

10^{èmes} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

Nantes, 7, 8 et 9 mars 2005

CALCULS D'ÉCOULEMENTS NON LINEAIRES INSTATIONNAIRES DE SURFACE LIBRE

FREE-SURFACE UNSTEADY NON LINEAR CALCULATIONS

MALICK BA^{*}, ALAIN REBEYROTTE^{*} et MICHEL GUILBAUD^{}**

LEA (UMR CNRS 6609)

^{*} ENSMA, 1 rue Clément ADER, BP 40109, 86960 Futuroscope Chasseneuil Cedex France

^{**} CEAT - Université de Poitiers, 43 rue de l'Aérodrome - 86036 Poitiers Cedex France

Résumé

Cette étude présente la mise en œuvre d'une méthode des singularités de Rankine instationnaire pour étudier l'écoulement tridimensionnel au-dessus d'un obstacle immergé avec vitesse d'avance. Nous conservons dans cette étude les deux conditions de surface libre sous leurs formes non-linéaires. On utilise une modélisation dans le domaine temporel par la méthode Mixte Euler-Lagrange reposant sur la connaissance, à chaque pas de temps, du potentiel sur la surface libre et de la position de celle-ci. On résout alors un problème mixte, avec une condition de Neumann sur le corps et de Dirichlet sur la surface libre; l'actualisation du potentiel et de la hauteur de cette surface libre est réalisée à l'aide d'un schéma Runge-Kutta 4. La mise en place de cette simulation nécessite la modélisation de la surface libre par un réseau de sources ponctuelles désingularisées, c'est à dire surélevées par rapport à la position réelle du niveau de l'eau. Nous appliquons tout d'abord cette méthode au déplacement transitoire d'un doublet immergé (représenté par une source et un puits de même intensité) sous la surface libre afin de valider les différentes procédures de calcul et de discrétisation. Puis, la méthode est adaptée au mouvement stationnaire et instationnaire d'un corps ellipsoïdal sous la surface libre en présence ou non d'un fond.

Summary

We present the development of an unsteady Rankine panel method to study the three dimensional flow above a submerged body with forward speed. The two free-surface boundary conditions are written under their non linear form. The calculations are carried out in the time domain using a mixed Euler-Lagrange scheme based on the knowledge, at each time step, of the potential on the free surface and of the location of this surface. A mixed problem with a Neumann condition on the body and a Dirichlet one on the free surface is then solved. The panel method uses desingularized sources, it is to say slightly above the real location of the free surface, to describe the free surface effects. This method has been first applied to represent the transient motion of a submerged doublet (represented by a set of source and sink with same intensity) in order to validate the calculation procedure and the discretisation. Then the method is applied to the steady and unsteady motion of an ellipsoid under a free surface in infinite and finite water height.

I-INTRODUCTION

Les écoulements réels mettant en jeu une interaction corps-surface libre sont très complexes. La résolution des équations de Navier-Stokes (par exemple RANSE) permettent d'obtenir des résultats très intéressants mais nécessite le maillage de tout le volume de calcul, ce qui rend leur résolution extrêmement lourde numériquement. Les problèmes typiques d'hydrodynamique navale mettant en jeu des valeurs de nombre de Reynolds très élevées, les effets de la viscosité sont localisés près du corps et dans son sillage. On peut estimer que loin du navire et hors du sillage, l'écoulement est irrotationnel. En considérant le fluide comme parfait, on peut calculer cet écoulement à l'aide de la théorie du potentiel, ce qui réduit le coût numérique de la simulation tout en préservant une bonne qualité des résultats car le phénomène des vagues est typiquement un phénomène de fluide parfait.

Deux difficultés numériques apparaissent alors au niveau de l'interface air-eau. Les deux conditions limites de surface libre sont non-linéaires et la position de cette surface est inconnue a priori. On peut éluder ce problème en linéarisant ces conditions pour obtenir une seule condition linéarisée sur la surface libre. On peut aussi tenter de résoudre directement et complètement le problème non-linéaire d'origine, c'est ce que nous adopterons dans ce papier.

Pour des vitesses d'avance stationnaires, certains auteurs ont choisi d'utiliser une procédure itérative pour satisfaire les conditions non-linéaires de surface libre, Raven [1] ou Scullen [2]. La résolution complète et directe du problème non-linéaire dépendant du temps a été introduite par Longuet-Higgins & Cokelet [3]. Ils ont mis en place une méthode Mixte Euler-Lagrange pour résoudre un problème de propagation de vagues en 2D. Cette méthode temporelle nécessite deux parties importantes. Dans la première, dite Eulérienne, on doit résoudre un problème linéaire afin d'obtenir les intensités de l'ensemble des singularités utilisées pour modéliser la surface libre et le corps. Lors de la phase Lagrangienne, on suit le déplacement des particules en intégrant les deux conditions non-linéaires de surface libre par rapport au temps afin de mettre à jour le potentiel et l'élévation des points de la surface libre. Cette méthode a été appliquée avec succès en bidimensionnel par Clément [4] dans son bassin numérique CANAL, en bi et tridimensionnel par Berkvens & Zandbergen [5], Berkvens [6] sur des corps flottant librement ou oscillant, ainsi que par Dommermuth & Yue [7] ou Ferrant [8] pour des écoulements tridimensionnels. Une des clés de la réussite de la méthode Euler-Lagrange réside dans le choix d'une procédure d'avance temporelle, utilisée pour l'intégration des conditions limites de surface libre, qui est stable et précise. Longuet-Higgins & Cokelet [3] ont employé un schéma d'intégration prédictor-correcteur du type Adams-Bashford-Moulton mais ont rencontré une instabilité en dent-de-scie qu'ils ont supprimée grâce à une fonction de lissage. Park & Troesch [9] ont étudié en détail la stabilité des intégrations temporelles pour des problèmes bi et tridimensionnels; parmi leurs conclusions, ils ont trouvé que celle-ci dépendait de la géométrie du problème et de la technique utilisée. Les problèmes tridimensionnels semblent plus stables que ceux en écoulement bidimensionnel. Ils ont conclu aussi que les schémas Euler explicites étaient inconditionnellement instables alors que les schémas implicites et Runge-Kutta sont stables.

Une autre difficulté liée à la méthode des singularités est que la résolution du système linéaire dans la phase eulérienne peut entraîner un surcoût numérique dû à l'évaluation d'intégrales singulières présentes. En effet, les surfaces d'intégration, où on place les singularités, et de contrôle, où on calcule les vitesses induites, sont confondues. Afin d'éviter ce problème, Webster [10] a employé des panneaux triangulaires avec une distribution linéaire de sources pour simuler la présence de corps 3D, en "déplaçant" la surface d'intégration à l'intérieur du corps. Schultz & Hong [11] ont montré l'efficacité et la précision de la désingularisation pour des problèmes d'écoulement à potentiel 2D; puis Cao & al. [12] ont proposé une formule simple de la distance de désingularisation et en ont donné le taux de convergence et l'erreur limite pour un cas 3D simple. Cette technique permet de réduire les temps de calcul car elle ne nécessite aucune attention particulière dans le traitement des intégrales dont le noyau n'est jamais singulier. Cao & al. [12] ont aussi montré que l'on peut utiliser des sources ponctuelles plutôt qu'une distribution de sources sans perdre de précision sur le résultat des calculs, ce qui permet de diminuer encore plus le coût numérique de la méthode car on peut alors calculer analytiquement les vitesses induites par ces singularités sur la surface libre. Lalli [13] a confirmé cela en effectuant une étude mathématique rigoureuse et systématique de la distance de désingularisation

II. METHODE DE RESOLUTION

II.1. Présentation du problème

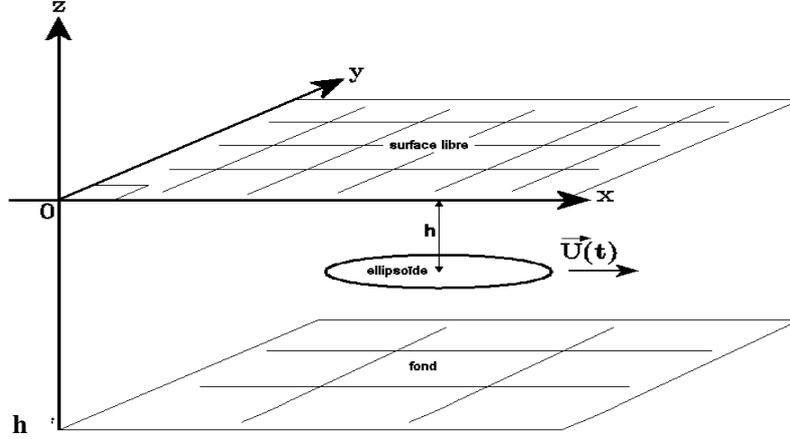


Figure 1. Schéma de l'écoulement

On considère l'écoulement instationnaire et irrotationnel d'un fluide parfait incompressible autour d'un obstacle complètement immergé, figure 1. Cet obstacle peut avoir n'importe quel mouvement. On utilise un trièdre $Oxyz$ lié au corps. La profondeur d'eau est h , finie ou non. Dans le domaine fluide, l'équation de continuité, associée à la condition d'irrotationnalité permet d'utiliser le potentiel des vitesses de perturbation $\phi(x,y,z,t)$ qui satisfait l'équation de Laplace. La vitesse de l'écoulement est donnée par $\vec{V} = -\vec{U}(t) + \vec{\nabla}\phi$. La vitesse de perturbation et le potentiel tendent vers zéro à l'infini. La condition de glissement sur les parois solides s'écrit :

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \vec{\nabla}\phi \cdot \vec{n} = \frac{\partial\phi}{\partial n} = \vec{U}(t) \cdot \vec{n} \quad (1)$$

où $\vec{U}(t)$ est la vitesse d'avance de l'obstacle ou nulle sur le fond, mais connue, et \vec{n} la normale unitaire extérieure aux parois. La condition cinématique sur la surface libre s'écrit:

$$\frac{D\vec{X}}{Dt} = \vec{\nabla}\phi - \vec{U}(t) \quad \text{sur } z = \eta \quad (2)$$

$\vec{X}(x,y,\eta)$ est le vecteur position des points situés sur la surface libre. η est l'élévation de celle-ci. La condition dynamique est donnée par:

$$\frac{D\phi}{Dt} = -g\eta + \frac{1}{2} \vec{\nabla}\phi \cdot \vec{\nabla}\phi \quad \text{sur } z = \eta \quad (3)$$

On doit encore ajouter des conditions initiales: $\eta=0$ et $\phi=0$ (dans tout le domaine) pour $t \leq 0$.

II.2. Maillage et désingularisation

Pour utiliser des singularités de Rankine, la surface libre Γ_{fs} et la surface de l'obstacle Γ_b sont discrétisés en facettes quadrilatérales (sauf près des extrémités de l'obstacle où l'on utilise des facettes triangulaires). Sur la surface libre, on utilise des sources ponctuelles désingularisées, placés au-dessus des nœuds des facettes. On déplace les sources verticalement d'une distance L_d au-dessus de la surface libre. Pour calculer cette distance, on suit la proposition de [13] afin de minimiser l'erreur pour la solution dans un problème de propagation d'ondes par rapport à la solution analytique. La distance L_d est donnée par:

$$L_d = k \cdot \Delta x^\mu \cdot \Delta y^\nu \quad (4)$$

avec $k=0,969$, $\mu=0,294$ et $\nu=0,016$ (d'après [13]). Δx et Δy sont les dimensions des facettes. Les points de collocation seront les noeuds de la surface libre et les centres de gravité des facettes du corps, les intensités des sources σ_{x_s} étant considérées comme constantes sur chaque facette élémentaires. On peut donc réécrire les conditions de surface libre comme:

a) Condition de Dirichlet sur la surface libre : $\forall X_i \in \Gamma_{fs} ; i=1, n_p$

$$\sum_{j=1}^{n_p} \sigma_{X_{s_j}} \frac{1}{|X_i - X_{s_j}|} + \sum_{k=1}^{n_c} \sigma_{X_{s_k}} \iint_{\Gamma_{b_k}} \frac{1}{|X_i - X_{s_k}|} d\Gamma_b = \Phi_0(X_i) \quad (5)$$

X_{s_j} sont les n_p sources désingularisées de la surface libre et X_{s_k} les n_c centres de gravité des facettes du corps Γ_b . Φ_0 est le potentiel, connu, sur la surface libre.

b) Condition de Neumann sur le corps : $\forall X_l \in \Gamma_b ; l=1, n_c$

$$\sum_{j=1}^{n_p} \sigma_{X_{s_j}} \frac{(\vec{X}_l - \vec{X}_{s_j}) \cdot \vec{n}_{X_l}}{|X_l - X_{s_j}|^3} + \sum_{k=1}^{n_c} \sigma_{X_{s_k}} \iint_{\Gamma_{b_k}} \frac{(\vec{X}_l - \vec{X}_{s_k}) \cdot \vec{n}_{X_l}}{|X_l - X_{s_k}|^3} d\Gamma_b = \vec{U}(t) \cdot \vec{n}_{X_l} \quad (6)$$

où \vec{n}_{X_l} sont les n_c normales extérieures unitaires à la facette de centre X_l . On obtient ainsi un système linéaire d'ordre $n_p \times n_c$ à résoudre.

II.3. Méthode mixte d'Euler-Lagrange (MEL)

On résout à chaque pas de temps le problème mixte que l'on vient de définir, avec une condition de Neumann sur le corps (dérivée normale connue) et une condition de Dirichlet sur la surface libre (potentiel connu) ce qui conduit à un système linéaire d'équations dérivant de la méthode des singularités, pour calculer les intensités des sources satisfaisant les conditions aux limites, (5) et (6), à chaque pas de temps. On résout ensuite les conditions de surface libre (2) et (3) par une méthode de Runge-Kutta du 4ème ordre, pour mettre à jour le potentiel et la position de la surface libre.

II.4. Etude des paramètres numériques du calcul (profondeur infinie).

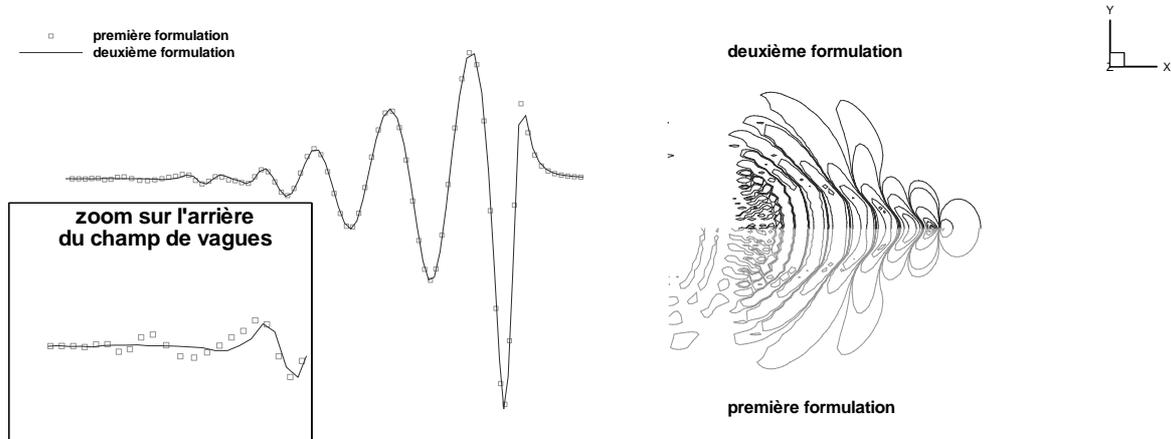


Figure 2. Comparaison des surfaces libres (dans le plan de symétrie sur la figure de gauche) pour les deux formulations (domaine fixe ou mobile) ($F=0,32$)

Pour optimiser les paramètres, on a effectué les calculs pour un ensemble source-puits (simulant un doublet) en mouvement transitoire. Le maillage de la surface libre, situé sur la moitié de la surface libre est constitué de quadrilatères, et utilise la propriété de symétrie. On n'a aucun maillage sur le corps, ce qui simplifie le problème à résoudre, le potentiel et les vitesses peuvent être calculés analytiquement une fois connues les intensités des sources. Les intensités de source-puits sont $\pm\mu_0$; ils sont placés à une immersion $f=1$ sous la surface libre non perturbée et sont séparés de $0,1f$. Après un démarrage transitoire, la vitesse d'avance est constante et égale à U_0 . Pour éviter des gradients de vitesse trop élevés, on utilise les lois suivantes pour la vitesse d'avance et les intensités:

$$U(t) = U_0 \left(1 - e^{-kt^\alpha}\right) ; \quad \mu(t) = \mu_0 \left(1 - e^{-kt^\alpha}\right) \quad (7)$$

k et α sont des paramètres permettant d'éviter des instabilités au démarrage. Comme on connaît à chaque pas de temps la position et les intensités de l'ensemble source-puits, on peut

calculer le potentiel sur toute la surface libre. L'équation (5) se réduit alors à l'équation matricielle suivante:

$$[A_{ij}] \cdot [\sigma_{X_{s_j}}] = [\Phi_{0_i}] + [\Phi_{d_i}] \quad (8)$$

$A_{ij} = |X_i - X_{s_j}|^{-1}$, X_i et X_{s_j} sont les points de collocation et les points source-puits d'intensité $\sigma_{X_{s_j}}$ respectivement. $\Phi_{d_i} = \mu(t) * (|X_i - X_{source}|^{-1} - |X_i - X_{puits}|^{-1})$ est le potentiel en X_i .

Les calculs ont été effectués soit avec une formulation de corps mobile dans un domaine fixe (appelée première formulation), soit dans un domaine mobile avec le corps fixe (appelée seconde formulation). Dans le premier cas, on a observé des réflexions à l'arrière du domaine sauf en cas de très grands domaines de calcul. Les résultats obtenus après 30s pour les deux types de calcul sont présentés sur la figure 2. Les ondes réfléchies disparaissent presque entièrement avec la seconde formulation.

II.5. Optimisation des paramètres du calcul (profondeur infinie)

On a utilisé le cas précédent pour optimiser la fonction de démarrage, le pas de temps, les pas spatiaux Δx et Δy , la troncature du domaine de surface libre utilisé pour des nombres de Froude $F = U_0 / \sqrt{gf}$ variant de 0,32 à 1,1. On a testé 3 fonctions de démarrage (b : $k=10^{-4}$, $\alpha=4$; c : $k=5 \cdot 10^{-3}$, $\alpha=2$ et d : $k=3 \cdot 10^{-3}$, $\alpha=2$), pour $F=0,32$; les élévations de surface libre dans le plan de symétrie sont tracées sur la figure 3. On observe que les fonctions c et d sont les plus efficaces pour avoir un comportement régulier des ondes. On a choisi la fonction $c(t)$ parce qu'elle atteint la convergence après 70s alors que la fonction $d(t)$ nécessite 80s. On a effectué ces tests pour plusieurs valeurs du nombre de Froude et la comparaison est faite sur la dénivelée de surface libre dans le plan de symétrie et sur la valeur de la longueur d'onde. Des tests ont été aussi effectués sur le pas de temps, les pas spatiaux Δx et Δy . Pour ce dernier, la valeur du pas augmente de 10% à chaque nœud en partant du plan de symétrie. Finalement, les valeurs sélectionnées de ces paramètres pour les différents nombres de Froude sont données dans le tableau 1 (voir Rebeyrotte [14] pour les détails).

Nombre de Froude F	Paramètres de démarrage k, α	Δt (s)	Δx (m)
0,32	0,005 ; 2	0,25	0,5
0,45	0,0001 ; 4	0,25	0,5
0,6	0,0001 ; 4	0,25	0,6
0,8	0,0001 ; 4	0,2	0,8
1,1	4 ; 1	0,1	1,0

Tableau 1. Paramètres choisis pour les calculs

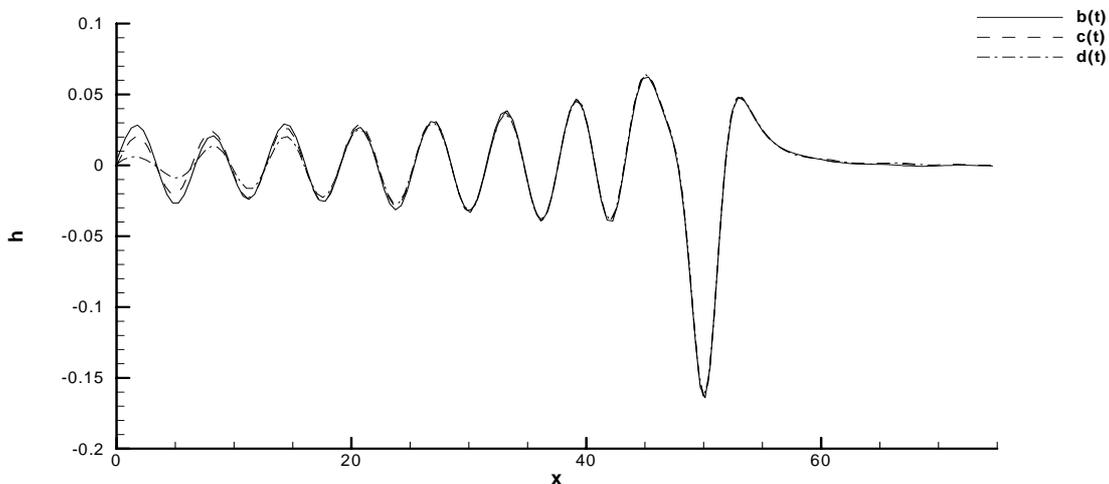


Figure 3. Elévation de surface libre à $F=0,32$ pour $t=60s$, pour trois fonctions de démarrage $b(t)$, $c(t)$ et $d(t)$

Ces calculs préliminaires ont aussi montré que la taille du domaine de calcul avait une influence faible sur les résultats dans le cas d'un domaine lié au corps. Dans ce cas, une boîte de calcul de longueur relative $265f$ et de $100f$ de largeur donne de bons résultats. Si la boîte de calcul est trop petite, on observe des réflexions sur les bords. Pour contrôler les résultats obtenus, on a calculé les longueurs d'onde du champ de vagues et on les a comparées aux valeurs données par la théorie linéaire 2D ($\lambda = 2\pi U_0^2 / g$). Les valeurs numériques, données sur le tableau 2, sont très proches des valeurs théoriques, l'erreur maximale étant de inférieur à 1,6%.

F	λ the	λ num	erreur %
0,2	2,462	2,465	0,12
0,32	6,304	6,25	0,85
0,45	12,466	12,426	0,32
0,6	22,162	22,145	0,076
0,8	39,399	40,005	1,54

Tableau 2. Comparaison des longueurs d'onde calculées par la méthode présente et la théorie 2D linéaire pour différents nombres de Froude F

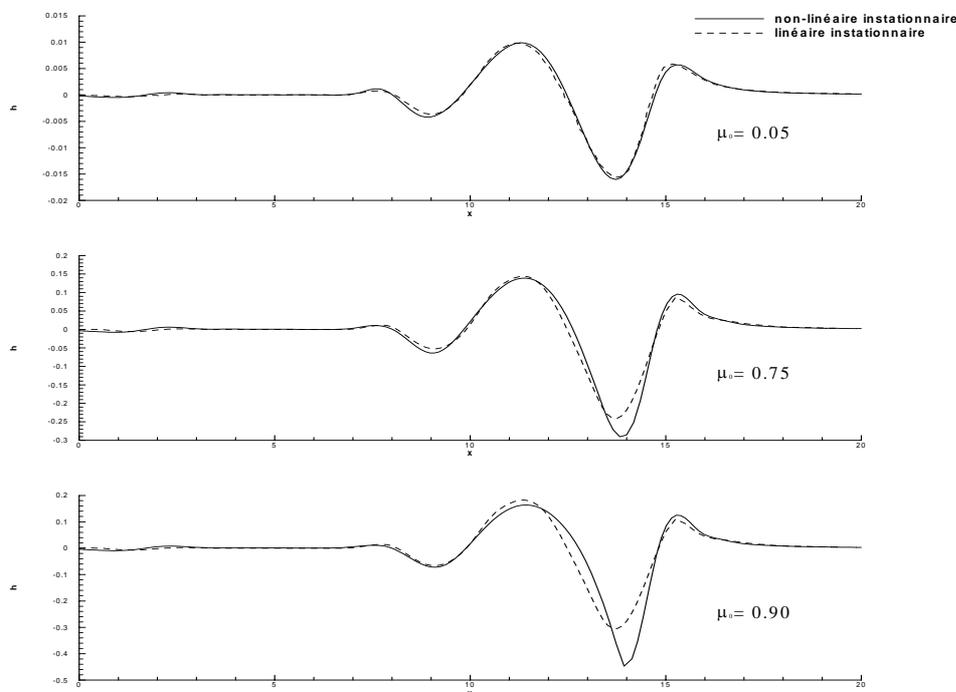


Figure 4. Comparaison des résultats non linéaires et linéaires [15] d'élévation de surface libre dans le plan de symétrie pour un doublet en mouvement, $F=0,32$, pour 3 valeurs de l'intensité ($\mu_0=0,05; 0,75$ et $0,9$) à $t=10s$

Finalement, la figure 4 montre la comparaison entre nos résultats après 10s de calcul et ceux de King & al. [15], qui utilisent une méthode linéaire instationnaire de calcul pour un doublet immergé (fonction de Green temporelle) pour 3 valeurs des intensités du doublet. L'accord est excellent pour la valeur la plus faible de cette intensité. Quand celle-ci augmente, on peut voir que l'amplitude non linéaire augmente par rapport à la valeur linéaire, montrant ainsi l'effet des non linéarités.

III- RESULTATS NUMERIQUES

III.1. Ellipsoïde immergé en profondeur infinie (écoulement stationnaire)

Ayant définis les paramètres optimums du calcul, on a étudié l'écoulement en profondeur infinie autour d'un ellipsoïde de rapport d'axes 1:5. Celui-ci est placé à une immersion f ,

et le rapport petit axe sur immersion $2b/f=0,8$. On a utilisé une grille $30*12$ sur le corps, avec une variation de pas en loi en puissance suivant l'axe x . Les figures 5 présentent la variation du champ de vagues avec le nombre de Froude $F = U_0 / \sqrt{gf}$? . Quelque soit la valeur de F , la surface libre est modifiée jusqu'à environ une demi-longueur du corps en amont. Si F augmente, l'amplitude du champ de vagues augmente aussi, le premier maximum étant déplacé vers l'arrière (on peut faire la même observation pour le premier minimum situé près du centre de gravité de l'ellipsoïde pour $F=0,32$ et en arrière de l'extrémité aval du corps si $F=1,5$). Sur ces figures, l'augmentation de la longueur d'onde et la disparition progressive des vagues transverses (remplacées par des ondes en V), quand le nombre de Froude augmente, sont mises en évidence (cf. aussi [2]).

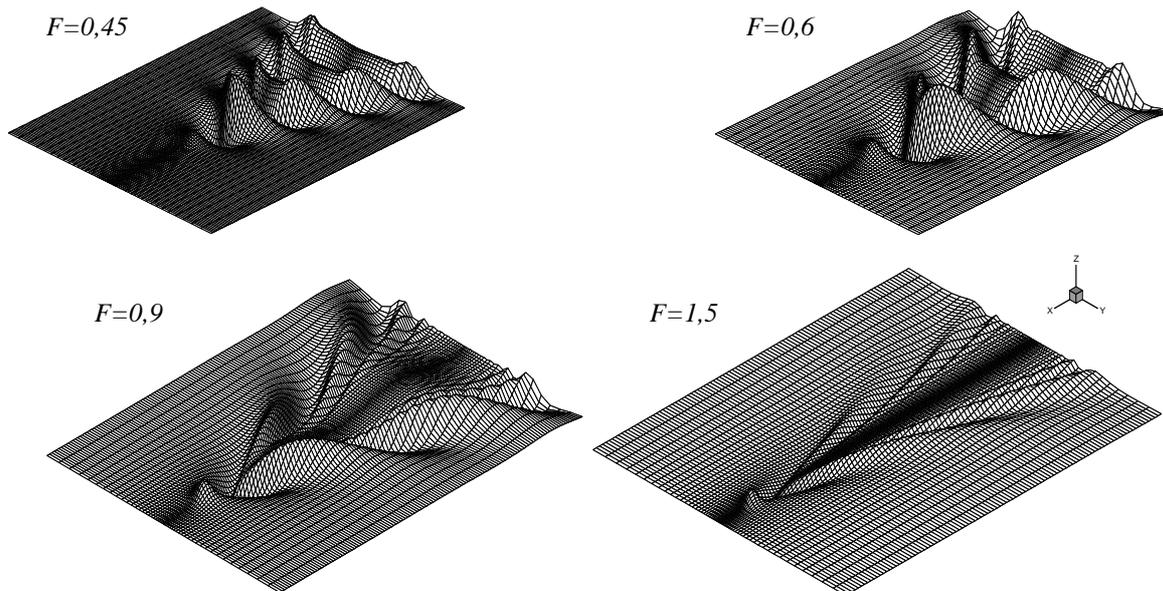


Figure 5. Champs de vagues pour $F=0,45$; $0,6$; $0,9$ et $1,5$

La figure 6 présente l'évolution de l'élévation de surface libre au dessus de l'ellipsoïde (dans le plan de symétrie) pour $F=0,4$, pour 4 valeurs du temps $t=25-40-52$ et $64s$, montrant la convergence de la solution instationnaire vers la solution stationnaire pour le même problème [2].

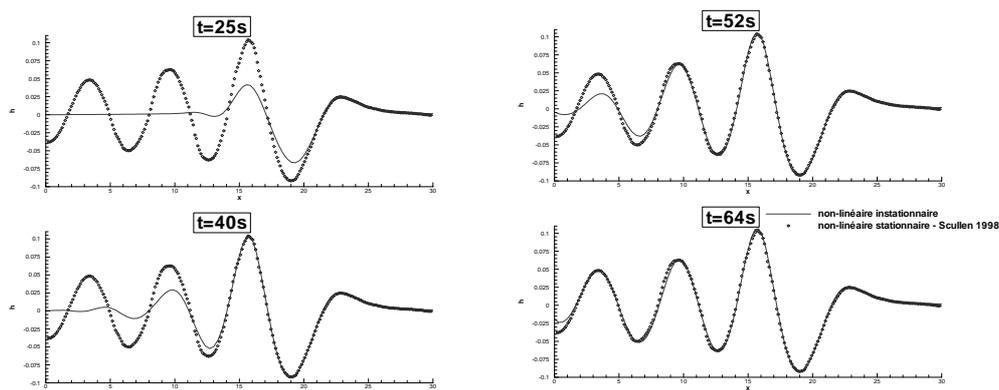


Figure 6. Comparaison des élévations de surface libre ($y=0$) à $F=0,4$ au dessus d'un ellipsoïde avec les résultats stationnaires (Scullen [2])

On a aussi comparé la valeur absolue du maximum de l'élévation de surface libre dans tout le champ $|\eta|$ (adimensionné par U^2/g) du plan $z=0$ avec les calculs de [2], méthode stationnaire, figure 7. Les nombres de Froude variant de $0,2$ à $1,0$ pour des valeurs de $2b/f$ jusqu'à $1,0$ correspondant à des immersions très faibles. Nos résultats sont schématisés par des courbes et ceux de [2] par des symboles. On doit remarquer que ces valeurs sont bornées

par 0,5 qui représente la hauteur d'arrêt. La diminution de l'immersion augmente la sensibilité de la hauteur maximale au nombre de Froude, le maximum se produisant à des nombres de Froude d'autant plus petits que l'immersion est faible. Quand l'immersion est faible, on ne peut pas obtenir de résultats à cause du déferlement non pris en compte par cette méthode. L'accord entre les deux types de résultats est très bon quelles que soient les valeurs du nombre de Froude et de l'immersion relative de l'ellipsoïde.

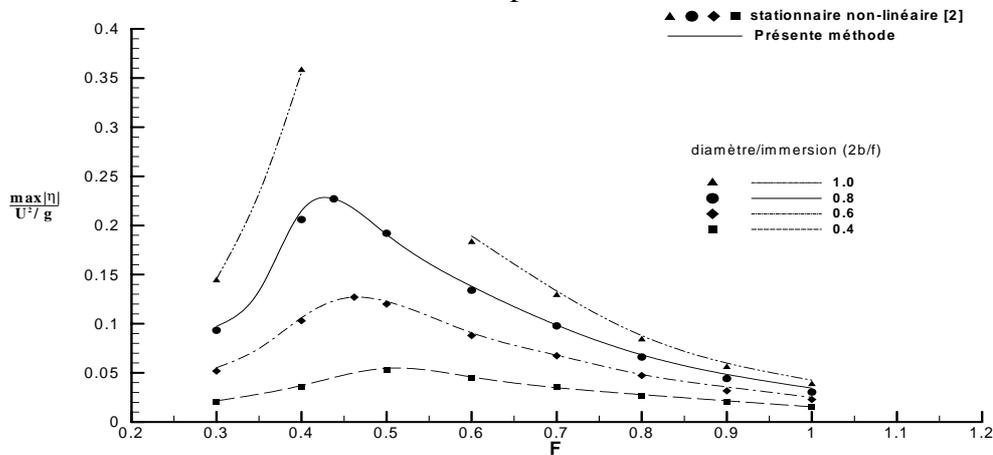


Figure 7. Amplitude maximale du champ de vagues avec l'immersion en fonction du nombre de Froude pour différentes immersions relatives

Pour mettre en évidence les effets des non linéarités sur l'amplitude des ondes, on a aussi comparé nos résultats avec ceux d'un calcul linéaire utilisant la fonction de Green de résistance de vagues, Ponizy et al. [16], dans les mêmes conditions, figure 8. Les résultats de [16] sont représentés par des symboles et les nôtres par des courbes. Cette figure montre l'importance des effets non linéaires pour des immersions relatives faibles, la méthode non linéaire donnant des valeurs absolues de l'amplitude plus grandes que celles obtenues par la méthode linéaire, la différence étant plus élevée quand le nombre de Froude est plus faible. C'est particulièrement vrai pour les faibles immersions pour lesquelles, si $F=0,4$, on peut apercevoir que la théorie linéaire sous estime fortement les hauteurs de vagues ($2b/f \geq 0,4$). Par contre, à grands nombres de Froude, on observe que la théorie linéaire surestime légèrement la hauteur de vagues.

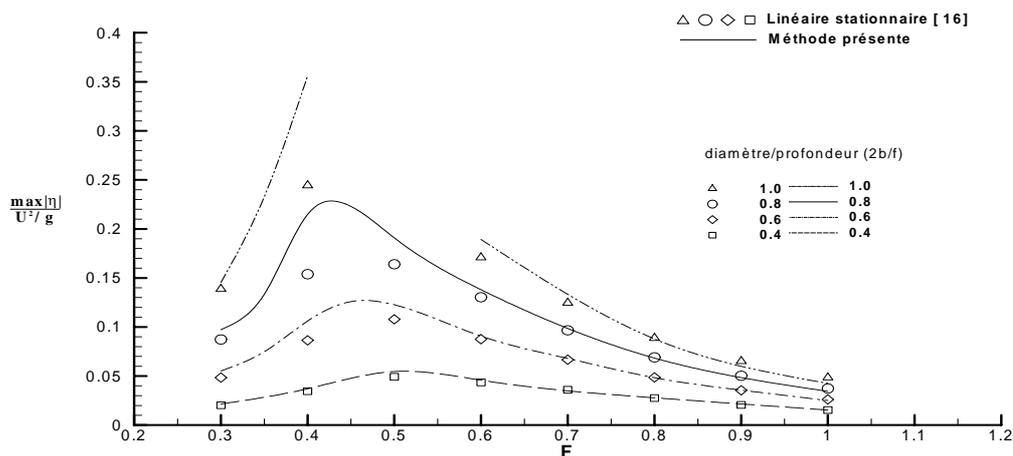


Figure 8. Influence des effets non linéaires sur le maximum des amplitudes de vagues en fonction du nombre de Froude pour diverses immersions relatives

On a aussi calculé la résistance de vagues de cet ellipsoïde. La figure 9 présente les valeurs du coefficient de résistance de vagues $C_w = R_x / (\pi \rho g c^3)$ (c distance focale) en fonction du nombre de Froude, pour $2b/f=0,8$, pour des résultats donnés dans [2], ellipsoïdes d'excentricité 0,245:1 pour $2b/f=0,816$ et ellipsoïde 1:5 pour $2b/f=0,4$. Les résultats sont en bon accord avec les résultats non linéaires stationnaires de [2], les résultats instationnaires de Cao [17], et ceux linéaires stationnaires de [16]. On a également porté les résultats

analytiques de Havelock [17], reportés dans [2]. Toutefois, on peut observer que les calculs linéaires surestiment la résistance à grand nombre de Froude tandis qu'ils sous estiment à faibles nombres de Froude.

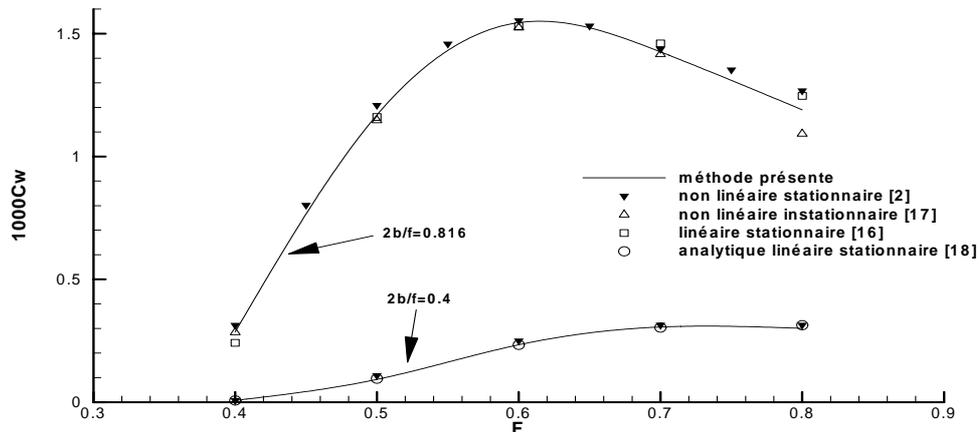


Figure 9. Coefficients de résistance de vagues en fonction du nombre de Froude pour les ellipsoïdes 0,245:1 ($2b/f=0,816$) et 1:5 ($2b/f=0,4$), profondeur infinie

III.2. Sphère immergée en milieu infini (stationnaire)

Des calculs ont été aussi effectués en profondeur infinie pour une sphère de rayon a en mouvement uniforme. La figure 10 présente la variation de son coefficient de résistance de vagues C_w (défini par $C_w = R_x / (\rho g a^3)$) en fonction du nombre de Froude F basé sur l'immersion f , pour 2 valeurs de l'immersion relative $f=2a$ et $3a$. L'accord entre nos résultats donnés par les symboles et ceux de Wu & Eatock Taylor [19], donnés par des courbes, utilisant une méthode linéaire stationnaire sont excellents. Ils mettent en évidence les effets des non linéarités montrant qu'ils ne sont sensibles qu'aux faibles immersions; la théorie linéaire surestime les efforts à grand nombre de Froude. On observe une forte décroissance de cette résistance quand l'immersion augmente.

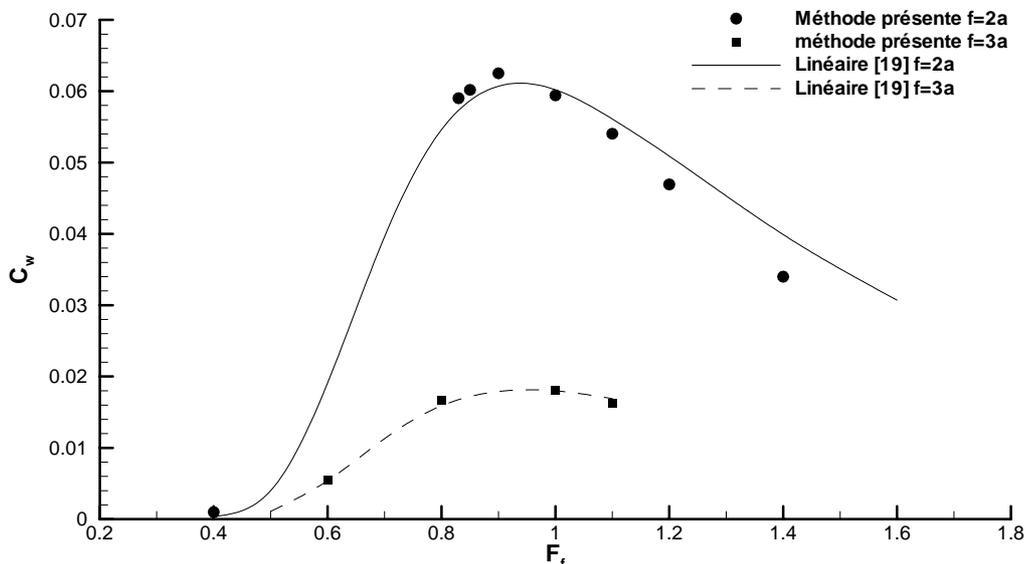


Figure 10. Coefficient de résistance de vagues pour une sphère immergée en translation rectiligne uniforme

III.3. Influence de la profondeur d'eau finie en écoulement stationnaire

En profondeur finie, on a comparé les résultats sur le champ de vagues du même ellipsoïde que précédemment avec les champs de vagues obtenus analytiquement par Havelock [20] pour une source immergée. La figure 11 présente la variation de l'angle du

dièdre de Kelvin en fonction du nombre de Froude, basé sur la profondeur d'eau h , $F_h = U_0 / \sqrt{gh}$, donnée par [20].

$$\alpha = \begin{cases} \arccos \frac{\sqrt{8(1-n)}}{3-n} & \text{si } F_h < 1 \\ \arcsin(1/F_h) & \text{si } F_h > 1 \end{cases} \quad \text{avec } n = \frac{2/F_h^2}{sh(2/F_h^2)}$$

Si ce nombre de Froude est faible, cet angle a une valeur de $19^\circ 28'$, augmentant rapidement jusqu'à 90° au voisinage de la valeur critique $F_h = 1$ puis rediminuant plus lentement pour atteindre environ la valeur initiale si $F_h = 3$. On doit noter que si on s'écarte un peu de $F=1$, cet angle diminue très vite, particulièrement pour les nombres de Froude subcritiques.

On a aussi calculé des champs de vagues avec l'ellipsoïde étudié précédemment. Sur la figure 12, la partie supérieure présente des champs de vagues pour des nombres de Froude basés sur la longueur de l'obstacle $F=0,6-1,2$ en profondeur infinie. L'angle dans lequel est compris le champ de vagues ne varie pratiquement pas quand le nombre de Froude varie; le champ de vagues composé de vagues transverses et en V si $F=0,6$, se transforme en un champ avec seulement des vagues en V quand le nombre de Froude augmente. Sur la partie inférieure, correspondant à une profondeur finie, on peut observer que l'angle du dièdre augmente près de la valeur critique du nombre de Froude basé sur la hauteur d'eau h , $F_h = U/\sqrt{gh} \approx 1$, puis diminue lentement pour $F_h=1,2$ (pour ces calculs, on a pris $F_h=F$). Ces résultats sont en accord avec les calculs analytiques de [20] pour une source immergée qui prévoient un angle de dièdre partant de la valeur classique de $19^\circ 28'$ en profondeur infinie puis augmentant rapidement jusqu'à 90° pour $F_h \approx 1$ pour diminuer lentement et retrouver la valeur initiale vers $F_h \approx 3$.

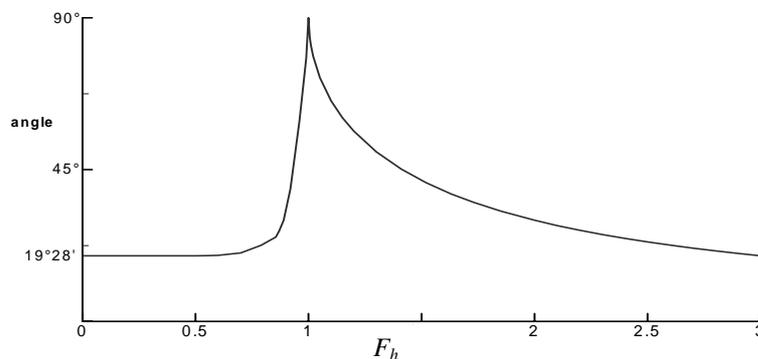


Figure 11. Angle du dièdre de Kelvin en fonction du nombre de Froude F_h (d'après Havelock [20])

L'effet de la profondeur d'immersion sur la différence maximale de l'élévation (bosse ou creux) de surface libre par rapport à sa position non perturbée, le maximum de η/g adimensionnalisé par U^2/g , est présentée sur la figure 13 pour une profondeur d'eau égale au double de l'immersion, sous la même forme que sur la figure 7. Les courbes correspondent à la profondeur finie alors que les symboles correspondent à une profondeur infinie. On peut observer une augmentation relativement modérée de cette amplitude quand la profondeur d'eau diminue, particulièrement visible pour des nombres de Froude de l'ordre de 0,5 à 0,8, quand l'immersion est faible.

Enfin, on a aussi calculé les efforts en profondeur finie h pour l'ellipsoïde 1:5 à la même profondeur d'immersion, $2b/f=0,8$ avec le rapport hauteur sur immersion: $h/f=2$. Les résultats sont tracés sur la figure 14 montrant que le coefficient de résistance de vague augmente fortement quand la hauteur d'eau diminue, ce qui est en bon accord avec les résultats de [2].

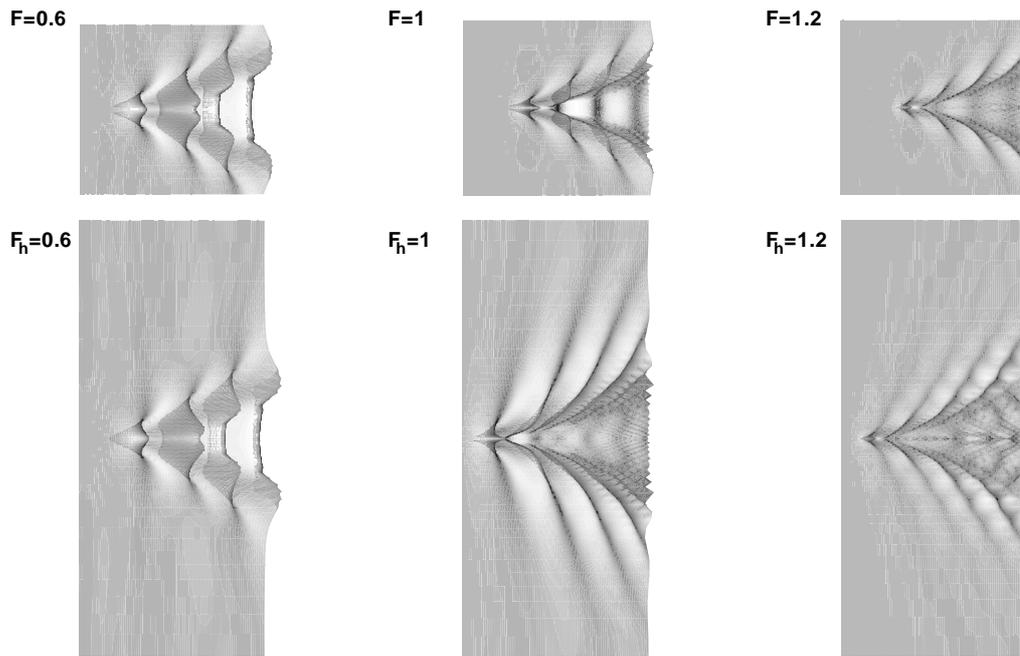


Figure 12. Comparaison des champs de vagues en profondeur infinie (partie supérieure: $F=0,6-1-1,2$) et en profondeur finie (partie inférieure $F_h=0,6-1-1,2$)

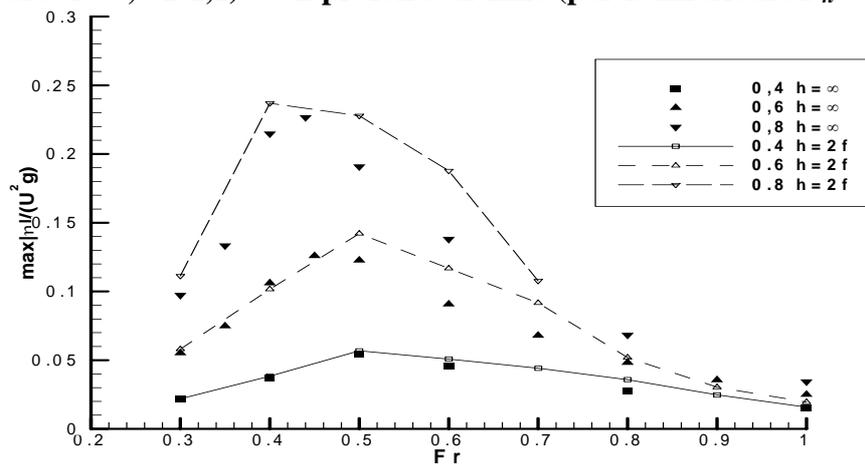


Figure 13. Amplitude maximale du champ de vagues avec l'immersion en fonction du nombre de Froude pour différentes immersions relatives en profondeur finie

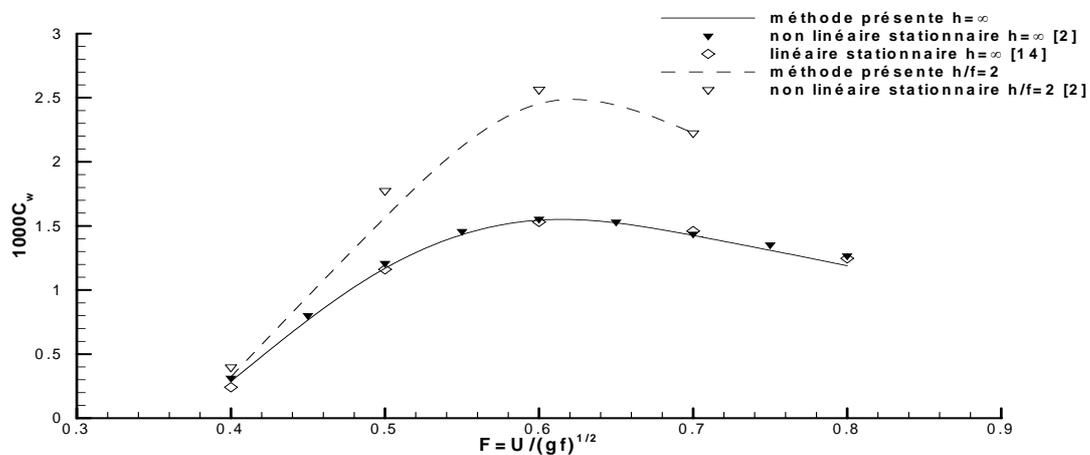


Figure 14. Coefficients de résistance de vagues en fonction du nombre de Froude pour l'ellipsoïde 1:5 (immersion $2b/f=0,8$), profondeur infinie et finie ($h=2f$)

III.4. *Écoulement instationnaire*

Changement brutal de direction (45°) d'un couple source-puits

Pour montrer la capacité instationnaire du code de calcul, on a étudié l'effet d'un virage brusque de 45° d'un ensemble source-puits de même intensité à vitesse constante. Suivant l'axe longitudinal x du mouvement initial, la durée du mouvement est de 15s et 6s après le virage de 45°. Le champ de vagues en profondeur infinie est montré sur figure 15 (immersion 2,45m, distance entre les singularités 5m, nombre de Froude $Fr = 0,6$). On voit que ce changement ne provoque aucune difficulté dans les calculs.

Pendant la première phase du mouvement, le champ de vagues est celui observé dans le cas d'un mouvement simple. Après le changement de direction, on observe à la fin du calcul un champ de vagues, du même type. Pour comparer les champs de vagues avant et après la rotation, on a tracé sur la figure 16 l'élévation de surface libre dans le plan du mouvement juste avant le changement de direction, à $t=15s$ (coupe AA') et après à $t=16, 18, 20$ et $22s$ (coupe BB'). On peut observer qu'après le changement de direction, les vagues ont une forme très voisine de celle observée dans la partie initiale du mouvement, au moins sur les premières longueurs d'onde.

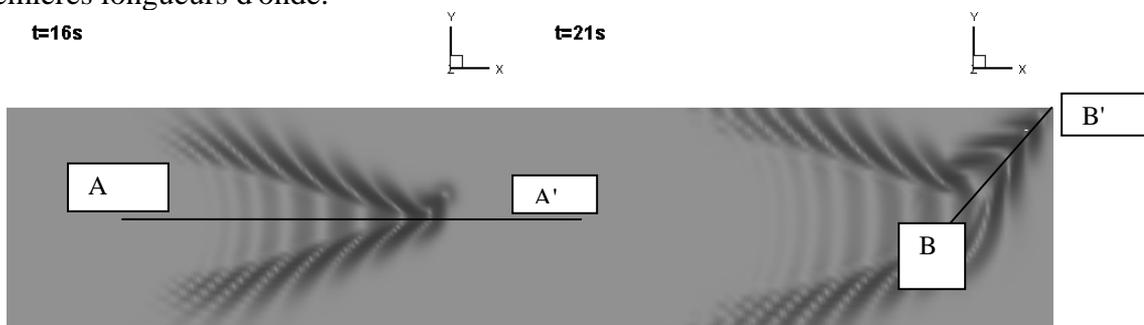


Figure 15. Champ de vagues pour un mouvement avec changement brusque de direction (45°) pour un ensemble source-puits à $Fr = 0,6$ avec profondeur infinie

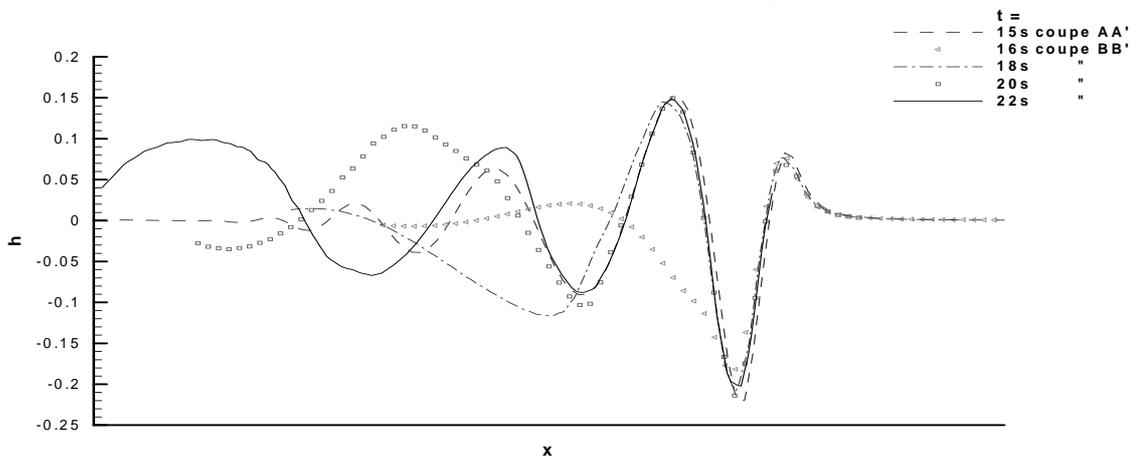


Figure 16. Comparaison de l'élévation de surface libre dans le plan de symétrie (coupes AA' et BB') à $Fr=0.6$.

Mouvement circulaire pour un ensemble source-puits

Les calculs ont été effectués pour un nombre de Froude $F = 0,6$ pour une sphère en mouvement de rotation avec un rayon $R = 20m$. Des calculs préliminaires ont montré que l'on obtenait les mêmes résultats pour 3 pas de temps différents $\Delta t = 0,1s, 0,2s$ et $0,25s$, et c'est pourquoi on a choisi le dernier. Le temps nécessaire à une trajectoire circulaire complète (de longueur 125m) est 21s à $U_0 = 6m/s$. La figure 17 présente les champs de vagues à six instants différents ($t = 2, 6, 9, 15, 20$ et $25s$). Après $t = 6s$, on observe encore le champ de vagues résiduel du au démarrage. A $t = 9s$, cette vague est réfléchiée par la frontière extérieure du domaine. Pour $t = 15$ et $20s$, on peut observer les vagues réfléchiées par le corps en aval. Enfin, à $t = 25s$, la source-puits coupe le champ de vagues.

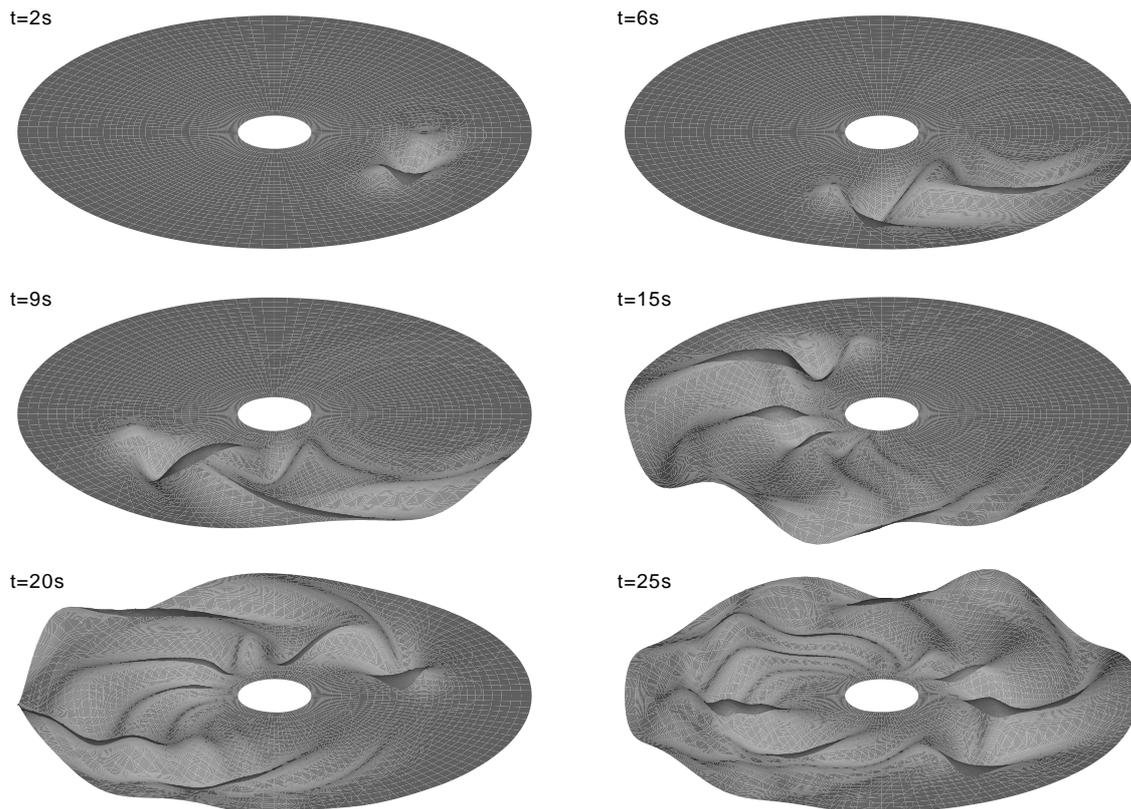


Figure 17 évolution temporelle de la surface libre 3D pour un nombre de Froude de $F=0.6$ et un rayon de giration de $R=20m$

IV. CONCLUSION

On a présenté une étude de l'écoulement instationnaire 3D d'un corps immergé au voisinage de la surface libre. Dans ce travail, les deux conditions de surface libre sont satisfaites sous leurs formes non-linéaires et une formulation MEL est utilisée. A chaque pas de temps, on résout ainsi un problème mixte aux valeurs limites pour calculer les intensités inconnues des singularités de Rankine. Pour mettre à jour les valeurs du potentiel et de l'élévation de la surface libre, on utilise un schéma Runge-Kutta d'ordre 4. Pour éviter d'avoir des noyaux singuliers à calculer, on a utilisé une technique de désingularisation pour les singularités ponctuelles de la surface libre, mais le corps est discrétisé en facettes, sur lesquelles les intensités de sources sont supposées constantes. On a présenté des résultats sur le champ de vagues et les forces sur un ellipsoïde immergé en présence ou en absence de fond. Les effets des non linéarités ont été mis en évidence. En particulier, l'influence du nombre de Froude sur les maxima de l'élévation de la surface libre a été mise en évidence. De plus, en profondeur finie, on a observé l'influence du nombre de Froude basé sur la profondeur d'eau sur l'angle de dièdre du champ de vagues et sur les efforts, ainsi que les effets sur le maximum de l'élévation de surface libre. On a également montré les capacités du code à effectuer des calculs en mouvement instationnaire: changement de direction brusque ou mouvement de rotation.

Le développement de ce code doit être poursuivi pour traiter des corps perçant la surface libre, mais dans ce cas pour conserver la consistance de la résolution numérique, on devra utiliser la même technique pour calculer les intégrales de surface sur le corps et la surface libre, avec ou désingularisation.

V-REFERENCES

- [1] Raven H.C., "A practical nonlinear method for calculating ship wave-making and wave resistance", 19th Symp. On Naval Hydrodynamics, Seoul, South Korea, 1992

- [2] Scullen D.C., "Accurate computation of nonlinear free-surface flows", Ph. D., Adelaide University, Australia, 1998
- [3] Longuet-Higgins M.S. and Cokelet E.D., "The deformation of steep surface waves on water: I. a numerical method of computation", Proceedings of the Royal Society, A 364, pp 1-26, Londres, 1978
- [4] Clément A.H., "Coupling of two absorbing boundary conditions for 2D time-domain simulations of free surface gravity waves", J. of Comp. Physics, 126, pp 139-151, 1996
- [5] Berkvens P.J.F. and Zandbergen P.J., "Nonlinear reaction forces on oscillating bodies by a time-domain panel method", Journal of Ship Research, 40, pp 288-302, 1996
- [6] Berkvens P.J.F., " Floating bodies interacting with water waves; Development of a Time-Domain Panel Method", Ph. D. thesis, Twente University, Enschede, Netherlands, 1998
- [7] Dommermuth D.G. and Yue D.K.P., "Numerical simulations of nonlinear axisymmetric flows with a free surface", Journal of Fluid Mechanics, 178, pp 195-219, 1987
- [8] Ferrant P., "Fully non-linear interactions of long-crested wave packets with a three-dimensional body", 22nd Symp. on Naval Hydrodynamics, Washington, USA, 1998
- [9] Park J.H. and Troesch A., "Numerical modeling of short-time scale nonlinear water waves generated by large vertical motions of non-wallsided bodies", 19th Symp. on Naval Hydrodynamics, Seoul, South Korea, 1992
- [10] Webster W.C., "The flow about arbitrary 3D smooth bodies", Journal of Ship Research, pp 206-218, 1975
- [11] Schultz W.W. and Hong S.W., "Solution of potential problems using an over determined complex boundary integral method", J. of Computational Physics, 84, pp 414-440, 1989
- [12] Cao Y., Schultz W.W. and Beck R.F., "Three-dimensional desingularized boundary integral methods for potential problems", Int. J. for Num. Meth. in Fluids, 12, pp 785-803, 1991
- [13] Lalli F., "On the accuracy of the desingularized boundary integral method in free surface flow problems", Int. J. for Num. Meth. in Fluids, 1997, 25, pp 1163-1184
- [14] Rebeyrotte A., Contribution à l'étude des effets non linéaires sur la surface libre au dessus de corps immergés en mouvement instationnaire, Thèse de doctorat de l'Université de Poitiers (2003).
- [15] King B.K., Beck R.F. and Magee A.R., "Seakeeping calculations with forward speed using time-domain analysis", 17th Symp. on Naval Hydrodynamics, La Hague, Pays-Bas, 1988
- [16] Ponizy B., Guilbaud M. and Ba M., "Numerical computations and integrations of the wave resistance Green's function", Theoretic and Comp. Fluid Dynamics, 12, n°3, pp. 179-194, 1998.
- [17] Cao Y., Computation of non linear gravity waves by a desingularised boundary integral method", Ph. D. thesis,, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, University of Michigan, 1991
- [18] Havelock T.H., "The wave resistance of a spheroid ", Proceedings of the Royal Society of London, Ser. A131, pp 275-285, 1931
- [19] Wu G.X. and Eatock Taylor R., "Radiation and diffraction of water waves by a submerged sphere at forward speed", Proc. R. Soc. Lond. A417, pp. 433-461, 1988.
- [20] Havelock T.H., "The propagation of groups of waves in dispersive media, with application to waves on water produced by a travelling disturbance", Proceedings of the Royal Society of London, Ser. A81, pp 398-430, 1908
- [21] Wu G.X. and Eatock Taylor R., "The hydrodynamic forces on a submerged sphere moving in a circular path", Proc. R. Soc. Lond. A428, pp. 215-227, 1990.