



**12<sup>èmes</sup> Journées de l'Hydrodynamique**  
**Nantes , 17-19 novembre 2010**

**SIMULATION EN METHODE PARTICULAIRE DE  
L'INTERACTION HOULE-OUVRAGES MARINS**

***SIMULATION OF WAVE-BODY INTERACTIONS BY  
MEANS OF A PARTICLE METHOD***

**J.M. CHERFILS\*, L. BLONCE\*, G. PINON\*, E. RIVOALEN\*\***

\* Laboratoire Ondes & Milieux Complexes FRE 3102 CNRS  
BP 540, 76058 LE HAVRE Cedex

\*\* Laboratoire de Mécanique de Rouen EA 3828  
Avenue de l'Université, BP 08, 76801 SAINT ETIENNE DU ROUVRAY  
*jean-marc.cherfils@univ-lehavre.fr*

**Résumé**

L'étude porte sur l'amortissement de la houle généré par une plaque horizontale immergée. L'approche est numérique et un code particulaire SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) a été développé permettant de traiter en formulation lagrangienne les équations d'Euler. L'efficacité de la méthode pour simuler la propagation d'ondes de gravité a été validée par une modélisation robuste des équations. Une parallélisation efficace a d'ailleurs été développée, permettant la simulation d'écoulements bi- et tridimensionnels moyennant des temps de calcul raisonnables. Le code SPH est ensuite étendu à la modélisation des équations de Navier Stokes et appliqué au même problème de la plaque soumise à l'action de la houle en canal. La méthode des frontières immergées, est employée pour la prise en compte des conditions aux limites de type adhérence sur les parois de la plaque.

**Summary**

The study focuses on the damping of waves by a submerged horizontal plate. The approach is numerical and a SPH code (Smoothed Particle Hydrodynamics) has been developed to deal with the Lagrangian formulation of Euler equations. The efficiency of the method to simulate the propagation of gravity waves has been validated by a robust model of the equations. An efficient parallelization has also been developed, allowing the simulation of two- and three-dimensional flows with acceptable computation times. The SPH code was then extended to the modeling of Navier-Stokes equations and applied to the same problem of the plate, submitted to the action of waves in a channel. The immersed boundary method is employed for the consideration of no-slip boundary conditions on the plate.

## I – Introduction

Notre étude porte sur l’amortissement d’une houle régulière par une plaque horizontale immergée en canal. L’interaction non-linéaire entre l’onde de gravité, la plaque et la surface libre conduit à un transfert d’une partie de l’énergie de la houle incidente vers ses harmoniques, ainsi qu’à la création périodique de tourbillons aux extrémités. Ce type de structure a déjà inspiré des projets réels d’amortissement de la houle, près de côtes (plan d’eau aux jeux olympiques de Barcelone, 1992 ; digue flottante à Monaco, 2002 ; tables conchylicoles). Nous avons choisi de modéliser ce phénomène à l’aide d’un code de calcul en méthode particulaire.

La méthode SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) a été développée pour la simulation de systèmes gravitaires en astrophysique [1, 2]. Lagrangienne et sans maillage, SPH est particulièrement adaptée aux simulations en domaine ouvert. L’état du système y est représenté par un ensemble de particules transportant les grandeurs physiques caractéristiques de l’écoulement (vitesse, pression) et se déplaçant selon un système d’équations de conservation établi. Une extension de la méthode à l’hydrodynamique à surface libre a été proposée par Monaghan en 1994 [3]. Depuis, la méthode est régulièrement employée dans ce domaine. SPH a également été appliquée à divers autres problèmes, dominés par des phénomènes non-linéaires et de grandes déformations du milieu, où l’absence de maillage devient intéressante : les écoulements diphasiques, les écoulements de fluides visqueux, les écoulements en milieux poreux, les simulations d’impacts ou d’explosions. Dans le cas présent, la nécessité de prendre en compte d’importantes déformations de la surface libre, des problèmes d’impacts et la possibilité de traiter simplement différentes phases fluides (air, eau, fond sédimentaire) (figure 1) ont justifié le choix de cette méthode.

D’abord, le code de calcul et ses fonctionnalités seront présentés sur le cas test, largement étudié dans la bibliographie, de l’effondrement d’une masse d’eau et de son impact sur un mur vertical. Les résultats seront comparés aux données expérimentales et les performances seront exposées. Nous traiterons enfin le problème de la plaque immergée en montrant la capacité du modèle à prendre en compte des écoulements complexes autour d’obstacles et à décrire l’évolution de grandeurs physiques liées à l’écoulement (vitesse, pression, surface libre) ou les effets d’interactions entre la plaque et la houle (taux de réflexion).

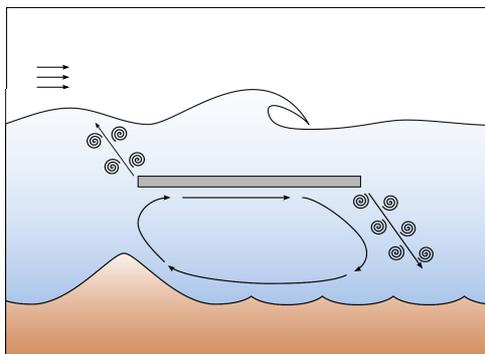


Figure 1 – Représentation d’un écoulement oscillant autour d’une plaque immergée. L’observation montre une grande diversité de phénomènes simultanés : échappements tourbillonnaires [4], déferlement, génération d’harmoniques [5] et transport sédimentaire.

## II – Description du modèle

Un code de calcul parallèle a été développé pour la simulation des équations de Navier-Stokes (ou Euler si on néglige la viscosité), en deux ou trois dimensions d'espaces, par la méthode SPH. En formalisme SPH, la notion d'opérateur-intégrale est adoptée pour l'approximation des grandeurs transportées par les particules et de leurs dérivées.

### II – 1 Schéma d'interpolation

Pour l'interpolation d'un champ scalaire  $f$  à partir des informations connues sur les particules, on écrit l'opérateur-intégrale suivant :

$$\langle f(\mathbf{x}_i) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x} \quad (1)$$

avec  $\mathbf{x}$ , la position de la particule.  $W$  est un noyau d'interpolation de pas  $h$ . Le noyau doit respecter les conditions suivantes afin d'assurer la convergence du schéma d'interpolation :

$$\int_{\Omega} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x} = 1 \quad (2)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) = \delta(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) \quad (3)$$

L'équation (2) est la condition de normalisation du noyau, la seconde condition (équation (3)) impose que le noyau d'interpolation tende vers la mesure de Dirac quand le pas d'interpolation  $h$  tend vers 0. Le noyau, respectant ces conditions, employé ici est une fonction gaussienne [6], à symétrie radiale (voir équation (4)), modifiée afin de permettre une coupure au-delà d'une distance de  $\delta = 3h$ . Cette propriété de compacité ajoutée au noyau autorise l'apport d'un certain nombre d'optimisations développées plus loin.

$$W(s, h) = \frac{e^{-(\frac{s}{h})^2} - e^{-(\frac{\delta}{h})^2}}{2\pi \int_0^{\delta} s (e^{-(\frac{s}{h})^2} - e^{-(\frac{\delta}{h})^2}) ds} \quad (4)$$

avec  $s = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$ . Le pas d'interpolation  $h$  est relié à l'espacement initial entre les particules,  $\Delta x$ , par la relation  $h = \kappa \Delta x$ . La valeur de  $\kappa$  détermine ainsi le nombre de particules prises en compte dans l'interpolation en un point donné. Sa valeur, nécessairement supérieure à 1 (pour avoir recouvrement entre particules) varie selon le noyau choisi et la précision souhaitée. Dans notre cas, nous posons  $\kappa = 1,33$ , ce qui donne en moyenne 50 particules sur le support en dimension 2.

En dérivant l'équation ((1)), puis en exploitant les propriétés du noyau décrites plus haut, on peut également définir un opérateur-intégrale pour l'approximation du gradient du champ  $f$  :

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}_i) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{x}} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x} \quad (5)$$

qui ne fait intervenir que le gradient du noyau employé. Sous forme discrète, on a donc les deux formes suivantes, pour l'approximation d'un champ et de son gradient en méthode particulaire :

$$\langle f(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_j f(\mathbf{x}_j) W_{ij} V_j \quad (6)$$

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_j f(\mathbf{x}_j) \nabla W_{ij} V_j \quad (7)$$

où  $V_j$  représente le volume de la particule  $j$ . Ces schémas d'interpolation SPH sont d'ordre 2 en espace, dans le cas idéal d'une répartition cartésienne et régulière des particules. En pratique, la précision de l'approximation se dégrade fortement lorsque les particules sont déplacées. Il est possible d'en réduire les effets en choisissant un noyau d'ordre supérieur [7], en appliquant une renormalisation à ces noyaux [8] ou encore en redistribuant périodiquement les particules sur une grille régulière (remaillage) [9].

## II – 2 Application aux équations de la Mécanique des Fluides

Les opérateurs définis précédemment sont appliqués aux équations d'Euler pour un fluide incompressible en description lagrangienne :

$$\frac{D\mathbf{x}}{Dt} = \mathbf{u} \quad (8)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{g} \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (10)$$

Où  $\mathbf{u}$  représente la vitesse d'une particule fluide de position  $\mathbf{x}$ ,  $P$  la pression,  $\rho$  la masse volumique et  $\mathbf{g}$  l'accélération de la pesanteur. L'équation (8) représente le déplacement lagrangien des particules. L'équation (9) de conservation de la quantité de mouvement, décrit l'évolution de la vitesse de la particule soumise à un champ de pression et à l'action de la gravité. L'équation (10) traduit la contrainte d'incompressibilité du fluide. L'approche la plus courante en méthode SPH consiste à résoudre les équations du fluide, considéré faiblement compressible ( $\text{Mach} \ll 10$ ), et de clore le système en utilisant une loi d'état pour la pression (équation (14)).

$$\frac{D\mathbf{x}}{Dt} = \mathbf{u} \quad (11)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{g} \quad (12)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (13)$$

$$P = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) \quad (14)$$

A cet effet, les paramètres de la loi d'état sont définis de la manière suivante :  $\rho_0$  est la masse volumique du fluide au repos, dans le cas de l'eau  $1000 \text{ kg/m}^3$ ; la vitesse artificielle du son  $c_0$  est définie à 10 fois la vitesse du son maximale attendue dans le fluide. Ainsi, l'équivalence (15) assure des variations de masse volumique au cours des simulations inférieures à 1%.

$$|\delta\rho|/\rho \approx v_{max}^2/c_0^2 \quad (15)$$

En appliquant l'opérateur (7) au système (11)-(14), et après quelques manipulations permettant d'assurer la conservation et la consistance du schéma, on obtient le schéma

discret à intégrer en temps (par un schéma de Runge-Kutta d'ordre 2 ou supérieur, dans notre cas) :

$$\frac{D\mathbf{x}}{Dt} = \mathbf{u} \quad (16)$$

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j (P_j + P_i) \nabla W_{ij} V_j + \mathbf{g} \quad (17)$$

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_j \left( \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i + \mathbf{n}_{ij} \left( \frac{c_{ij}}{\rho_i} (\rho_j - \rho_i) \right) \right) \cdot \nabla W_{ij} V_j \quad (18)$$

$$P = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) \quad (19)$$

avec  $c_{ij} = \max(c_i, c_j)$ , où  $c_i$  est le vitesse du son effective de la particule  $i$ , à déterminer à partir de l'équation d'état employée.  $\mathbf{n}_{ij}$  désigne le vecteur unitaire allant de la particule  $i$  vers la particule  $j$ . L'équation 17 contient ainsi un terme, le flux Rusanov [10], qui permet de lisser les sauts éventuels de masse volumique entre deux particules proches. Ce terme permet à la fois de s'affranchir d'une viscosité artificielle et d'une méthode de lissage du champ de pression, comme on le rencontre souvent en méthode SPH actuellement [6].

### II – 3 Exemple de validation : effondrement d'une colonne d'eau

Ce cas, dit de la "rupture de barrage", décrit l'évolution d'une masse fluide, de dimensions  $L \times H$ , initialement à l'équilibre hydrostatique. Le mur retenant le fluide est retiré et, sous l'effet de la gravité, la masse fluide s'écroule et se propage vers un mur vertical situé à une distance  $d$  à l'extrémité opposée du domaine de calcul (voir figure 2).

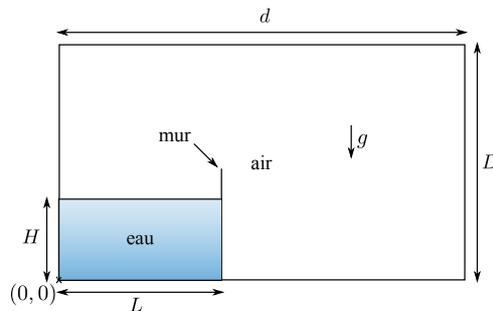


Figure 2 – Configuration initiale de l'effondrement d'une colonne d'eau.  $L$  représente la largeur du volume fluide initialement retenu,  $H$  est sa hauteur. Un mur vertical est placé à une distance  $d$  de l'origine.

Les conditions aux parois, de type glissement, sont imposées à l'aide de "particules fantômes" créées à chaque itération, par symétrie des particules du fluide par rapport aux parois. Leurs propriétés (vitesse, pression) sont définies en fonction de celles de la particule d'origine et ces particules interviennent dans les équations précédentes. La surface libre ne nécessite aucun traitement spécifique, en partie grâce à la représentation lagrangienne de l'écoulement. Ceci est un atout de la méthode SPH par rapport à d'autres méthodes numériques telles que la méthode VOF (Volume Of Fluid) qui nécessitent différents algorithmes pour le suivi et le traitement des reconnections de surface libre. La figure 3 montre

l'évolution de la masse fluide simulée par le modèle SPH proposé. Le violent impact du front d'eau sur le mur opposé conduit à une succession de fragmentations et reconnections de la surface libre. La figure 4 montre l'évolution de la pression calculée au point de coordonnées  $(d; 0, 192H)$ . La pression sur le mur est d'abord nulle (ou égale à la pression atmosphérique) jusqu'au moment de l'impact ( $\tau_3$  à  $\tau_4$ ). La pression augmente alors brutalement jusqu'à une valeur maintenue, qui décroît ensuite progressivement au fur et à mesure que les vitesses au coin diminuent (à partir de  $\tau_4$ ). On remarque cependant que plusieurs pics apparaissent ensuite sur les résultats des simulations numériques. A  $\tau_8$ , le retournement du jet vertical sur la surface libre incidente crée un violent choc de pression qui se propage jusqu'au mur et apparaît sur les données issues de la sonde. De même, à  $\tau_{10}$ , la cavité (contenant en théorie de l'air) s'effondre, formant un seconde pic violent. Les expériences ne montrent pas ces pics de pression. Cela s'explique par la présence de ces cavités, remplies d'air, qui amortissent chacun des deux impacts mentionnés précédemment. [6] montrent d'ailleurs que la modélisation de la phase air en SPH change significativement les résultats et que ces pics de pression disparaissent alors. La valeur obtenue pour le palier entre  $\tau_4$  et  $\tau_7$  est en bon accord avec les données de comparaison.

## II – 4 Optimisation et parallélisation

Le code de calcul développé ici pour les applications génie côtier a fait l'objet de plusieurs optimisations. La première concerne la partie la plus gourmande en temps de calcul de l'algorithme (environ 60%) : la détection des particules situées à une distance inférieure de de la particule d'intérêt, qui seront, en raison de la compacité du noyau, les seules à intervenir dans les équations (11)-(14). Cette recherche de particules proches est réalisée en superposant une grille cartésienne dont chaque maille, de taille, contient une liste des particules présentes dans cette maille. Ainsi, pour une particule donnée, il n'est pas nécessaire de calculer les distances la séparant de toutes les autres particules, mais uniquement celles contenues dans les 8 cases adjacentes et celle contenant la particule. D'autre part, la propriété de compacité du noyau a également été exploitée pour la parallélisation du code de calcul, en autorisant un découpage en sous-domaines indépendants. Les seules communications nécessaires entre processeurs concernent les particules situées à une distance inférieure à  $3h$  d'une frontière de sous-domaine. Un algorithme de répartition dynamique de charge a également été mis en place afin d'assurer l'équilibre en temps de calcul des processeurs. Les sous-domaines varient ainsi en taille pour conserver un nombre équivalent de particules (figure 5).

## III – Amortissement de la houle par une plaque immergée

Pour la protection des rivages, les plaques immergées sont une solution économique et discrète. Le dimensionnement de ces ouvrages nécessite une bonne connaissance de l'écoulement complexe entourant l'obstacle. Ces plaques jouent le rôle d'amortisseurs de houle. La houle incidente est partiellement réfléchiée, générant une houle plus complexe en amont et en aval de la plaque [5]. Le cisaillement ainsi généré aux extrémités est à l'origine d'échappements tourbillonnaires qui peuvent interagir avec le lit du canal et la surface libre selon la position de la plaque ([4] et [12]).

Quelques études théoriques et numériques existent sur le sujet. On trouve notamment les travaux de Patarapanich *et al.* [13] portant sur le taux de réflexion d'une plaque immergée dans un canal modélisé par la méthode des éléments finis. Par ailleurs, B. Boulier [4] s'est intéressé à la dynamique tourbillonnaire aux extrémités de la plaque

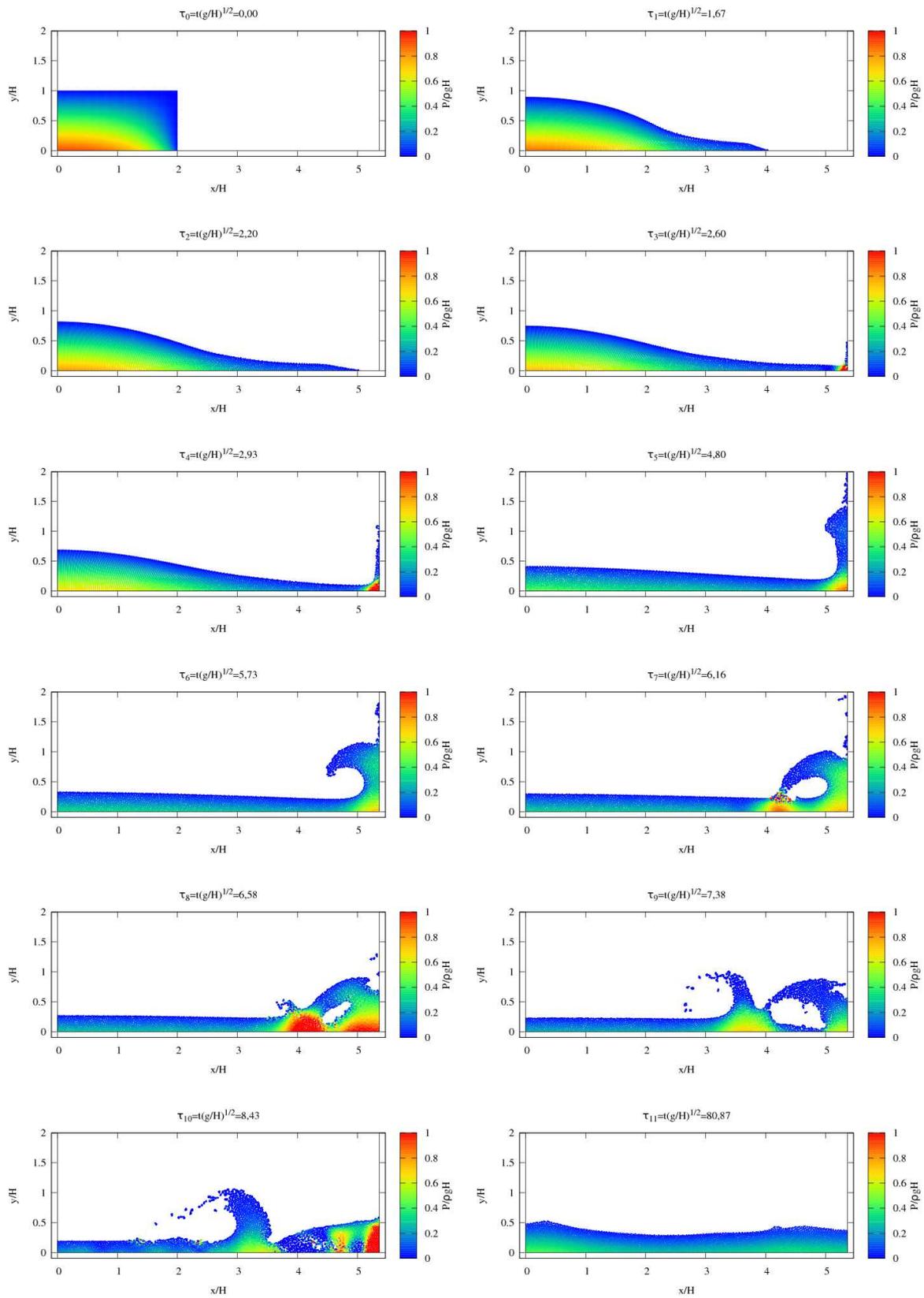


Figure 3 – Effondrement d’une colonne d’eau en deux dimensions par SPH. Vues instantanées du champ de pression.

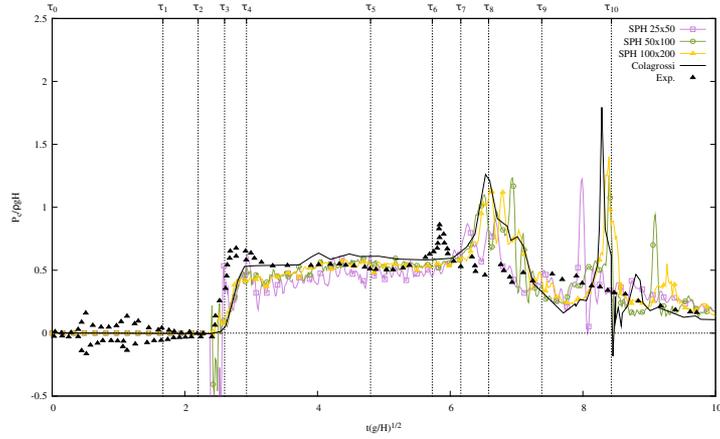


Figure 4 – Evolution de la pression sur le mur opposé, en  $(d; 0, 192H)$ . Comparaison entre les données expérimentales (issues de [11], triangles noirs), la solution SPH de référence (issue de [6], en noir) et la solution selon le modèle SPH présent avec  $25 \times 50$  particules (en violet),  $50 \times 100$  particules (vert) et  $100 \times 200$  particules (en jaune).

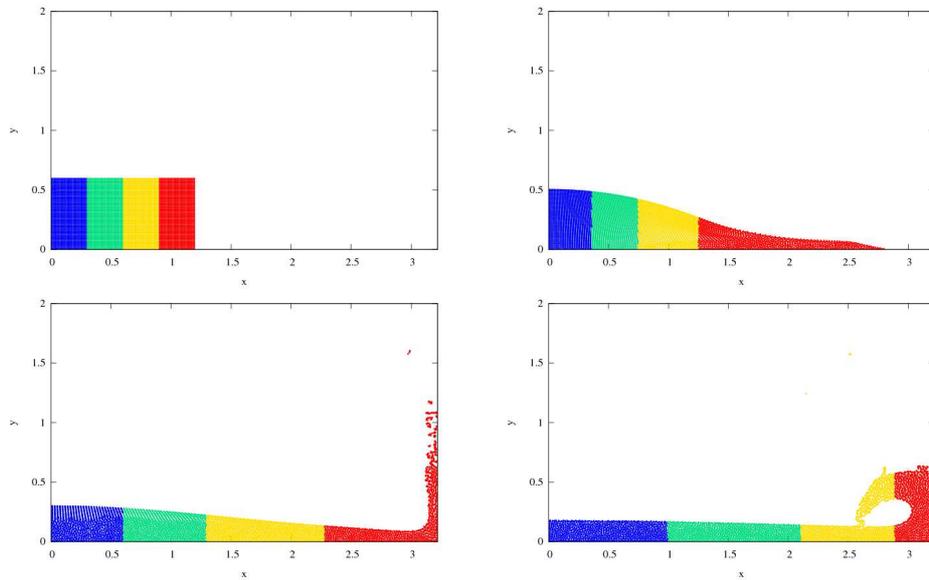


Figure 5 – Simulation d’une rupture de barrage par le code parallèle. Les quatre sous-domaines (bandes de couleur) varient en taille de manière à conserver un nombre de particules identique sur chaque processeur.

en employant une méthode *Vortex*. Plusieurs approximations linéaires de ce problème existent également, en hypothèse de faible profondeur ([14] et [15]), permettant de prédire l'amortissement de la plaque dans des conditions simples. Des solutions analytiques plus élaborées prennent en compte les discontinuités aux extrémités de la plaque en introduisant des modes évanescents [16].

Aucune approximation de ce problème ne permet cependant la prise en compte de l'interaction de l'obstacle avec le fond ou la surface libre. La simulation de cet écoulement complexe nécessite une modélisation robuste des conditions limites.

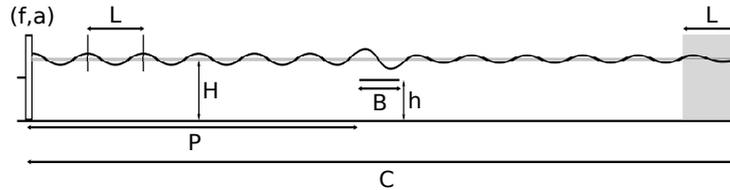


Figure 6 – Paramètres du problème :  $H = 0,2m$ ,  $C = 5m$ ,  $P = 2m$ ,  $B = 0,25m$  et  $h = 0,15m$ . Le batteur piston (à gauche) génère une houle sinusoïdale de fréquence  $f$  amortie sur la dernière longueur d'onde du canal. L'amplitude du batteur est  $a = 0,005m$ .

### III – 1 Viscosité négligée

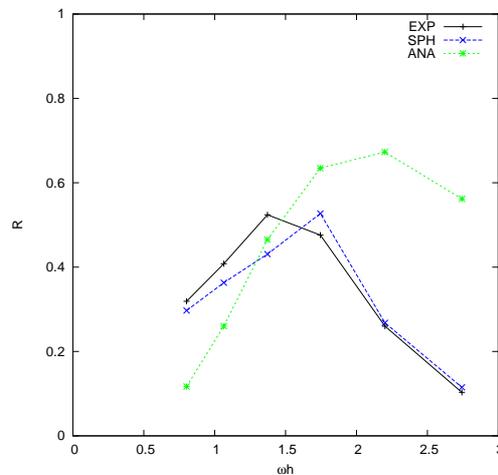


Figure 7 – Taux de réflexion de la houle  $R$  en fonction du rapport  $\omega/h$  avec  $\omega$  la pulsation du batteur. Les valeurs correspondantes en fréquence sont :  $f = 0,814Hz$ ,  $1,02Hz$ ,  $1,224Hz$ ,  $1,428Hz$ ,  $1,633Hz$  et  $1,839Hz$ .

Dans un premier temps, la propagation d'une houle régulière en canal (figure 6 a été simulée, à l'aide de notre modèle, en négligeant les effets de la viscosité. L'élévation de la surface libre a été enregistrée en amont de la plaque par plusieurs sondes numériques équidistantes. L'enveloppe de surface ainsi déterminée permet, par la méthode des ventres et des  $n\frac{1}{2}$ uds, de déterminer le taux de réflexion de la plaque. Les résultats obtenus (SPH) sont représentés par la figure 7, montrant un bon accord avec les données expérimentales (EXP) [12]. Un maximum est obtenu quand la longueur d'onde de houle estimée au dessus de la plaque correspond à deux fois la longueur de celle-ci. La solution analytique

(ANA) présentée ici est basée sur un modèle potentiel de l'écoulement. Elle a tendance à surestimer le taux de réflexion pour les faibles longueurs d'ondes de houle incidente et à le sous-estimer dans le cas des plus grandes longueurs d'ondes.

### III – 2 Prise en compte de la viscosité

L'équation de conservation de la quantité de mouvement est modifiée afin de prendre en compte la viscosité du fluide :

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = \mathbf{rhs}_i + \mathbf{f}_i \quad (20)$$

$$\mathbf{rhs}_i = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j (P_j + P_i) \nabla W_{ij} V_j + \frac{2\mu}{\rho_i} \sum_j (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) \frac{\mathbf{x}_{ij} \cdot \nabla W_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|^2} m_j + \mathbf{g} \quad (21)$$

La condition à imposer sur le contour de la plaque est de type adhérence. Celle-ci a été modélisée par la technique de frontière immergée. La frontière  $\gamma$  est représentée par des points où sont directement calculées les forces nécessaires à l'application de la condition souhaitée (figure 8). Le lien entre les forces sur le corps immergé et les particules fluides est basé sur le même concept opérateur-intégrale (équation 1).

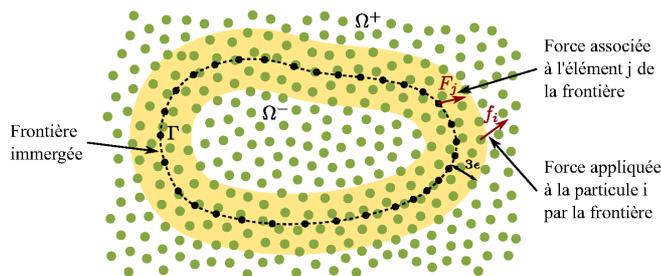


Figure 8 – Représentation d'un corps immergés dans la fluide par la méthode de la frontière immergée.

$$\mathbf{F}_j = \sum_i \left( -\mathbf{rhs}_i - \frac{\mathbf{u}_i^n}{\Delta t} \right) W_{ij} \frac{m_i}{\rho_i} + \frac{\mathbf{U}_j}{\Delta t} \quad (22)$$

$$\mathbf{f}_i = \sum_j \mathbf{F}_j W_{ij} S_j \quad (23)$$

où  $\mathbf{u}^n$  correspond à la vitesse de la particule à l'itération précédente et  $\mathbf{U}_j$  est la vitesse à imposer sur le segment de frontière, de longueur  $S_j$ .

Le rotationnel de vitesse généré par la présence de la plaque immergée est représenté sur la figure 9. La viscosité employée est supérieure à la viscosité réelle de l'eau, et le nombre de Reynolds, calculé sur la longueur de la plaque est de 1200. On observe la formation de structures tourbillonnaires à une fréquence correspondant à celle de la houle.

### IV – Conclusion

Un modèle lagrangien basé sur la méthode SPH a été présenté pour simuler les écoulements de fluides visqueux à surface libre. La durée de ces simulations a été réduite

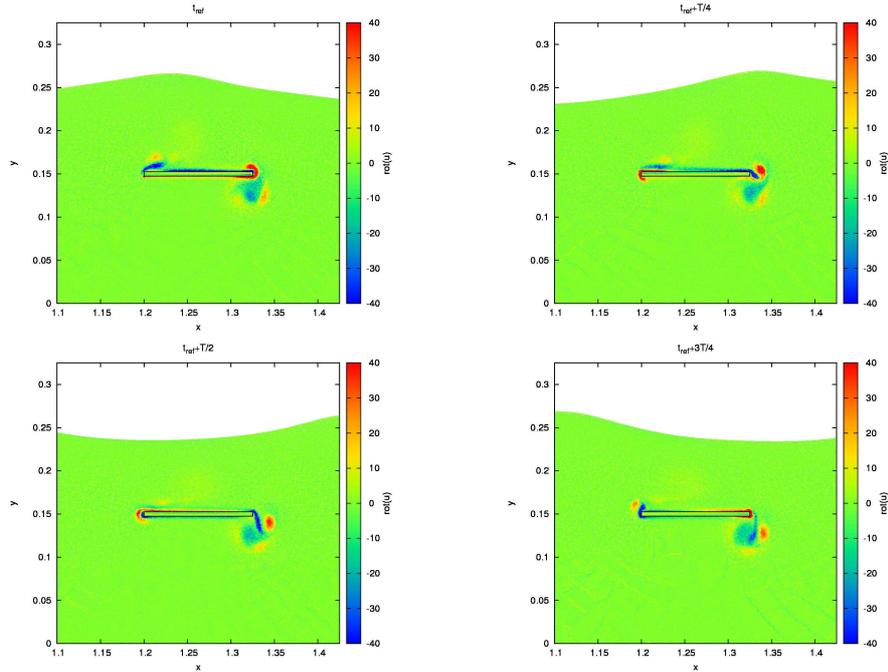


Figure 9 – Champ de vorticité dans le voisinage d’une plaque immergée d’épaisseur  $5 \times 10^{-3}m$ . Les paramètres employés sont :  $f = 1,75Hz$ ,  $a = 0,01m$ ,  $B = 0,125m$ ,  $h = 0,15m$ ,  $H = 0,25m$ ,  $\nu = 1 \times 10^{-5}m^2s^{-1}$ .

par l’optimisation et la parallélisation du code de calcul. Enfin, la prise en compte de géométries complexes pour la simulation d’interaction houle-corps immergés est également possible, par la méthode de frontière immergée. Cet outil devrait ainsi permettre d’observer et de quantifier les efforts auxquels sont soumis de telles structures marines. Il s’agit dans un premier temps d’achever la validation de l’ensemble du modèle sur un problème d’interaction de la houle avec une structure géométriquement simple. Puis l’étude d’écoulements réels, autour d’ouvrages marins aux formes complexes pourra être envisagée.

## Références

- [1] R. A. GINGOLD et J. J. MONAGHAN, « Smoothed particle hydrodynamics : Theory and application to non-spherical stars », *Monthly Notices Royal Astronomical Society*, vol. 181, p. 375–389, 1977.
- [2] L. B. LUCY, « A numerical approach to the testing of the fission hypothesis », *Astronomical Journal*, vol. 82, p. 1013–1024, 1977.
- [3] J. J. MONAGHAN, « Simulating free surface flows with sph », *Journal of Computational Physics*, vol. 110, no. 2, p. 399–406, 1994.
- [4] B. BOULIER, *Evolution spatio-temporelle de structures tourbillonnaires dans la houle*. Thèse doctorat, Université du Havre, 1996.
- [5] J. BROSSARD et M. CHAGDALI, « Experimental investigation of the harmonic generation by waves over a submerged plate », *Coastal Engineering*, vol. 42, no. 4, p. 277–290, 2001.

- [6] A. COLAGROSSI et M. LANDRINI, « Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics », *Journal of Computational Physics*, vol. 191, no. 2, p. 448–475, 2003.
- [7] J. D. ELDREDGE, A. LEONARD et T. COLONIUS, « A general deterministic treatment of derivatives in particle methods », *Journal of Computational Physics*, vol. 180, no. 2, p. 686–709, 2002.
- [8] G. OGER, M. DORING, B. ALESSANDRINI et P. FERRANT, « An improved sph method : Towards higher order convergence », *Journal of Computational Physics*, vol. 225, no. 2, p. 1472–1492, 2007.
- [9] A. K. CHANIOTIS, C. E. FROUZAKIS, J. C. LEE, A. G. TOMBOULIDES, D. POULIKAKOS et K. BOULOCHOS, « Remeshed smoothed particle hydrodynamics for the simulation of laminar chemically reactive flows », *Journal of Computational Physics*, vol. 191, no. 1, p. 1–17, 2003.
- [10] A. FERRARI, M. DUMBSEER, E. F. TORO et A. ARMANINI, « A new 3d parallel sph scheme for free surface flows », *Computers & Fluids*, vol. 38, no. 6, p. 1203–1217, 2009.
- [11] Z. Q. ZHOU, J. O. DE KAT et B. BUCHNER, « A nonlinear 3-d approach to simulate green water dynamics on deck », in *Proceedings of the 7th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Nantes*, p. 1–15, 1999.
- [12] G. PERRET et J. BROSSARD, « Mesures expérimentales du coefficient de réflexion d’une plaque immergée dans la houle », rap. tech., Laboratoire Ondes & Milieux Complexes, 2009.
- [13] M. PATARAPANICH et H.-F. CHEONG, « Reflection and transmission characteristics of regular and random waves from a submerged horizontal plate », *Coastal Engineering*, vol. 13, p. 161–182, juil. 1989.
- [14] P. F. SIEW et D. G. HURLEY, « Long surface waves incident on a submerged horizontal plate », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 83, no. 01, p. 141–151, 1977.
- [15] M. PATARAPANICH, « Maximum and zero reflection from submerged plate », *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, vol. 110, p. 171–181, mai 1984.
- [16] N. LE THI MINH, *Etudes théorique et expérimentale du passage des ondes longues sur des obstacles immergés*. Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1989.