *J Fluid Mech*, Vol 77, pp 1-25.
- Evans, DV, Jeffrey, DC, Salter, SH, and Taylor, JRM (1979). “Submerged Cylinder Wave Energy Device : theory and experiment,” *Applied Ocean Research*, Vol 1, No 1, pp 3-12.
- Grilli, ST (1997). *Fully Nonlinear Potential Flow Models used for Long Wave Runup Prediction*. Chapter in “Long-Wave Runup Models”, (eds. H. Yeh, P. Liu, and C. Synolakis), pps. 116-180. World Scientific Publishing, Singapore.
- Grilli, ST, and Horrillo, J (1997). “Numerical Generation and Absorption of Fully Non-linear Periodic Waves,” *J Eng Mech*, Vol 123, No 10, pp 1060-1069.
- Grilli, ST, and Subramanya, R (1994). “Quasi-singular Integrations in the Modelling of Nonlinear Water Waves,” *Eng Analysis with Boundary Elements*, Vol 13, No 2, pp 181-191.
- Guerber, E, Benoit, M, Grilli, ST, and Buvat, C (2010). “Modeling of Fully Nonlinear Wave Interactions with Submerged Moving Structures,” *Proceedings of the 20th ISOPE Conference*, Beijing, 20-26 June 2010, Intl. Society of Offshore and Polar Engng, pp 529-536.
- Mann, LD, Burns, AR, and Ottaviano, ME (2007). “CETO, a Carbon Free Wave Power Energy Provider of the Future,” *Proc 7th (2007) European Wave and Tidal Energy Conference*, Porto, Portugal.
- Sen, D (1993). “Numerical simulation of motions of two-dimensional floating bodies,” *J Ship Research*, Vol 37, No 4, pp 307-330.
- Tanizawa, K (1995). “A Nonlinear Simulation Method of 3D Body Motions in Waves, 1<sup>st</sup> Report” *J Soc Naval Arch Japan*, Vol 178, pp 179-191.
- Van Daalen, EFG (1993). “Numerical and Theoretical Studies of Water Waves and Floating Bodies”. PhD Thesis, University of Twente, The Netherlands.
- Vinje, T, and Brevig, P (1981). “Nonlinear, Two-Dimensional Ship Motions,” *Norwegian Institute of Technology*, Report R-112.81.
- Wu, GX, and Eatock-Taylor, R (1996). “Transient Motion of a Floating Body in Steep Water Waves,” *Proc 11th (1996) Int Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, Hamburg, Germany.