

10<sup>èmes</sup> JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

Nantes, 7, 8 et 9 mars 2005

## **REPRODUCTION DETERMINISTE DE PAQUETS DE VAGUES FOCALISES EN BASSINS NUMERIQUE ET PHYSIQUE**

### **DETERMINISTIC REPRODUCTION OF FOCUSED WAVE PACKETS IN BOTH NUMERICAL AND EXPERIMENTAL WAVE BASINS**

**Félicien BONNEFOY, Pierre ROUX DE REILHAC,  
David LE TOUZE et Pierre FERRANT**

Equipe Hydrodynamique et Génie Océanique, Laboratoire de Mécanique des Fluides  
Ecole Centrale de Nantes, BP 92101, 44321 NANTES Cedex 3

[pierre.ferrant@ec-nantes.fr](mailto:pierre.ferrant@ec-nantes.fr)

#### **Résumé**

On s'intéresse ici à la détermination du mouvement du générateur de houle lorsqu'on veut reproduire un paquet de vagues cible dans un bassin océanique. En deux dimensions, on propose un modèle partiel au troisième ordre qui permet une estimation des vitesses de phase non linéaires lors de la propagation depuis le batteur jusqu'au point de focalisation. L'utilisation de ces vitesses non linéaires pour construire la loi de commande du batteur améliore nettement la reproduction de la cible, tant dans le modèle numérique que dans les expériences. En trois dimensions où la directionnalité vient compliquer le processus de reproduction, on développe une décomposition linéaire du paquet cible avec une direction par fréquence, à partir d'une mesure sur un réseau de cinq sondes à houle.

#### **Summary**

This paper aims at determining the wave generator motion required to deterministically reproduce a prescribed wave packet in a wave basin. In two dimensions, a model at partial third order is proposed, which accounts for the nonlinear phase velocities during the propagation from the wavemaker to the focusing point. Advantage is being taken of knowing these nonlinear velocities to build a command law of the wave generator that notably enhances the quality of the target reproducing, both in numerics and experiments. In three dimensions where directionality adds significant complexity to the reproducing process, a linear decomposition of the target wave packet is developed, one frequency per direction, starting from a set of five wave probe measurements.

## 1 – Introduction

On étudie dans ce papier l'évolution de vagues de grande amplitude formées par la focalisation de plusieurs composantes, dans deux approches complémentaires, numérique et expérimentale. L'objectif est de reproduire dans un bassin de houle, de manière déterministe, un paquet de vagues provenant soit de mesures en mer, soit, dans notre cas, d'expériences préalables. Les paquets de vagues étudiés sont bi-dimensionnels et tri-dimensionnels.

En deux dimensions, l'approche la plus simple pour prédire le mouvement du batteur correspondant est l'utilisation de la théorie linéaire (vitesse de phase et fonction de transfert) qui fournit les amplitudes et phases des composantes fréquentielles d'entrée (Mansard et Funke [15], voir l'Annexe A). Si elle conduit à de bons résultats pour des paquets de faible amplitude, cette approche est mise en défaut pour des amplitudes plus élevées, pour lesquelles les non-linéarités à l'œuvre durant la propagation ont une influence déterminante.

L'estimation correcte de la vitesse de phase non linéaire est alors un point clé pour la reproduction précise de trains d'onde déterministes de grande amplitude. Clauss *et al.* [6] ont proposé par exemple un modèle semi-empirique dans lequel l'élévation sur une sonde est représentée par la superposition de houles de Stokes à l'ordre trois, dont l'amplitude et la vitesse de phase sont déterminées de manière itérative à partir de l'analyse de l'enveloppe du paquet et d'élévations voisines. On envisage ici une autre approche dans laquelle la vitesse de phase non linéaire est évaluée directement à partir de la génération de deux paquets de vagues focalisés, l'un en crête, l'autre en creux. Cette évaluation est rendue possible par la séparation des ordres pairs et impairs en non-linéarité (*e.g.* Johannessen et Swan [12]) et par une modélisation partielle originale des effets du troisième ordre, qui tient compte de l'ensemble des interactions résonantes à quatre vagues qui modifient la vitesse de phase des ondes et non pas seulement de la correction de Stokes. La prédiction du mouvement batteur grâce cette vitesse de phase non linéaire produit une amélioration considérable du champ de vagues obtenu, plus proche de la cible visée.

En trois dimensions, l'existence de grands bassins expérimentaux multi-directionnels et le développement de codes de calcul de propagation précis et rapides ont autorisé la prise en compte de la directionnalité dans les études les plus récentes consacrées à la génération et à la propagation de la houle (*e.g.* Johannessen et Swan [12], Hong *et al.* [11] pour les études en bassins, Bateman *et al.* [1], Taylor et Gibbs [17] pour des études numériques). Relativement peu d'études traitent spécifiquement de la reproduction déterministe. Les réseaux de sondes utilisés pour mesurer la houle directionnelle sont en général trop peu denses pour fournir une Transformée de Fourier spatiale correcte du paquet de vagues et obtenir ses composantes directionnelles. Les premières approches déterministes en trois dimensions ont été réalisées en houle irrégulière par Sand [16] puis Zhang *et al.* [20] avec un modèle directionnel au second ordre. Wu *et al.* [19] ont donné les bases d'une procédure d'optimisation visant à la reproduction déterministe de houle irrégulière non linéaire et également de paquets de vagues, appliquée seulement cependant à un paquet focalisé simple de faible cambrure. Une alternative est proposée ici pour décrire le champ de vagues mesuré et déduire le mouvement du batteur.

On présente tout d'abord le bassin numérique non linéaire complet qui reproduit le fonctionnement du bassin expérimental. Ces deux bassins sont ensuite utilisés lors de la reproduction déterministe de paquets de vagues focalisés bi-dimensionnel. Après avoir rappelé brièvement les travaux déjà effectués, on décrit le modèle partiel au troisième ordre d'estimation des vitesses de phase non linéaire, qu'on valide sur des cas d'amplitudes

croissantes avant de l'utiliser pour la reproduction déterministe. En trois dimensions, on présente la méthode de reproduction destinée à des paquets de vagues de courte durée focalisés en direction et on montre les premiers résultats obtenus.

## 2 – Bassin de houle numérique non linéaire complet

En parallèle des expériences réalisées au bassin océanique de l'École Centrale de Nantes, des simulations numériques ont été effectuées à l'aide d'un modèle spectral complètement non linéaire précis et rapide (Le Touzé [13], Bonnefoy *et al.* [4]). Ce modèle original est basé sur la résolution des équations de surface libre non linéaires en formulation potentielle dans un domaine ayant la même géométrie que le bassin réel. Développé en les améliorant à partir des modèles High-Order Spectral de West *et al.* [18] et Dommermuth et Yue [8] (modèles périodiques aux bords), il reproduit le fonctionnement complet d'un bassin océanique avec des murs latéraux cette fois parfaitement réfléchissants, une absorption dans la zone où la plage physique en pente douce est présente et la génération des vagues par une condition de flux modélisant le batteur serpent et donnant ainsi accès à des houles multi-directionnelles. L'intérêt d'un tel modèle de bassin est de servir d'aide à la fois à la compréhension des phénomènes non linéaires liés à la propagation de la houle, à l'analyse des mesures et enfin à la préparation d'expériences (Bonnefoy *et al.* [5]).

Ce modèle numérique constitue une extension non linéaire complète du modèle au second ordre développé précédemment au Laboratoire. Validé lors de tests de convergence, de génération de houles irrégulières cambrées de longue durée, il peut également servir d'entrée à des codes de simulation des interactions houle/structure de type SWENSE [10].

À titre d'exemple, en rapport avec les paquets de vagues étudiés dans ce papier, la figure 1 présente une comparaison entre l'élévation cible, l'élévation mesurée ainsi que l'élévation simulée grâce au modèle non linéaire pour un paquet focalisé à 25 m du batteur, d'amplitude 40 cm proche du déferlement. On constate un très bon accord entre la

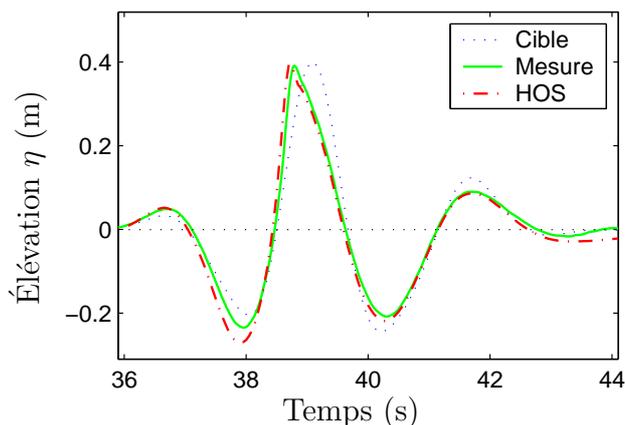


FIG. 1 – Comparaisons entre expériences et simulations HOS

simulation et l'expérience, à la fois sur le déphasage et l'amplitude du pic central, ce qui témoigne de la modélisation correcte des effets non linéaires d'ordre élevé. Simulations et expériences peuvent être et seront ici utilisées indifféremment pour les études des paquets de vagues bi- et tri-dimensionnels. On remarque également sur la figure 1, en anticipant sur la section suivante, que pour ce paquet fortement non linéaire, la loi de mouvement issue d'une décomposition linéaire ne conduit pas à une reproduction correcte de la cible.

### 3 – Paquets de vagues bi-dimensionnels au troisième ordre

On s'intéresse ici à la reproduction déterministe de paquets de vagues en deux dimensions. On cherche à générer dans un bassin de houle un paquet de vagues caractérisé par la donnée de l'élévation de surface libre  $\eta_c(t)$  sur une sonde au cours du temps, élévation soit issue de mesures en mer ou en bassin, soit synthétique. Un exemple de paquet cible est donné sur la figure 2 dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel. Une particularité des paquets étudiés est leur asymétrie par rapport à l'instant de focalisation où l'amplitude est maximale. Les creux de part et d'autre du pic central ne sont pas forcément identiques, *i.e.* les ondes ne sont pas toutes en phase au point de focalisation, comme on peut le voir sur le spectre de phase de la figure 2.

L'objectif est de déterminer la loi de commande du batteur qui permette de reproduire ce paquet de vagues cible dans le bassin.

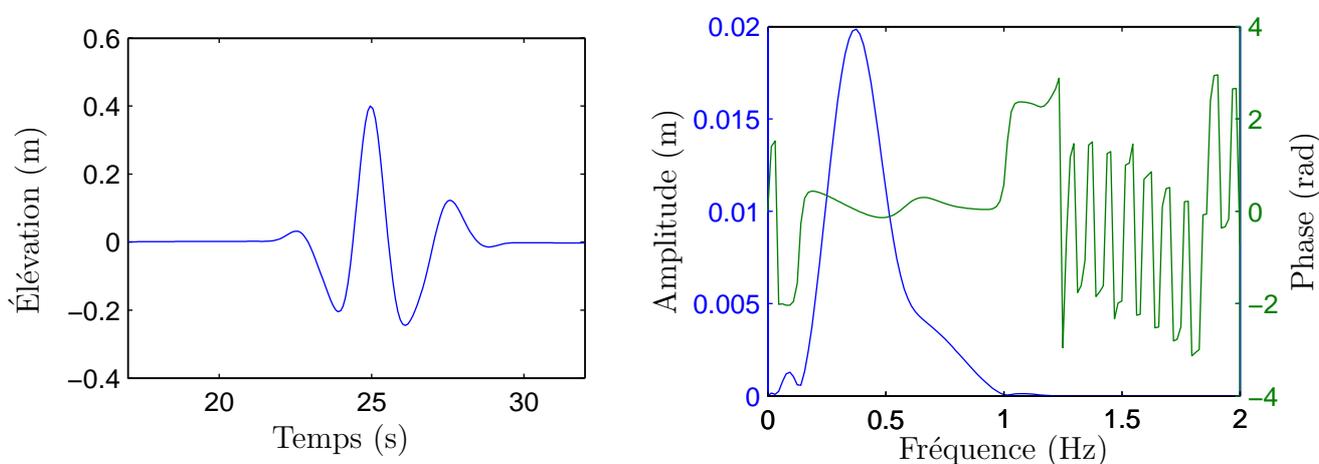


FIG. 2 – *Cible artificielle : signal temporel à gauche et spectre d'amplitude et phase associés à droite*

#### 3.1 Travail précédent

L'approche la plus simple consiste à décomposer linéairement la cible (voir Annexe A). Une décomposition initiale plus élaborée, ainsi que des corrections directes sur la phase et l'amplitude des composantes fréquentielles de la loi de commande linéaire du batteur ont donné des premiers résultats intéressants pour améliorer la reproduction déterministe (voir [4]). Il s'agissait dans un premier temps de tenir compte des effets du second ordre lors de la décomposition initiale du paquet de vagues cible (Annexe B). Dans un deuxième temps, la comparaison des composantes fréquentielles de la cible et des paquets générés a permis de corriger par itérations successives le mouvement en agissant sur la phase et/ou sur l'amplitude des composantes. La figure 3 montre le résultat de ces deux approches pour un paquet de vagues de 38 cm d'amplitude proche du déferlement. En tirets est tracée l'élévation obtenue avec la loi de commande issue de la décomposition second ordre. En traits pleins figure l'élévation obtenue après cinq itérations sur l'amplitude et la phase. On constate que les creux et les crêtes latéraux sont bien reproduits. Au niveau du pic central, la largeur est correctement estimée mais l'amplitude est surévaluée. Pour une reproduction correcte, il est apparu nécessaire de bien contrôler la partie haute fréquence du spectre (courtes longueurs d'onde), qui intervient au niveau de l'amplitude du pic

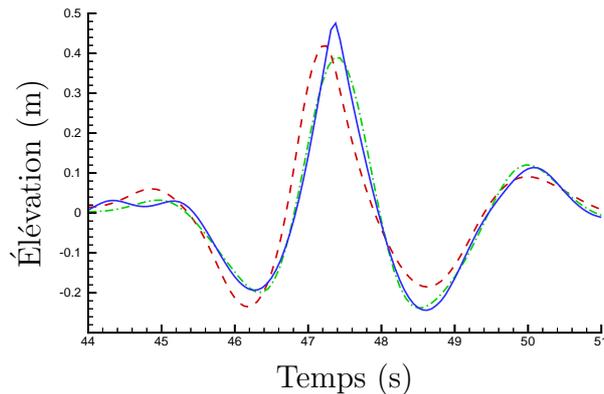


FIG. 3 – *Itérations successives lors de la correction en amplitude-phase pour un paquet d’amplitude 38 cm (--- cible, - - - décomposition initiale et — résultat après cinq itérations)*

principal. À ces fréquences, ondes libres et ondes second ordre liées se superposent avec différentes vitesses de phase.

### 3.2 Modèle partiel au troisième ordre

Une prise en compte des non-linéarités d’ordre supérieur lors de la correction du mouvement batteur est l’étape suivante, qu’on se propose d’étudier ici. La différence constatée entre les paquets de vagues générés à l’aide d’une décomposition initiale linéaire ou second-ordre et le paquet cible est interprétée comme résultant principalement de l’augmentation de la vitesse de phase des ondes due aux non-linéarités prédite par l’étude des interactions résonantes à quatre vagues par exemple [14].

$$\begin{aligned} \eta_c(t) &= \sum_n \underline{a}_n e^{i\psi'_n} + \sum_{m \geq n} \underline{a}_m \underline{a}_n^\pm G_{mn}^\pm e^{i(\psi'_m \pm \psi'_n)} \\ &+ \sum_{m,n,p} \underline{a}_m \underline{a}_n^\pm \underline{a}_p^\pm F_{mnp}^{\pm\pm\pm} e^{i(\psi'_m \pm \psi'_n \pm \psi'_p)} + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

avec  $\psi'_n = \omega_n t - k'_n x$  la phase non linéaire. Dans cette expression, on a négligé l’apparition de nouvelles composantes par un mécanisme d’instabilité de type Benjamin-Feir [2]. En effet, la comparaison du spectre d’entrée fourni au batteur et du spectre mesuré au point de focalisation ne révèle pas la présence de telles composantes sur les cas présentés ici. L’apparition éventuelle de ces instabilités est liée au contenu spectral du signal cible. Elles sont par exemple observées dans les expériences de Johannessen et Swan [12], pour lesquelles le spectre présente une coupure nette à haute fréquence.

#### 3.2.1 Méthode

Avant d’estimer les vitesses de phase, il convient de séparer les composantes premier et second ordres. Les composantes second ordre correspondent en effet à des ondes liées qui se propagent à la vitesse des ondes linéaires associées. À une fréquence donnée, la superposition de l’onde linéaire et des composantes second ordre à cette fréquence empêche la détermination de la vitesse de phase de l’onde linéaire. Pour séparer linéaire et second ordre lié, on applique la méthode de double génération en crête et en creux, décrite par exemple par Johannessen et Swan [12]. La cible est décomposée initialement par

une méthode linéaire classique (voir Annexe A) ou au second ordre (voir Annexe B) : on obtient un jeu d'amplitudes complexes  $\underline{a}_n$ . Il s'agit ensuite de générer le paquet de vagues une première fois à l'aide de ces amplitudes (noté  $\eta$ , focalisation en crête) puis de générer un deuxième paquet d'amplitudes opposées (noté  $\eta_\pi$ , focalisation en creux). La combinaison des deux essais permet de séparer les termes pairs et impairs en amplitude dans l'expression (1)

$$\begin{aligned}\eta_{odd}(t) &= \frac{1}{2} (\eta(t) - \eta_\pi(t)) = \sum_n \underline{a}_n e^{i\psi'_n} + \sum_{m,n,p} \underline{a}_m \underline{a}_n^\pm \underline{a}_p^\pm F_{mnp}^{\pm\pm\pm} e^{i(\psi'_m \pm \psi'_n \pm \psi'_p)} \\ \eta_{even}(t) &= \frac{1}{2} (\eta(t) + \eta_\pi(t)) = \sum_{m \geq n} \underline{a}_m \underline{a}_n^\pm G_{mn}^\pm e^{i(\psi'_m \pm \psi'_n)} + \dots\end{aligned}$$

La figure 4 montre un exemple de focalisation en crête et en creux pour un paquet de vagues cible expérimental d'amplitude 40 cm proche du déferlement.

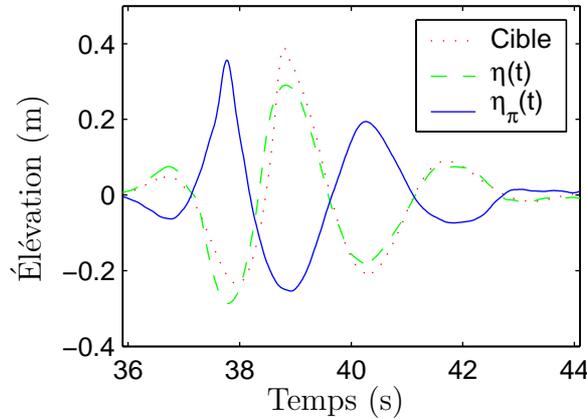


FIG. 4 – Focalisations en crête et en creux pour un paquet de vagues d'amplitude 40 cm

L'hypothèse effectuée ensuite, qui permet d'estimer les vitesses de phase non linéaires, est de modéliser partiellement au troisième ordre l'élévation de surface libre impaire  $\eta_{odd}(t)$ . Les termes d'amplitude d'ordre trois en  $\underline{a}_m \underline{a}_n^\pm \underline{a}_p^\pm$  sont négligés en raison de leur faible amplitude. Seuls sont conservés les corrections de phase (nombres d'onde modifiés  $k'_n$ ). L'élévation impaire est donc considérée comme la superposition de composantes ayant l'amplitude et la phase linéaires d'entrée ( $\underline{a}_n$ ), mais une vitesse de phase modifiée (ou de manière équivalente un vecteur d'onde modifié  $k'_n$ ).

$$\eta_{odd}(t) = (\eta - \eta_\pi)/2 \simeq \sum_n \underline{a}_n e^{i(\omega_n t - k'_n x)} \quad (2)$$

On utilise la formule (2) pour déterminer la vitesse de phase non linéaire à partir de cette élévation de surface libre impaire, par une simple Transformée de Fourier (TF). Connaissant les phases initiales  $\arg \underline{a}_n$ , on peut après TF de  $\eta_{odd}$  obtenir la variation de phase liée à la modification du nombre d'onde :

$$k'_n = \frac{\arg \underline{a}_n - \arg \underline{a}_{odd}}{x}$$

### 3.2.2 Validations

La première validation concerne la séparation paire/impair qui doit séparer les ordres de non-linéarités. On utilise pour cela un paquet de vagues de faible amplitude, pour lequel on peut négliger complètement les effets du troisième ordre. On compare dans ce cas d'un côté l'élévation impaire  $\eta_{odd}$  tirée des mesures et l'élévation théorique du premier ordre construite à partir des amplitudes  $a_n$  d'entrée du mouvement du batteur et de l'autre l'élévation paire  $\eta_{even}$  à l'élévation théorique du second ordre. Les élévations théoriques linéaire et second ordre sont évaluées d'après les formules (4) et (5) données en Annexe B.

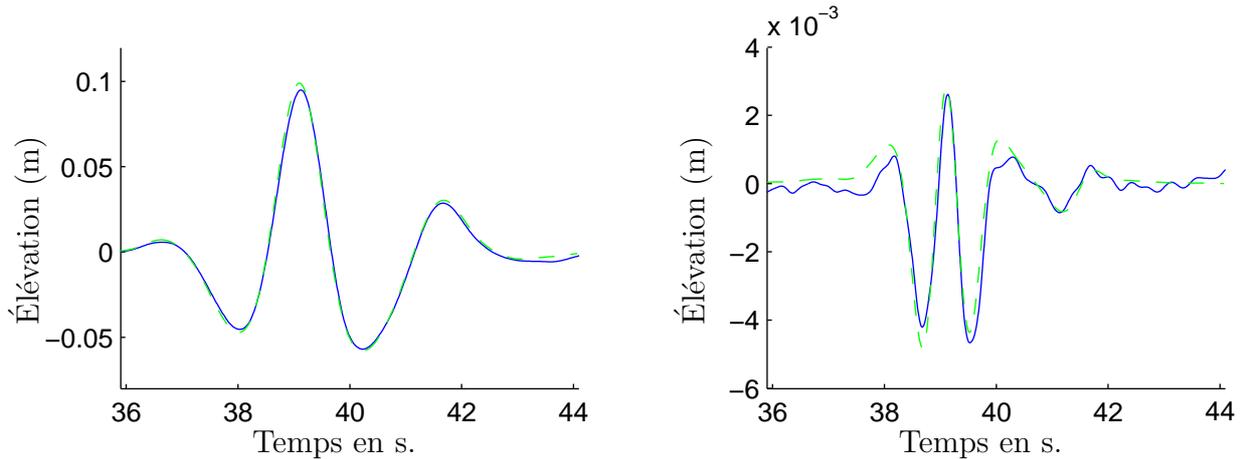
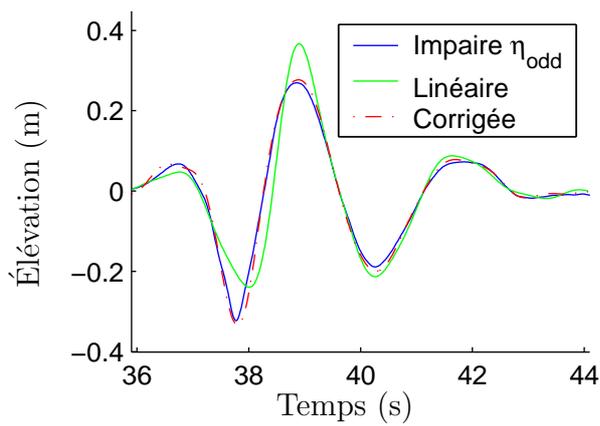


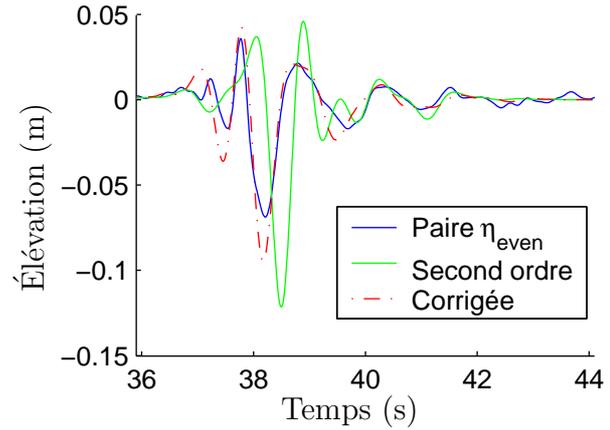
FIG. 5 – Décompositions pair/impair et solutions analytiques (paquet de vagues d'amplitude  $A=10$  cm : à gauche  $\eta_{odd}$  (—), linéaire théorique (---), à droite  $\eta_{even}$  (—) et second ordre théorique (---))

Sur la figure 5, à gauche au premier ordre et à droite au second ordre, on constate un très bon accord entre les élévations déduites des mesures et celles prédites par les composantes fréquentielles d'entrée, ceci pour un paquet d'amplitude (10 cm).

Lorsque l'amplitude du paquet de vagues augmente, on applique la décomposition partielle au troisième ordre (2) tenant compte cette fois des modifications non linéaires de vitesse de phase. Une fois déterminées ces modifications à partir de l'élévation impaire, il est intéressant de comparer l'élévation paire avec l'élévation second ordre corrigée grâce à ces modifications de vitesse de phase. Pour un paquet d'amplitude 40 cm, à la limite du déferlement, ces comparaisons sont portées sur la figure 6. On constate tout d'abord, sur la figure de gauche, que les effets du troisième ordre sur la phase se font sentir sur l'élévation impaire qui diffère de l'élévation purement linéaire. La correction des phases permet de rattraper l'essentiel des différences entre l'élévation linéaire et l'élévation impaire, comme attendu. La figure de droite apporte une validation très nette : l'élévation second ordre corrigée se superpose bien avec l'élévation paire. La correction de phase tirée de l'élévation impaire est donc bien cohérente avec le second ordre associé. La prise en compte des modifications de phase par les effets du troisième ordre permet d'expliquer les déphasages observés entre les expériences paires et impaires et les élévations théoriques du premier et du second ordre.



(a) Impaire et premier ordre



(b) Paire et second ordre

FIG. 6 – Décompositions paire/impair, solution théorique et correction de la vitesse de phase (paquet de vagues d’amplitude  $A=40$  cm)

### 3.2.3 Application à la reproduction déterministe

En résumé, à partir d’une décomposition initiale (linéaire ou second ordre) de la cible et la génération de deux paquets de vagues en crête et en creux, la séparation paire/impair des effets non linéaires donne accès à la vitesse de phase à l’ordre trois des ondes. La correction des phases du mouvement batteur à l’aide de cette vitesse non linéaire conduit alors à un paquet de vagues plus proche de la cible. La figure 7 présente l’élévation de surface libre simulée au point de focalisation théorique du paquet de vagues, pour un mouvement batteur calculé à partir de la décomposition initiale (premier et second ordres) et la décomposition corrigée grâce à la vitesse de phase non linéaire. On constate tout d’abord que la décomposition initiale au second ordre produit un paquet de vagues initial plus proche de la cible que la décomposition linéaire. Ensuite, la correction de cette entrée initiale grâce aux vitesses non linéaires estimées par la méthode décrite précédemment donne un accord encore meilleur avec la cible. À la fois l’amplitude et la phase du pic central sont correctement reproduits avec cette correction.

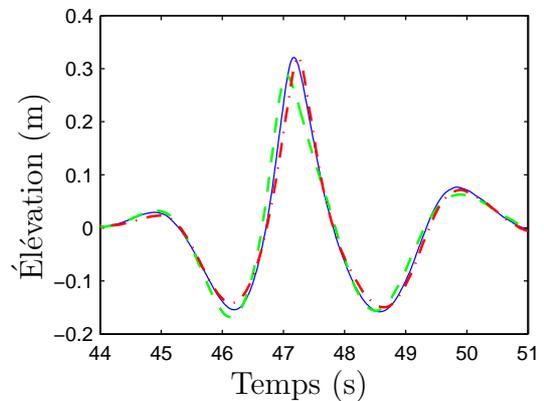
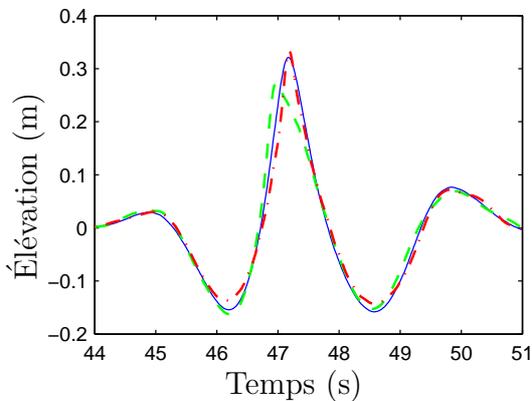


FIG. 7 – Élévation de surface libre : cible (—), entrée initiale (--) et entrée corrigée (---) (à gauche : entrée linéaire, à droite : entrée second ordre)

## 4 – Paquets de vagues tri-dimensionnels

Lorsqu'on s'intéresse aux paquets de vagues tri-dimensionnels, la directionnalité ajoute une grande difficulté supplémentaire à la reproduction déterministe. En effet en 2D, la simple hypothèse que le train d'onde est mono-directionnel (pas de composante réfléchie) permet de fixer sans ambiguïté la direction de chacune des composantes fréquentielles. Un paramètre important est le nombre d'informations disponibles, par exemple le nombre de mesures pour un paquet de vagues cible expérimental. Dans le cas de mesures en mer, les bouées pilonnement–tangage–roulis ainsi que des capteurs immergés pression–vitesses horizontales fournissent trois grandeurs. Près des structures offshore, des réseaux de sondes plus fournis sont parfois utilisés. Dans le cas de nos essais en bassin, l'information sur le paquet de vagues à reproduire est fournie par un réseau de cinq sondes à houle, réparties en pentagone tronqué (voir à gauche sur la figure 8). Ce type de réseau est communément utilisé lors de la mesure et l'analyse de houle irrégulière directionnelle en bassin par exemple (*e.g.* Benoît et Teisson [3]).

Un premier pas vers la reproduction déterministe de paquets de vagues directionnels est envisagé ici, basée sur une approche linéaire.

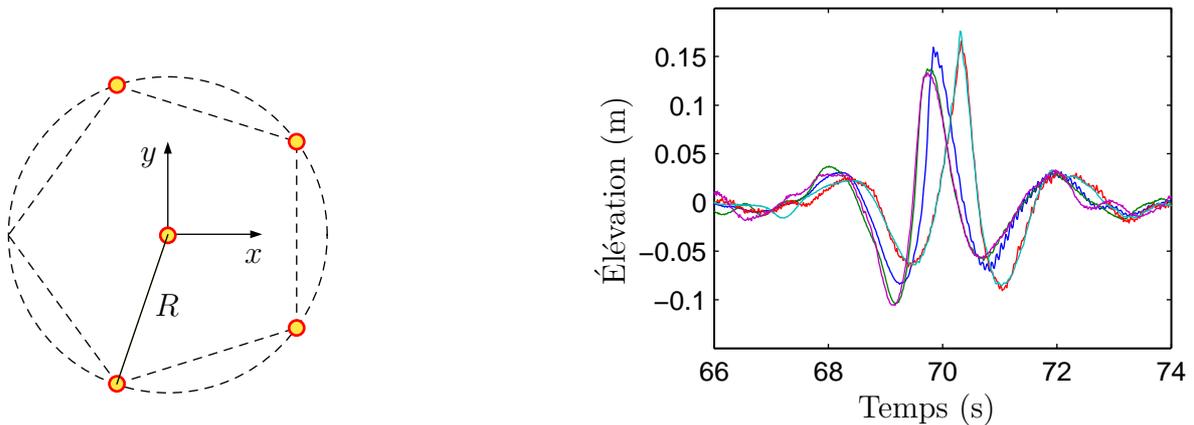


FIG. 8 – Réseau de sonde (à gauche), élévations cibles sur les cinq sondes (à droite).

Le paquet de vagues cible est un paquet directionnel expérimental obtenu en focalisant sur les sondes un spectre de Bretschneider de fréquence pic  $f_p = 0.5$  Hz et de hauteur significative  $H_s = 5$  cm, d'étalement directionnel en  $\cos^n \theta$  avec  $n = 20$ , à l'instant  $t_f = 70$  s. Ce paquet de vagues est mesuré en bassin à l'aide d'un réseau de cinq sondes à houle réparties en pentagone tronqué. Le rayon  $R$  du réseau de un mètre permet de résoudre correctement la longueur d'onde du pic du spectre ( $\lambda_p = 5$  m). Les élévations mesurées, qui servent de cible à la reproduction déterministe sont données sur la figure 8 à droite autour de l'instant de focalisation. Le pic focalisé intervient plus ou moins tôt sur les sondes suivant leur position.

On suppose que cette cible est représentée par une superposition linéaire de composantes fréquentielles directionnelles, c'est-à-dire auxquelles on attribue une direction par fréquence. Pour reproduire correctement le paquet de vagues cibles, il faut déterminer les amplitudes  $a_n$ , les phases  $\varphi_n$  et les directions  $\theta_n$  à chaque fréquence  $f_n = n\Delta f$ .

Pour cela, les TF des cinq enregistrements temporels de hauteur d'eau aux sondes forment le second membre du système d'équations suivant, traduisant la superposition

linéaire des composantes :

$$a_n e^{-ik_n(x_p \cos \theta_n + y_p \sin \theta_n) + \varphi_n} = TF_n(\eta_p) \quad \text{pour } p = 1 \text{ à } 5$$

Ce système d'inconnues  $a_n$ ,  $\theta_n$  et  $\varphi_n$  est non linéaire. On le résout par une méthode des moindres carrés non linéaire. Le choix de la solution initiale conditionne la résolution du système. On adopte la démarche suivante :

- l'amplitude initiale est la moyenne des modules des TF des cinq sondes.
- la direction initiale est tirée aléatoirement. Si les paramètres caractéristiques de l'état de mer sont connus (direction moyenne et variance) alors le tirage aléatoire est pris de répartition gaussienne, de moyenne la direction principale estimée du paquet et de variance celle estimée de l'état de mer étudié. Ce choix particulier du tirage aléatoire n'est pas indispensable et sert seulement à accélérer le processus.
- La phase initiale est quant à elle tirée aléatoirement avec une répartition uniforme.

Des minima locaux sont attendus lors de la résolution par les moindres carrés : le système est donc résolu avec plusieurs solutions initiales (plusieurs tirages aléatoires). On compare alors l'élévation cible  $\eta_p$  et l'élévation  $\hat{\eta}_p$  reconstruite linéairement à partir de la solution obtenue

$$\hat{\eta}_p(t) = \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=1}^N a_n \exp i (\omega_n t - k_n (x \cos \theta_n + y \sin \theta_n) + \varphi_n) \right]$$

Parmi ces solutions, la solution retenue est celle qui minimise une erreur globale, définie comme la somme sur les cinq sondes de l'intégrale en temps de l'erreur quadratique entre l'élévation cible  $\eta_p$  et l'élévation reconstruite  $\hat{\eta}_p$

$$E = \sum_{p=1}^P \int_0^T w_p(t) |\eta_p(t) - \hat{\eta}_p(t)|^2 dt$$

La fenêtre temporelle  $w_p(t)$  sert à pondérer éventuellement telle ou telle partie du paquet de vagues cible à reproduire. On obtient finalement un jeu de composantes directionnelles; leur propagation linéaire inverse en direction du batteur permet de calculer le mouvement de ce dernier. Si l'angle de propagation de certaines composantes est trop élevé au regard des dimensions du bassin, de la longueur et des capacités du batteur serpent, la méthode de Dalrymple est utilisée pour contrôler le mouvement et éviter des réflexions parasites sur les murs latéraux du bassin. Les figures 9 et 10 montrent des vues de champ de vagues, respectivement aux instants  $t = 33$  s et  $t = 45$  s. À gauche se trouve la cible, issue d'une simulation numérique; à droite, le champ de vagues reproduit, simulé numériquement à partir de la loi de commande déduite des composantes directionnelles identifiées selon la démarche évoquée ci-dessus. Sur la figure 9, avant la focalisation, on peut constater que le motif concentrique des ondes de la cible, qui se dirigent vers le point de focalisation, se retrouve bien dans le champ de vague reproduit. Une grande partie du contenu directionnel du paquet cible est donc correctement estimé par la démarche déterministe mise en place. Sur la figure 10, à l'instant de la focalisation cette fois, on observe à nouveau une bonne reproduction de la cible. On peut toutefois remarquer le défaut de courtes longueurs d'onde autour du paquet focalisé reproduit par rapport à la cible: la méthode proposée sous-estime l'amplitude des hautes fréquences mesurées.

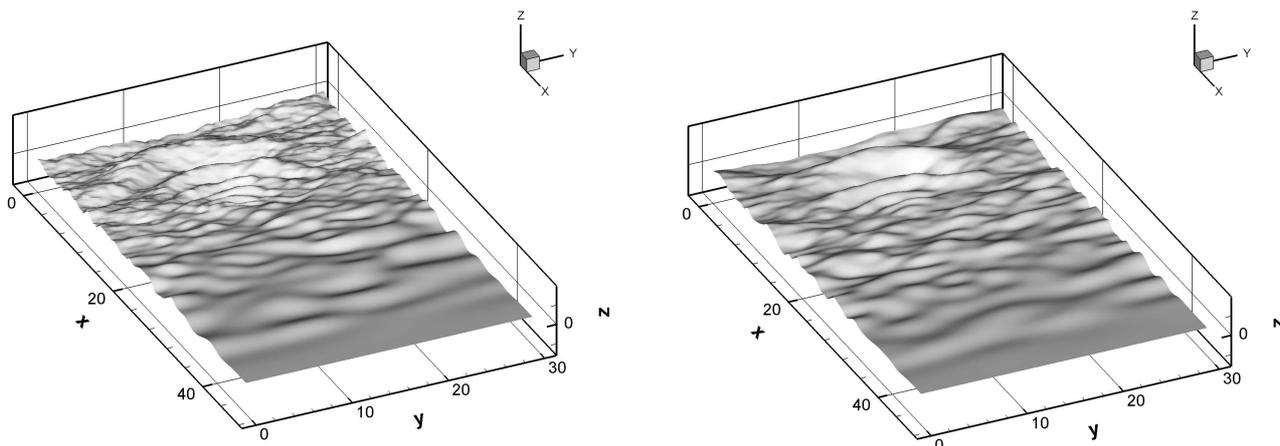


FIG. 9 – Vue de l'élévation de surface libre cible (gauche) et reproduite (droite),  $t = 33$  s

## 5 – Conclusion

Deux approches ont été entreprises, de reproduction déterministe en bassins en 2D et 3D. Dans les deux cas, les lois de commande sont testées en utilisant indifféremment le bassin numérique non linéaire complet HOS développé récemment au Laboratoire ou le bassin expérimental.

La séparation des effets non linéaires pairs et impairs et la prise en compte d'effets d'ordre trois fournit une estimation des vitesses de phase non linéaires en deux dimensions. Utilisées pour déterminer la loi de commande du batteur, celles-ci conduisent à une très bonne reproduction des paquets de vagues focalisés à la limite du déferlement en deux dimensions. Cette technique est applicable à la reproduction déterministe de tout type de houle et devra être utilisée pour d'autres types de cible, par exemple avec la présence d'instabilités de Benjamin-Feir. Dans ce cas où des composantes supplémentaires apparaissent, celles-ci seront identifiables dans l'élévation impaire (*cf. e.g.* Johannessen et Swan [12]).

En trois dimensions, une première tentative de reproduction déterministe de paquets de vagues directionnel focalisés de courte durée a été mise en place et donne des résultats encourageants. L'amélioration du contrôle des hautes fréquences ainsi qu'une étude des effets non linéaires sont à envisager.

## Annexe A : Décomposition initiale linéaire

À faible amplitude, la solution est donnée par la théorie linéaire classique de la houle (*e.g.* Mansard et Funke [15]). L'élévation cible  $\eta_c$  imposée à une distance  $x$  du batteur est considérée comme la superposition de composantes élémentaires. Une simple TF de  $\eta_c$  permet d'obtenir les amplitudes complexes  $\underline{c}_n$  des différentes composantes fréquentielles du paquet de vagues

$$\eta_c(t) = \sum_n \underline{c}_n e^{i\omega_n t}$$

Connaissant la vitesse de propagation  $v_n = \omega_n/k_n$  de chaque onde élémentaire grâce à la relation de dispersion, on peut alors déterminer les amplitudes  $\underline{\tilde{a}}_n$  des ondes au niveau du batteur  $\underline{\tilde{a}}_n = \underline{c}_n \exp(ik_n x)$ . Le mouvement du batteur ayant généré ce paquet de vagues est

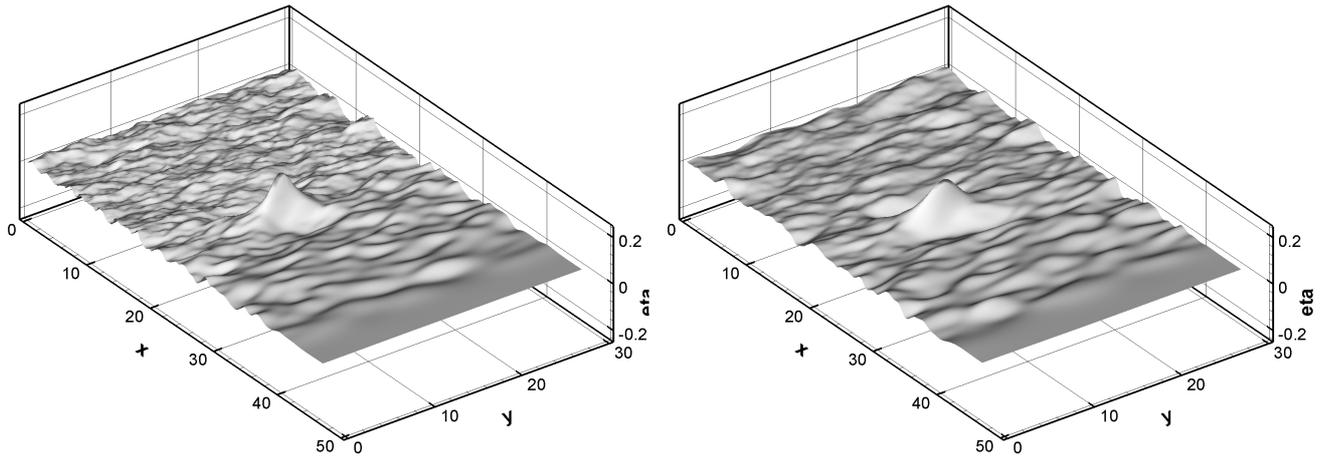


FIG. 10 – Vue de l'élévation de surface libre cible (gauche) et reproduite (droite),  $t = 45$  s

construit simplement grâce à la fonction de transfert du batteur. Un exemple est donné sur la figure 11 pour le paquet de vagues artificiel présenté précédemment, avec 10 cm d'amplitude. Les fréquences les plus lentes sont suivies par les grandes longueurs d'ondes, plus rapides.

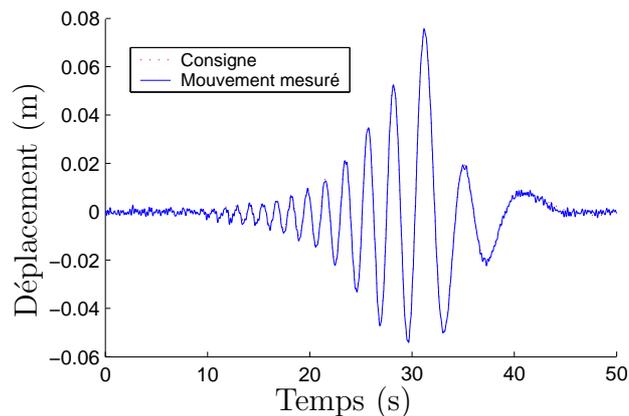


FIG. 11 – *Mouvements du batteur*

L'hypothèse de linéarité utilisée conduit à de bons résultats tant que l'amplitude du paquet de vagues reste limitée. À plus forte amplitude, on observe des différences entre la cible et le paquet de vagues reproduit, comme on peut le voir sur la figure 1. On observe un écart sur l'amplitude des creux, ainsi qu'un déphasage de la crête et des creux latéraux. D'autres cas montrent également une différence d'amplitude au niveau de la crête principale. Des effets d'ordre supérieur entrent en jeu qui expliquent les différences constatées.

## Annexe B : Décomposition initiale second ordre

La technique itérative de Duncan et Drake [9] permet de le décrire sous la forme d'une élévation linéaire plus l'élévation second ordre liée, soit  $\eta_c = \eta^{(1)} + \eta^{(2)}$ . L'élévation linéaire

$\eta^{(1)}$  s'écrit comme une superposition du même type que celle de l'annexe A

$$\eta^{(1)}(t) = \sum_n \widehat{a}_n e^{i(\omega_n t - k_n x)} \quad (4)$$

L'élévation second ordre liée est donnée par l'expression

$$\eta^{(2)} = \sum_{m \geq n} \widehat{a}_m \widehat{a}_n^\pm G_{mn}^\pm e^{i((\omega_m \pm \omega_n)t - (k_m \pm k_n)x)} \quad (5)$$

avec  $\widehat{a}_n^+ = \widehat{a}_n$  et  $\widehat{a}_n^-$  son conjugué. Les coefficients d'interactions somme et différence  $G_{mn}^\pm$  sont donnés en profondeur finie dans Dalzell [7] par exemple.

Les amplitudes de l'élévation linéaire  $\widehat{a}_n$  ne sont plus liées directement à la TF de la cible mais sont déterminées de manière à ce que la somme premier plus second ordre lié soit égale à la cible. L'utilisation de ces amplitudes fréquentielles de l'élévation linéaire  $\eta^{(1)}$  pour construire la loi de commande du batteur conduit alors à une meilleure reproduction de la cible, qui tient compte des effets du second ordre.

## Références

- [1] W.J.D. BATEMAN, C. SWAN, et P.H. TAYLOR. On the efficient numerical simulation of directionally spread surface water waves. *Journal of Computational Physics*, 174:277–305, 2001.
- [2] T.B. BENJAMIN et J.E. FEIR. The disintegration of wave trains on deep water. Part 1. Theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 27:417–430, 1967.
- [3] M. BENOÎT et C. TEISSON. Laboratory Comparison of Directional Wave Measurement Systems and Analysis Techniques. Dans *Proceedings of the 24<sup>th</sup> Int. Conference on Coastal Engineering*, pages 42–56, Kobe, 1994. ASCE.
- [4] F. BONNEFOY, D. LE TOUZÉ, et P. FERRANT. Generation of fully-nonlinear prescribed wave fields using a high-order spectral method. Dans *Proceedings of the 14<sup>th</sup> Int. Offshore and Polar Engineering conference*, Toulon, France, 2004.
- [5] F. BONNEFOY, D. LE TOUZÉ, et P. FERRANT. Using a nonlinear spectral model for preparing three-dimensional directional wave experiments. Dans *Proceedings of the 23<sup>st</sup> Int. Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vancouver, Canada, 2004.
- [6] G.F. CLAUSS, J. HENNIG, C.E. SCHMITTNER, et W.L. KÜHNLEIN. Non-linear calculation of tailored wave trains for experimental investigations of extreme structure behaviour. Dans *Proceedings of the 23<sup>st</sup> Int. Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vancouver, Canada, 2004.
- [7] J.F. DALZELL. A note on finite depth second-order wave-wave interactions. *Applied Ocean Research*, 21:105–111, 1999.
- [8] D.G. DOMMERMUTH et D.K.P. YUE. A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 184:267–288, 1987.
- [9] P.E. DUNCAN et K. R. DRAKE. A note on the simulation and analysis of irregular non-linear waves. *Applied Ocean Research*, 17:1–8, 1995.
- [10] P. FERRANT, L. GENTAZ, B. ALESSANDRINI, et D. Le TOUZÉ. A Potential/RANSE Approach for Regular Water Waves Diffraction about 2D structures. *Ship Technology Research*, 50(4):165–171, 2003.

- [11] K. HONG, E. MEZA, et S. LIU. Energy dissipation and transfer in breaking waves generated by directional and multi-frequency focusing in deep water. Dans *Proceedings of the 14<sup>th</sup> Int. Offshore and Polar Engineering conference*, pages 299–305, Toulon, France, mai 2004.
- [12] T.B. JOHANNESSEN et C. SWAN. A laboratory study of the focusing of transient and directionally spread surface water waves. *Proceedings of the Royal Society of London*, A(457):971–1006, 2001.
- [13] D. LE TOUZÉ. *Méthodes spectrales pour la modélisation non-linéaire d'écoulements à surface libre instationnaires*. Thèse de Doctorat, École Centrale de Nantes, France, 2003.
- [14] M.S. LONGUET-HIGGINS et O.M. PHILLIPS. Phase velocity effects in tertiary wave interactions. *Journal of Fluid Mechanics*, 12:333–336, 1962.
- [15] E.P.D. MANSARD et E.R. FUNKE. A new approach to transient wave generation. Dans *Proceedings of the 18<sup>th</sup> Int. Conference on Coastal Engineering*, Cape Town, South Africa, 1982.
- [16] S.E. SAND. Deterministic decomposition of pitch-and-roll buoy measurements. *Journal of Coastal Engineering*, 8:243–263, 1984.
- [17] P.H. TAYLOR et R.H. GIBBS. Wave Focusing on Deep Water - Bandwidth, Spreading and Non-Linearity. Dans *Proceedings of the 7<sup>th</sup> Int. Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting*, Banff, Alberta, 2002.
- [18] B.J. WEST, K.A. BRUECKNER, R.S. JANDA, D.M. MILDER, et R.L. MILTON. A new numerical method for surface hydrodynamics. *Journal of Geophysical Research*, 92(C11):11,803–11,824, 1987.
- [19] G. WU, Y. LIU, et D.K.P. YUE. Numerical reconstruction of nonlinear irregular wave-field using single or multiple probe data. Dans *Proceedings of the 15<sup>th</sup> Int. Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, 2000.
- [20] J. ZHANG, J. YANG, J. WEN, I. PRISLIN, et K. HONG. Deterministic wave model for short-crested ocean waves: Part I. Theory and numerical scheme. *Applied Ocean Research*, 21:167–188, 1999.