

10<sup>èmes</sup> JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

Nantes, 7, 8 et 9 mars 2005

**Quelques aspects de l'écoulement bidimensionnel de fluide visqueux  
autour de sections munies de protubérances régulières.**

Some aspects of the two-dimensional viscous flows around  
cross sections with regular corrugations.

Y.-M. SCOLAN

EGIM, Technopôle Château Gombert, 13451 Marseille, Cedex 20.

**Résumé**

Un modèle Vortex-In-Cell est mis en œuvre pour l'étude de sections droites de cylindre circulaire muni de protubérances régulières. Les applications portent sur l'analyse d'écoulement uniforme autour de sections bidimensionnelles munies de strakes ou ondulées. Quelques résultats sont fournis et requièrent maintenant une validation avec des mesures expérimentales.

On propose également ici une amélioration du calcul des efforts en écoulement de fluide visqueux. Cette formulation s'appuie sur une projection de l'équation de conservation de la quantité de mouvement sur une base de fonction harmonique via la théorie potentielle et l'emploi de transformations conformes.

**Summary**

A model Vortex-In-Cell is used to study cross sections of circular cylinders with regular corrugations. Applications are done for two-dimensional sections with strakes and wavy contour. Some results are provided and now require a validation with experimental data. It is also proposed here some improvements of the force calculation in viscous flows. This formulation is based on a projection of the momentum conservation equation on a basis of harmonic function via the potential theory and the use of conformal transformations.

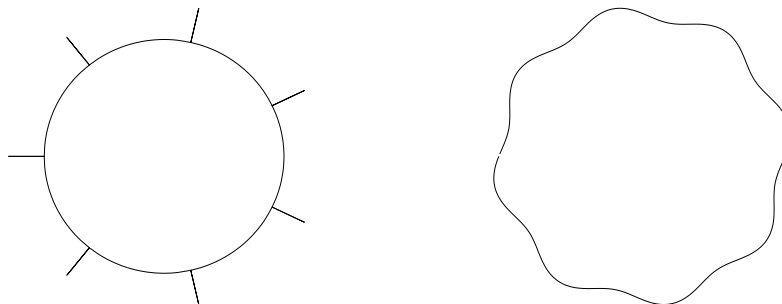
# 1 Introduction

Il existe de nombreuses situations où la suppression des Vibrations Induites par les Vortex (VIV) constitue un élément crucial de dimensionnement des structures qui y sont soumises. Parmi les dispositifs utilisés, aussi bien en génie civil que dans l'industrie pétrolière offshore, on trouve les enroulements hélicoïdaux de lames minces (strakes) comme illustré ci-dessous pour une plate-forme de type SPAR (Genesis, voir site web <http://www.offshore-technology.com>) en cours de transport sur site.



En fonctionnement, ces structures élancées placées dans des courants présentent le risque d'être soumises à un effort transverse à la direction du courant. Cela est dû à une forte corrélation –dans la direction axiale– du lâcher alterné des tourbillons. La fonction des strakes est donc d'inhiber toute corrélation axiale.

On tente ici de reproduire des écoulements autour de sections droites de tels cylindres. La résolution des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles est réalisée selon une méthode Vortex In Cell implémentée dans le logiciel Aquavic. Le traitement de sections non circulaires est possible grâce à l'emploi de transformations conformes. C'est dans ce cadre que l'on étudie les sections suivantes



Il s'agit de sections droites, l'une d'un cylindre muni d'un enroulement de strakes rectilignes, l'autre d'un cylindre circulaire auquel on a ajouté une variation sinusoïdale du rayon. Ces dernières protubérances représentent la section droite de certaines embases de structures gravitaires.

Il surgit évidemment une question fondamentale qui est: une modélisation bidimensionnelle est-elle représentative d'un phénomène typiquement tridimensionnel? La réponse est clairement non. On peut s'en convaincre en visitant l'album de photos de Rockwell (2004) sur son siteweb [www.lehigh.edu/~influid/album04](http://www.lehigh.edu/~influid/album04). Il y décrit, sur la base de mesures de vitesse à faible Reynolds ( $Re=160$ ), le processus selon lequel le lâcher alterné est détruit.

Les effets des strakes sur la décorrélation axiale de l'écoulement sont patents. Il est aussi souligné que les instabilités induites par les strakes se conjuguent avec les fortes instabilités tridimensionnelles (dites mode A et B) inhérentes aux écoulements à faible Reynolds (voir entre autres Williamson, 1996).

S'il n'est clairement pas possible de reproduire le phénomène réel par une approche bidimensionnelle, les calculs restent néanmoins licites. En effet on manque actuellement de données précises sur l'augmentation (ou la diminution) de traînée induite par ces protubérances. C'est l'objectif de ce papier.

Après avoir rappelé brièvement la formulation théorique du problème et les grandes lignes des schémas numériques adoptés, on décrit les transformations conformes utilisées.

On fournit ensuite une étude paramétrique de quelques formes en fonction de leur géométrie.

## 2 Le modèle numérique

Les équations à résoudre sont celles de Navier-Stokes instationnaires formulées pour la vorticité  $\omega$  et la fonction de courant  $\psi$ . Il s'agit de quantités scalaires pour des écoulements plans. Le calcul de la vitesse résulte de l'équation de Poisson pour  $\psi$ , tandis que l'équation de transport de la vorticité est traitée par une technique d'Operator Splitting séparant les effets de convection et de diffusion. La vorticité est représentée de manière Lagrangienne sous la forme de vortex discrets. Ce sont idéalement des masses de Dirac mais qui, en pratique ont un support fini représenté par les cellules d'un maillage régulier. On procède effectivement aux calculs sur la base d'un maillage polaire régulier issu de transformations conformes. L'existence de telles transformations est prouvée pour tout obstacle simplement connexe. Les schémas numériques sont dès lors plus simples: une FFT dans la direction azimuthale et des différences finies dans la direction radiale pour la résolution de l'équation de Poisson.

## 3 Les transformations conformes

On cherche la fonction  $f$  bijective qui associe l'affixe  $z$  du plan physique à l'unique image  $\zeta$  dans le plan transformé selon  $z = f(\zeta)$ . Le Jacobien de la transformation est noté  $J(\zeta) = dz/d\zeta = f'$ .

### 3.1 Section munie de strakes

Le domaine physique est décrit dans le plan complexe  $z$ . Le domaine de calcul dans lequel le contour de l'obstacle est un cercle unité, est décrit dans le plan complexe  $\zeta$ . Le cylindre muni de strakes nécessite la transformation du domaine extérieur à un cercle duquel on retranche également les segments  $R \leq |z| \leq R + a$  aux points  $\arg(z) = 2k\frac{\pi}{n}$  pour  $k \in [0, \dots, n - 1]$ . Par la suite, pour simplifier, on prendra toujours un rayon unité  $R = 1m$ . Cette transformation est décrite dans Lavrentyev et Chabat (1977). On passe d'un affixe  $\zeta = re^{i\theta}$  à  $z = x + iy$  en procédant aux calculs successifs suivants. On repère le secteur  $k$  dans lequel se trouve l'affixe  $\zeta$  selon  $\theta \in [2(k - 1)\frac{\pi}{n}, 2k\frac{\pi}{n}]$ ; les transformations ultérieures sont toutes identiques pour chacun des  $n$  secteurs. On fait subir une première

rotation de telle sorte que le premier point se trouve sur l'axe des  $x$  positifs:

$$z_0 = \zeta e^{-i(k-1)\sigma}, \quad \text{avec} \quad \sigma = \frac{\pi}{n}. \quad (1)$$

Les arcs obtenus (à  $r$  constant) sont étirés de telle façon que leurs images soient des demi-cercles dans le demi-plan supérieur:

$$z_1 = z_0^{\frac{n}{2}}, \quad (2)$$

on s'assure que l'argument de  $z_0$  est inférieur à  $\frac{2\pi}{n}$  et par conséquent l'argument de  $z_1$  est dans l'intervalle  $[0, \pi]$ . On applique la transformation dite de Joukowski qui a pour effet d'aplatir le contour du corps sur l'axe des  $x$ :

$$z_2 = \frac{1}{2} \left( z_1 + \frac{1}{z_1} \right). \quad (3)$$

Le contour du secteur est devenu un segment sur l'axe des  $x$ , on le contracte selon la formule:

$$z_3 = Az_2 \quad \text{avec} \quad A = \frac{1}{2} \left( (1+a)^{\frac{n}{2}} + (1+a)^{-\frac{n}{2}} \right). \quad (4)$$

On procède à une transformation de Joukowski inverse qui fournit un contour de forme semi-circulaire défini dans le demi-plan supérieur:

$$z_4 = z_3 + \sqrt{z_3^2 - 1}, \quad \text{ou} \quad z_3 = \frac{1}{2} \left( z_4 + \frac{1}{z_4} \right), \quad (5)$$

où une attention particulière doit être apportée au calcul de l'argument du terme complexe apparaissant sous la racine carrée. Le contour semi-circulaire obtenu est contracté par la transformation suivante:

$$z_5 = z_4^{\frac{2}{n}} \quad (6)$$

afin d'obtenir un contour dans le secteur de longueur d'arc  $\sigma$ . Enfin on effectue une rotation inverse pour faire correspondre le secteur du plan  $\zeta$  au secteur du plan physique  $z$ :

$$z = z_5 e^{i(k-1)\sigma}. \quad (7)$$

Le Jacobien de cette transformation est le produit de tous les Jacobiens des transformations intermédiaires

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{dz}{dz_5} \frac{dz_0}{d\zeta} \prod_{i=0}^4 \frac{dz_{i+1}}{dz_i}. \quad (8)$$

### 3.2 Section ondulée

Concernant la forme ondulée, on utilise classiquement la transformation conforme de type Theodorsen-Garrick (1933) dont la formule générique liant l'affixe  $\zeta$  du plan complexe de calcul à  $z$  l'affixe image dans le plan physique s'écrit

$$z = \zeta \cdot e^{\left[ \sum_{n=0}^{\infty} (A_n + iB_n) \zeta^{-n} \right]}. \quad (9)$$

Les coefficients réels  $A_n$  et  $B_n$  s'apparentent aux coefficients de Fourier de  $\log(z)$  quand  $\zeta$  décrit le cercle unité  $|\zeta| = 1$ . La série infinie est donc tronquée à  $N = 2^p$

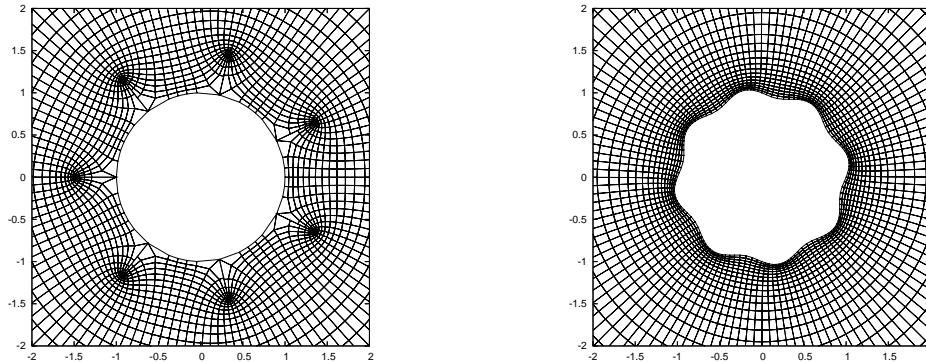
$$\log |z| = A_0 + \sum_{n=1}^{N/2-1} A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta, \quad (10)$$

$$\arg(z) = \theta + B_0 + \sum_{n=1}^{N/2-1} B_n \cos n\theta - A_n \sin n\theta. \quad (11)$$

Les coefficients sont calculés selon un processus itératif de type point fixe en combinant des FFT directe et inverse. Il est commode de faire correspondre les demi-axes réels  $\arg(z) = 0$  et  $\arg(\zeta) = 0$ , si bien que  $B_0 = -\sum_{n=1}^{N/2-1} B_n$ . Par ailleurs les formes susceptibles d'être traitées par la transformation de Theodorsen-Garrick doivent vérifier les conditions dites de Warchauski (1945). Ces conditions peuvent ne pas être satisfaites. Dans ce cas le processus itératif est plus long voire peut ne pas converger. Une fois les coefficients  $A_n$  et  $B_n$  déterminés, le Jacobien de la transformation se déduit de

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{z}{\zeta} \cdot \left(1 - \sum_{n=1}^{N/2-1} n (A_n + iB_n)\zeta^{-n}\right). \quad (12)$$

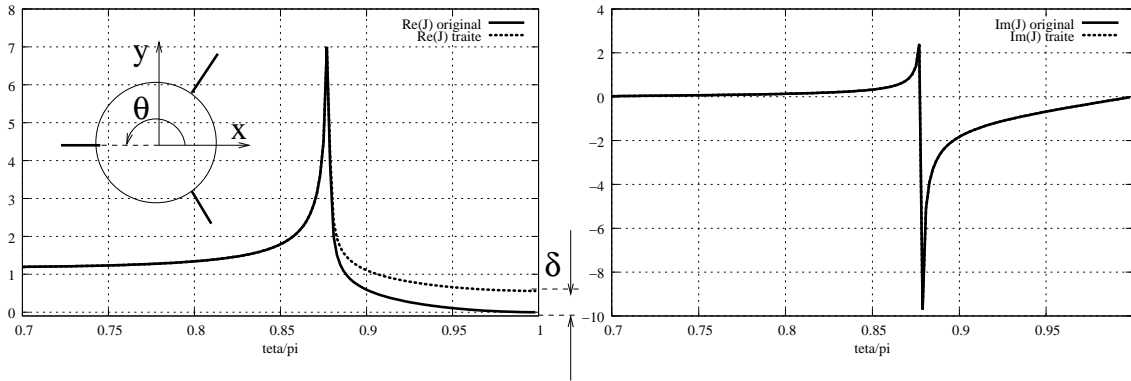
On illustre les deux transformations étudiées en traçant l'image d'un maillage polaire régulier défini dans le plan  $\zeta$  sur les figures suivantes



Il est important de noter que le maillage du plan physique concentre naturellement les points au bout des protubérances. Dans les zones intermédiaires le maillage est plutôt lâche. Cela ne s'oppose pas à l'idée que l'on se fait de l'écoulement dans ces régions. On rappelle que le calcul se fait dans le plan transformé, il est donc important de bien identifier les modifications des calculs du fait de l'introduction de la transformation conforme. Le tableau suivant indique les quantités concernées par ces modifications.

convection	$d\zeta/dt = \overline{W}(\zeta)/ J(\zeta) ^2$ $W(\zeta)$ : vitesse complexe
diffusion	$\Delta\zeta = (\sigma_x + i\sigma_y)/J(\zeta)$ $\sigma_x \sigma_y$ : nombres aléatoires
effort de pression	$\int_{\zeta} p(\theta)e^{i\theta} J(\theta)d\theta$ $p(\theta)$ : pression
effort de friction	$\nu \int_{\zeta} \omega(\zeta)ie^{i\theta}/\overline{J}(\zeta)$ $\omega(\zeta)$ : vorticit�� pari��tale

Pour simplifier, les formes complexes sont adoptées et  $\bar{J}$  désigne le conjugué du nombre complexe  $J$ . Des difficultés numériques sont donc attendues si le corps à transformer présente des changements brusques de géométrie. Ainsi le bout des strakes se comporte comme un "canon" de vortex car  $J(\zeta)$  s'y annule même si la condition d'adhérence du fluide est prescrite sur le corps. Par contre le fait que  $J(\zeta)$  devienne important aux pieds des strakes ne pose pas de problème numérique. En effet la pression peut être obtenue par intégration de son gradient tangent lui même proportionnel au gradient normal de vorticité sur le corps c'est à dire le taux de circulation générée par pas de temps. Or au pied des strakes très peu de vorticité est produite. Seul un traitement du Jacobien est préconisé en bout de strakes. Il consiste en une troncation arbitraire de  $d\zeta/dz$  (voir Scolan et Faltinsen, 1994). Le principe est de modifier la partie réelle de  $J(\theta) = \frac{dz}{d\zeta}|_{|\zeta|=1}$  afin d'éviter que les parties réelle et imaginaire de  $J(\theta)$  s'annulent simultanément au coin. Ce traitement est illustré sur la figure suivante pour une forme munie de 3 strakes. On trace la partie réelle et imaginaire de  $\frac{dz}{d\zeta}$  au voisinage du strake orienté le long de l'axe des  $x$  négatifs.



Le paramètre  $\delta$  ajustable permet de jouer sur l'importance du traitement. Ce paramètre doit être choisi pour que les propriétés globales de l'écoulement soient peu affectées. Néanmoins en absence de données expérimentales, il n'est actuellement pas possible de caler ce paramètre précisément.

## 4 Calcul de masses ajoutées en écoulement potentiel

Par définition de la masse ajoutée d'un corps en mouvement de translation dans un fluide au repos, on peut établir la relation suivante entre  $M_a$  et l'énergie cinétique du domaine fluide  $\Omega$

$$\frac{1}{2}M_aV^2 = \frac{1}{2}\rho \int_{\Omega} \vec{\nabla}^2\phi ds, \quad (13)$$

où  $\phi$  est le potentiel de l'écoulement calculé dans le repère du corps. Le potentiel de perturbation  $\phi$  est régulier à l'infini et via la formule de Green, l'expression de la masse ajoutée se réduit à une intégrale sur le contour du corps. On ne s'intéresse ici qu'au calcul de la masse ajoutée associée à un mouvement de translation. Le problème de l'inertie ajoutée en rotation est beaucoup plus compliqué; il n'est pas examiné ici.

En utilisant le Théorème du Cercle ainsi que les propriétés des transformations géométriques utilisées, on exprime le potentiel de perturbation en tout point du fluide comme

la partie réelle du potentiel complexe

$$F(\zeta) = W_z^\infty \left[ J^\infty \zeta - z \right] + \frac{\overline{J^\infty W_z^\infty}}{\zeta}, \quad (14)$$

où  $W_z^\infty$  est la vitesse complexe de translation dans le plan  $z$ . Le Jacobien  $J^\infty$  est la valeur asymptotique de  $\frac{dz}{d\zeta}$  à l'infini. En se rappelant que le long du contour physique la normale en tout point s'exprime sous forme complexe  $n(\theta) = e^{i\theta} J(\theta) / |J(\theta)|$ , de par le changement de variable issu de la transformation conforme, on exprime la masse ajoutée

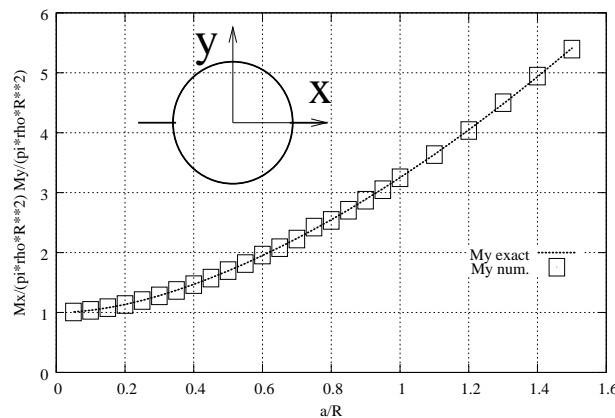
$$M_a = \frac{\rho}{|W_z^\infty|^2} \int_0^{2\pi} \Re \left[ F(e^{i\theta}) \right] \Re \left[ W_z^\infty n(\theta) \right] |J(\theta)| d\theta \quad (15)$$

On peut montrer par simple composition vectorielle d'effort que les masses ajoutées liées aux mouvements de translation en  $x$  et  $y$  sont identiques pourvu que la configuration soit symétrique par rapport à l'axe  $y = 0$ .

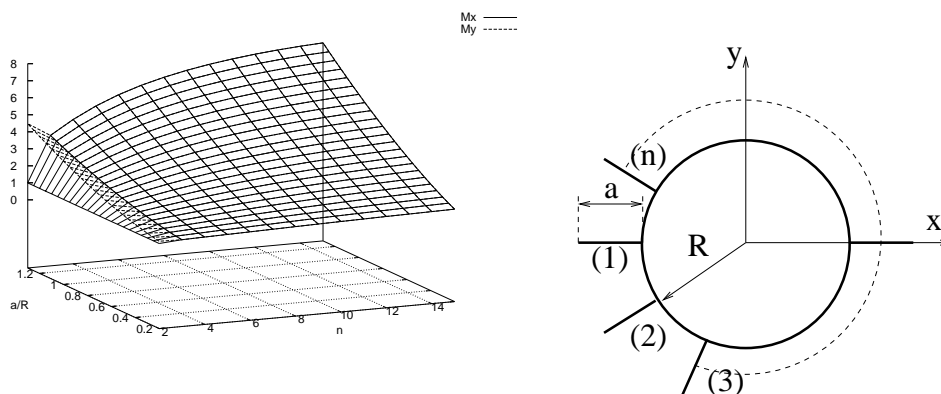
Il est probable qu'un calcul analytique de l'intégrale de  $M_a$  par une méthode d'intégrale de contour soit possible. Ici vu les expressions de  $dz/d\zeta = J(\zeta)$  et  $z = f(\zeta)$ , on procède à un calcul numérique. On trouve cependant dans Newman (1977, 1979) l'expression analytique de  $M_y$  ainsi que du moment d'inertie ajoutée en rotation pour la section munie de 2 strakes.

$$\frac{M_y}{\pi \rho R^2} = \frac{1 - \beta + \beta^2}{\beta}, \quad \text{avec} \quad \beta = \left(1 + \frac{a}{R}\right)^2. \quad (16)$$

La figure suivante montre les comparaisons faites entre les résultats analytiques et numériques.

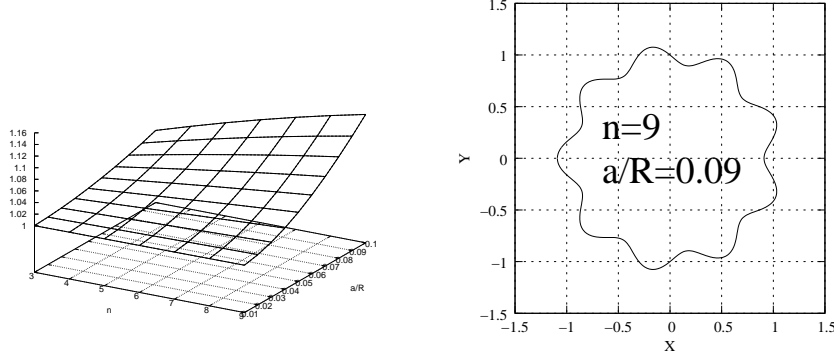


En procédant aux calculs numériques on peut évaluer la masse ajoutée pour  $n \geq 2$ . La figure suivante résume ces résultats



Excepté pour  $n = 2$  les masses ajoutées des mouvements de translation en  $x$  et  $y$  sont identiques.

Les masses ajoutées de la forme ondulée sont tracés sur la figure suivante en fonction du nombre d'ondulations et de leur amplitude



La transformation conforme utilisée ne permet pas de gérer un grand nombre de protubérances de forte amplitude.

## 5 Forme intégrale des efforts

Il existe une alternative au calcul des efforts par intégration directe du tenseur de Cauchy comprenant pression  $p\vec{n}$  et friction  $\nu\omega\vec{t}$  (où  $(\vec{n}, \vec{t})$  sont les vecteurs normal et tangent au corps)

$$\vec{F} = - \int_B (p \vec{n} + \rho \nu \omega \vec{t}) dl \quad (\text{écoulement bidimensionnel}). \quad (17)$$

Sur la base des développements théoriques de Temam (1977), Napolitano et Quartapelle (1983) ont élaboré plus avant une formulation intégrale des efforts qui peut être facilement étendue à un corps de forme quelconque placé dans un courant de fluide visqueux. Le principe de base est de produire une intégrale de la pression le long du corps. Pour cela on utilise le produit scalaire associé à un espace de fonctions suffisamment régulières. On projette ainsi l'équation de conservation de quantité de mouvement sur une base de fonctions  $\eta$  bien choisies notamment harmoniques dans le domaine fluide tout entier  $\Omega$ . Pour simplifier on établit les formules des efforts s'appliquant sur un corps placé dans un courant constant et on s'affranchit du calcul du moment. Les fonctions  $\eta$  dépendent de la composante des efforts que l'on calcule. Leur détermination passe par la résolution des problèmes aux limites suivants

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\eta_x = \Delta\eta_y = 0, \\ \vec{\nabla}\eta_x \cdot \vec{n} = -\vec{x} \cdot \vec{n}, \\ \vec{\nabla}\eta_y \cdot \vec{n} = -\vec{y} \cdot \vec{n}, \\ (\vec{\nabla}\eta_x, \vec{\nabla}\eta_y) \rightarrow 0, \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{dans } \Omega, \\ \text{sur la surface du corps,} \\ \text{à l'infini,} \end{array} \quad (18)$$

En tenant compte des conditions aux limites sur le corps (condition adhérence du fluide) et au loin (pas de vorticité) on obtient l'expression des efforts

$$\frac{\vec{F}}{\rho} = -\nu \int_{corps} (\vec{n} \wedge \vec{\omega}) \cdot \left( \begin{array}{c} \vec{x} + \vec{\nabla}\eta_x \\ \vec{y} + \vec{\nabla}\eta_y \end{array} \right) dl - \int_{\Omega} (\vec{u} \wedge \vec{\omega}) \cdot \left( \begin{array}{c} \vec{\nabla}\eta_x \\ \vec{\nabla}\eta_y \end{array} \right) ds. \quad (19)$$



Comme rappelé par Protas *et al.* (2000), la représentation Lagrangienne de la vorticité (idéalement sous forme d'un nombre fini  $N_v$  de masses de Dirac correspondant chacune à un vortex discret) présente l'intérêt évident de transformer l'intégrale sur  $\Omega$  en

$$\int_{\Omega} (\vec{u} \wedge \vec{\omega}) \cdot \vec{\nabla} \eta \, ds = \sum_{k=1}^{N_v} \Gamma_k (u_x \eta_{,y} - u_y \eta_{,x}), \quad (20)$$

où ( $u_x, u_y$ ) sont les composantes cartésiennes de la vitesse calculée à l'endroit où se trouve le vortex numéro  $k$  transportant la circulation  $\Gamma_k$ . Dans le cas d'un courant instationnaire, le terme supplémentaire ferait apparaître un effort d'inertie ajoutée (déjà calculé plus haut). Dans le cas d'un corps décrit par une transformation conforme les fonctions ( $\eta_x, \eta_y$ ) sont parfaitement connues, elles s'interprètent comme le potentiel de perturbation d'un écoulement irrotationnel de fluide parfait. Sur la base des notations déjà faites, on obtient

$$\eta_x = -x + \Re \left[ J^\infty \zeta + \frac{\bar{J}^\infty}{\zeta} \right], \quad \eta_y = -y + \Im \left[ J^\infty \zeta - \frac{\bar{J}^\infty}{\zeta} \right], \quad (21)$$

dont on déduit les gradients. La composante de friction s'écrit sous forme complexe

$$F_{vc} = 2i\nu J^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\omega_1}{|J|^2} e^{i\theta} d\theta, \quad (22)$$

où  $\omega_1$  représente la vorticité pariétale dans le plan  $\zeta$ . On peut noter que cette expression est clairement différente de celle que l'on obtient directement par intégration de la friction

$$F_{frot} = i\nu \int_{\zeta} \frac{\omega(\zeta) e^{i\theta}}{\bar{J}(\zeta)}. \quad (23)$$

On note que si l'on réduit cet effort au cercle unité, les deux expressions diff rent d'un facteur 2. Quant à la composante tenant compte de la vorticité déjà évacuée dans le fluide, elle s'exprime comme

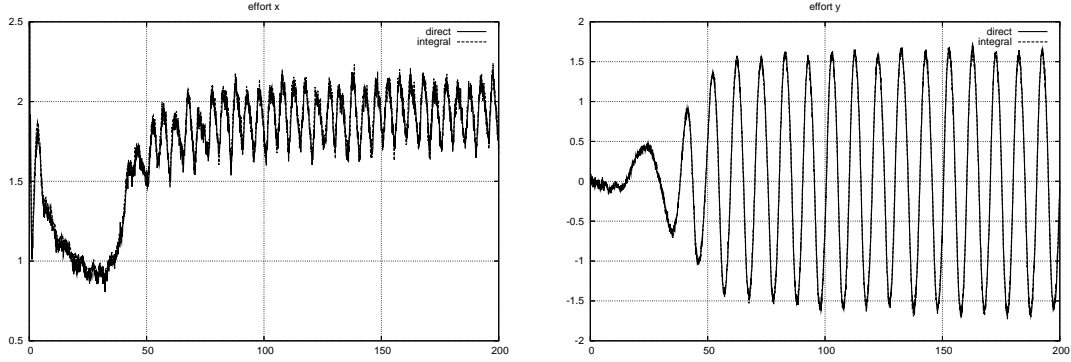
$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}_{ve} = \rho \sum_{k=1}^{N_v} \Gamma_k \begin{pmatrix} u_y(1 - \Re(B)) - u_x \Im(B) & \text{avec } B = \frac{1}{J} \left[ J^\infty - \frac{\bar{J}^\infty e^{-2i\theta}}{r^2} \right] \\ u_x(\Re(B) - 1) - u_y \Im(B) & \text{avec } B = \frac{1}{J} \left[ J^\infty + \frac{\bar{J}^\infty e^{-2i\theta}}{r^2} \right] \end{pmatrix}, \quad (24)$$

De futurs travaux pourront porter sur la généralisation de cette formulation au calcul du moment. Cela signifie que l'on doit résoudre le problème aux limites suivant

$$\begin{cases} \Delta \eta_z = 0, & \text{dans } \Omega, \\ \vec{\nabla} \eta_z \cdot \vec{n} = -\vec{n}(\vec{z} \wedge \vec{r}), & \text{sur la surface du corps,} \\ \vec{\nabla} \eta_z \rightarrow 0, & \text{à l'infini.} \end{cases} \quad (25)$$

Dans ce cas le calcul de  $\eta_z$  se complique mais il reste possible semi-analytiquement. En effet la fonction  $\eta_z$  présente la même symétrie cyclique que la section physique. On transforme alors chaque secteur en une plaque plane. Le problème aux limites (mixte Neumann-Dirichlet) pour  $\eta_z$  conduit à exprimer directement le gradient de  $\eta_z$  sous forme intégrale (voir Newman, 1979 ou Milne-Thomson, Art. 9.63, 19).

Pour illustrer les différentes formulations des efforts ( qs 17 d'une part et  qs 22,24 d'autre part), on trace, sur les figures suivantes, les séries temporelles des efforts en ligne et transverses pour une forme régulière munie de 9 ondulations d'amplitude  $a/R = 0.09$ .



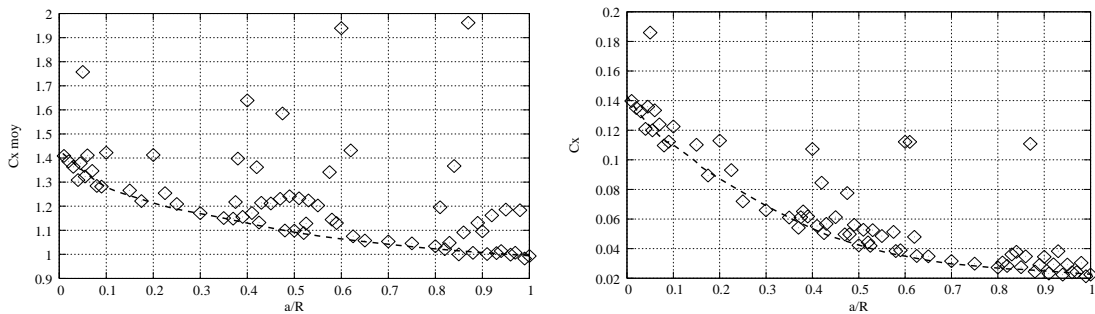
On sait que cette section ne nécessite aucun traitement du Jacobien. Comme on s’y attend la forme intégrale des efforts lisse les signaux temporels. Surtout on ne note aucune dérive susceptible de modifier le nombre de Strouhal. Les amplitudes et les pics sont également identiques. Pour une forme nécessitant un traitement du Jacobien, des écarts significatifs peuvent se produire. C’est là un point qu’il reste à éclaircir dans ce genre de formulation.

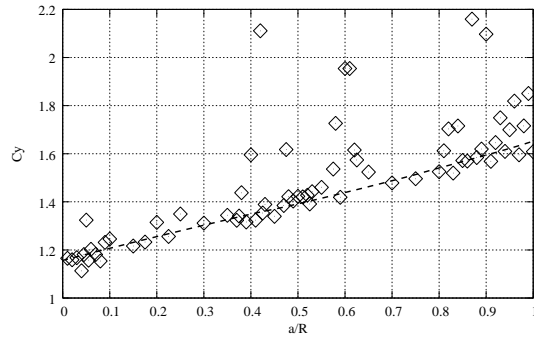
## 6 Quelques résultats illustratifs

Dans les développements qui suivent, on illustre la mise en œuvre du code Aquavic en examinant différentes configurations pour 2 et 3 strakes puis pour la forme ondulée. Les efforts sont calculés pour un écoulement uniforme. Il est prévu de compléter cette étude pour des écoulements oscillants. Les paramètres de discrétisation sont un pas de temps  $U\Delta t/R = 0.1$ , le domaine de calcul s’étend jusqu’à  $R_\infty/R = 200$ . Il y a 200 points de discrétisation dans la direction radiale avec une concentration exponentielle vers le contour du corps. Les FFT sont effectuées avec  $2^9$  modes. Un processus de coalescence des vortex se produit de manière intermittente tous les 5 pas de temps à partir d’une distance radiale  $R_{coa}/R = 5$ . Le paramètre de troncature est tel que  $\Re[J_{(\theta=2k\frac{\pi}{n})}] = \min_{\theta \in [2(k-1)\frac{\pi}{n}, 2k\frac{\pi}{n}]} \Re[J]$ .

### 6.1 Section à 2 strakes

Les 2 strakes sont orientés dans la direction de l’écoulement. On examine les efforts en ligne et transversaux. Des résultats obtenus on ne tirera que des tendances car on ne dispose pas de données expérimentales pour les valider. Les trois figures suivantes montrent les variations des efforts en fonctions de la longueur des strakes  $a/R$ . On trace successivement l’effort moyen en ligne ( $Cx_{moy}$ ), la composante fluctuante de cet effort en ligne ( $Cx_{flu}$ ) et l’effort transverse ( $Cy$ ):

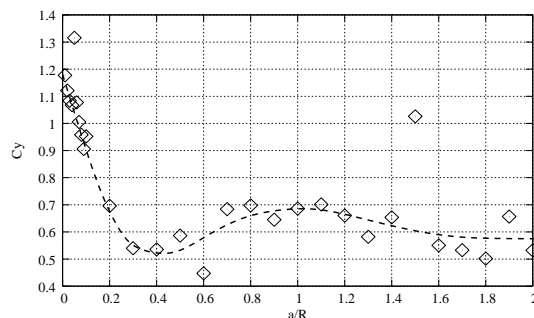
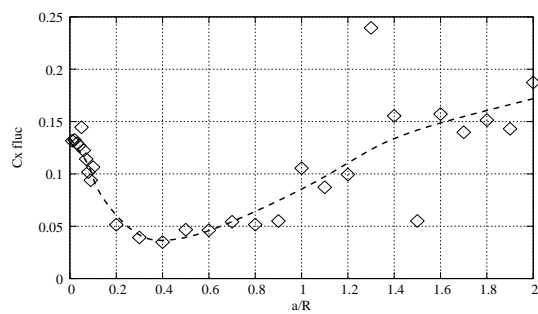
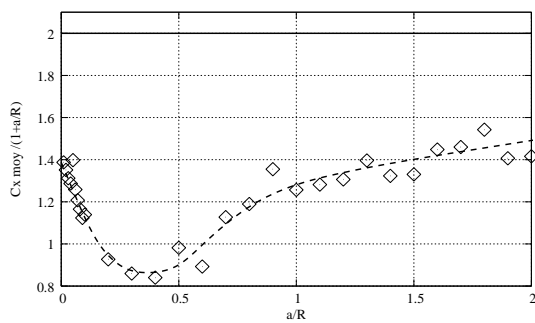




On note une forte dispersion des résultats. Il apparaît que pour certaines amplitudes de strakes (ici  $a/R \approx 0.5$  et 1), les efforts peuvent subir une amplification importante. Les premiers tests effectués montrent que ces caractéristiques persistent pour 1) un Reynolds plus important (ici  $Re = 500$ ): cela joue essentiellement sur le maillage au voisinage du corps, 2) un pas de temps plus fin: cela joue sur la vitesse de production de la circulation générée sur le corps, 3) un paramètre de traitement  $\delta$  différent. C'est là un point qu'il faut investir dans les travaux futurs.

On prend néanmoins le parti de déduire de ces résultats des courbes fournissant une variation plus régulière des efforts en fonction de la longueur des strakes. Ces courbes sont superposées aux nuages de points. Mais ces résultats sont-ils en accord avec l'idée que l'on se fait de la physique du phénomène? En particulier on note un accroissement de l'effort de portance avec  $a/R$  alors que l'on s'attend à ce que le strake "sous le vent" éloigne le détachement des structures tourbillonnaires sur le corps. Il faut donc examiner l'éventuelle augmentation de l'intensité des tourbillons émis. Par ailleurs les efforts en ligne (moyen et fluctuant) diminuent avec un accroissement de  $a/R$ . Cela reste conforme aux études faites sur les effets de "splitters" en vue de diminuer le détachement tourbillonnaire. Une recherche de la position instationnaire des points de séparation doit aider à mieux comprendre ces résultats.

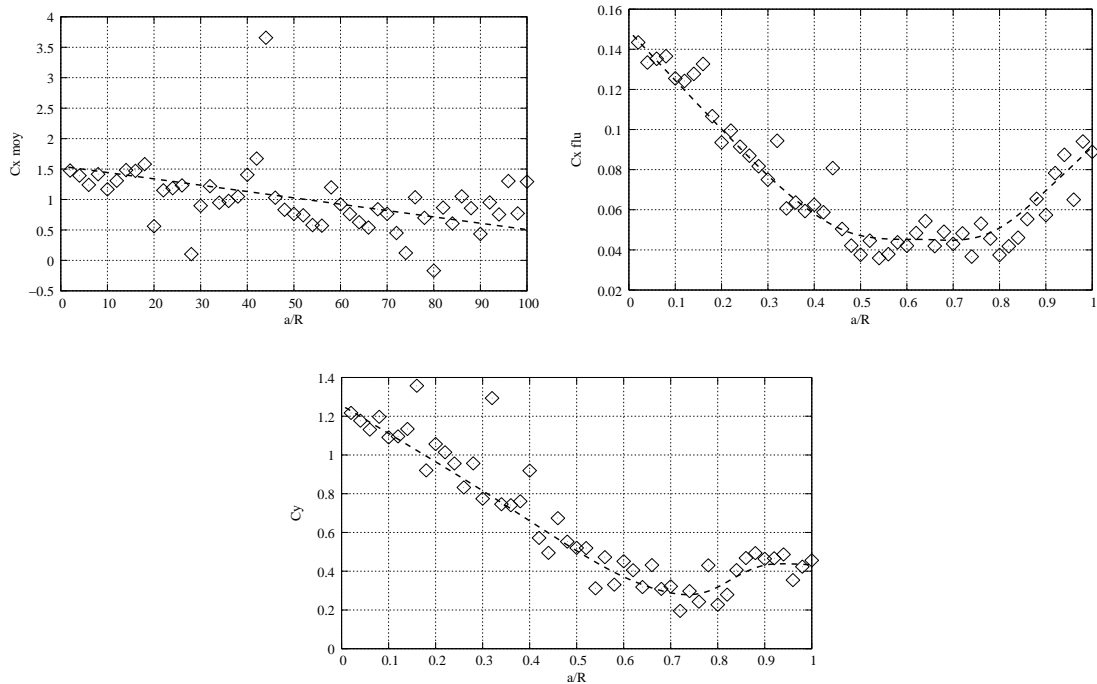
Si on considère un écoulement perpendiculaire aux strakes, les résultats se heurtent à une certaine intuition de la physique, ce que montrent les figures suivantes



Si l'importance des strakes tend à diminuer logiquement l'effort transverse ainsi que l'effet du détachement alterné sur les fluctuations de l'effort en ligne, par contre la diminution de l'effort en ligne moyen (la traînée) dans l'intervalle  $a/R \in [0, 0.5]$  est assez suspecte. Ce coefficient est obtenu à partir d'une échelle de longueur égale au diamètre du cylindre ( $2R$ ). En le divisant par l'allongement exact ( $2R+2a$ ), on peut faire des comparaisons avec le coefficient de traînée d'une plaque plane placée perpendiculairement à un écoulement uniforme. Parkinson (1974) relève un coefficient de 2. Il est possible qu'on y tende asymptotiquement pour de très grands allongements, mais en fait le fluide ne semble pas "ignorer" la surface cylindrique. C'est là encore un point à éclaircir.

## 6.2 Section à 3 strakes

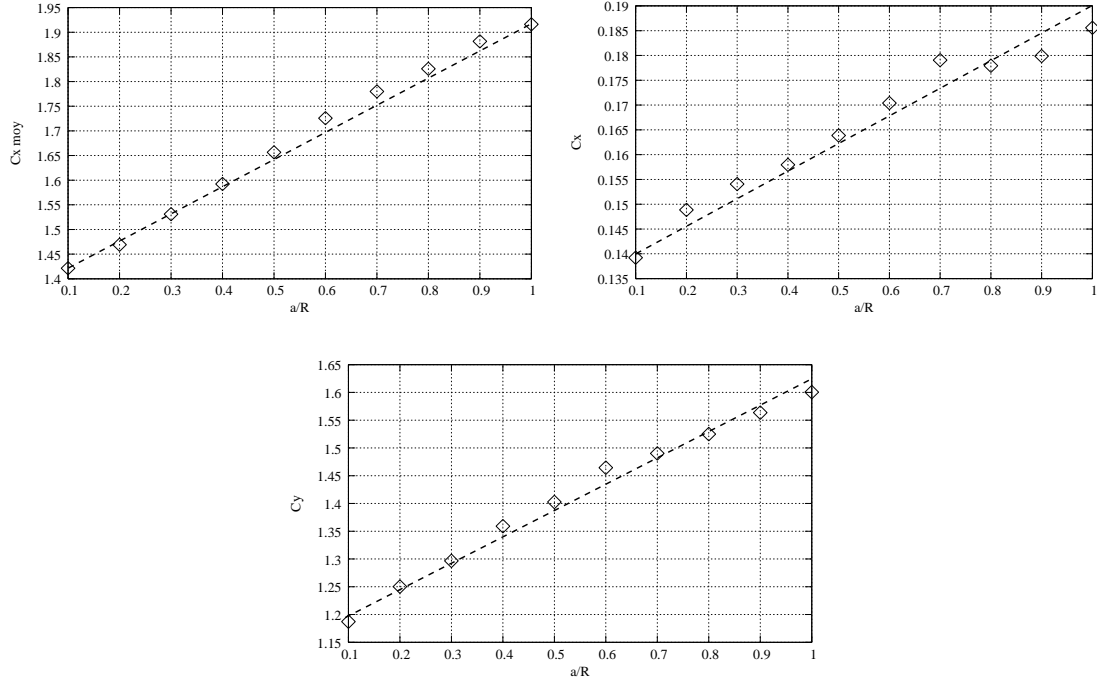
Trois strakes sont disposés sur le cylindre de telle façon que l'un d'eux est orienté dans la direction opposée à celle de l'écoulement. Dans ce cas les strakes "sous le vent" tendent à écarter le détachement tourbillonnaire et à "remplacer" les zones de recirculation communément appelées phénomènes  $\alpha$  et  $\beta$  (voir Bouard et Coutanceau, 1980)



On note ici la décroissance de l'effort transverse alors que  $a/R$  s'accroît. Une analyse spectrale indique une diminution de la fréquence du détachement tourbillonnaire avec un accroissement de  $a/R$  et un contenu spectral plus large pour  $a/R = 0.7$ . Cette variation non monotone (notamment de l'effort de portance) mérite une étude plus poussée.

## 6.3 Section à 9 ondulations

Concernant cette forme, la variation des efforts avec l'amplitude des ondulations est parfaitement monotone comme l'indiquent les figures suivantes



On peut d'ailleurs en déduire les formules approchées des coefficients d'efforts hydrodynamiques

$$C_{x,moy,9} \approx 0.58 \frac{a}{R} + 1.36, \quad C_{x,flu,9} \approx 0.057 \frac{a}{R} + 0.133, \quad C_{y,flu,9} \approx 0.48 \frac{a}{R} + 1.15 \quad (26)$$

Une étude systématique en fonction du nombre d'ondulations, de leur amplitude ainsi que du nombre de Reynolds doit permettre de tabuler complètement les efforts hydrodynamiques relatifs à cette forme.

## 7 Conclusion

De nombreuses objections peuvent être formulées quant à l'application du modèle Aquavic pour l'étude des sections munies de protubérances comme les strakes ou les ondulations. La première est clairement liée à l'hypothèse faite d'écoulement laminaire. Cette hypothèse peut être mise en défaut car on sait que les protubérances accélèrent très certainement la transition vers la turbulence.

La deuxième objection vient du traitement du Jacobien dont on ne cerne pas encore très bien les effets et, en absence de données expérimentales, il est difficile de se recalculer. De surcroît la forte dispersion des résultats pour la section munie de strakes méritera une attention particulière.

Une troisième objection tient évidemment à l'hypothèse d'écoulement bidimensionnel pour une extrapolation vers l'analyse de phénomènes typiquement tridimensionnels comme c'est le cas pour la configuration de type strakes.

Dans la limite restrictive d'utilisation de ce modèle on peut néanmoins produire quelques résultats. Les tendances échappent parfois à l'intuition physique. Cela justifie clairement la nécessité de procéder à des mesures expérimentales.

Outre sa capacité à fournir à faible coût des résultats quantitatifs sur les propriétés globales d'un écoulement (efforts, Strouhal,...) le code Aquavic est connu pour ses vertus

pédagogiques de visualisation d'écoulement. En effet traquer le mouvement de convection des vortex discrets suit le même principe que les techniques expérimentales de suivi Lagrangien de particules par le biais d'une tranche laser. Cela donne accès aux zones de recirculation ainsi qu'à la formation des structures tourbillonnaires dans le proche voisinage de l'obstacle. C'est là une des nombreuses directions à entreprendre pour mieux comprendre les phénomènes mis en évidence dans cette étude.

Sur la base de ces développements on peut envisager de traiter des écoulements oscillants. Les premiers tests cependant mettent en évidence quelques difficultés numériques notamment liées à une augmentation trop importante des vortex émis. La mise en œuvre d'une technique de coalescence de vortex est nécessaire.

En amont des applications faites, il est proposé ici une amélioration du calcul des efforts hydrodynamiques en écoulement de fluide visqueux pour des formes de section quelconque pourvu qu'elles soient "conformes-transformables". Cette première formulation appelle une généralisation notamment pour le calcul du moment.

## 8 Références

- [1] Bouard R. and Coutanceau M., 1980, The early stage of development of the wake behind an impulsively started cylinder for  $40 < Re < 10^4$ , J. Fluid Mech., Vol. 101, pp. 583–607.
- [2] Lavrentyev M. & Chabat B., 1977, Méthodes de la théorie des fonctions d'une variable complexe. Edition du MIR.
- [3] Milne-Thomson, L.M. 1960 Theoretical hydrodynamics 4<sup>th</sup> edition, Ed. McMillan & Co Ltd. 660pp.
- [4] Napolitano, M. & Quartapelle, L., 1983, Force and moment in incompressible flows, AIAA Journal, Vol. 21, pp. 991-913.
- [5] Newman JN, 1977, *Marine hydrodynamics*, MIT Press
- [6] Newman JN, 1979, Added moment of inertia of two-dimensional cylinders, J. of Ship Research, 23, pp 1–8.
- [7] Parkinson G.V., 1974, Mathematical models of flow-induced vibrations of bluff bodies, in Flow Induced Structural Vibrations (Naudasher E, Ed), Berlin Springer, pp 81–127.
- [8] Protas B., Styczek A. & Nowakowski A., 2000, An effective approach to computation of forces in viscous incompressible flows, J. of Comput. Physics, Vol. 159, 2, pp 231–245
- [9] Scolan Y.-M. & Faltinsen O. , 1994, Numerical studies of separated flow from bodies with sharp corners by the Vortex-In-Cell Method, Journal of Fluid and Structures, Vol. 8, pp 201–230.
- [10] Teman R., Navier-Stokes Equations, North Holland, Oxford, 1977.
- [11] Theodorsen, T. & Garrick, I. E., 1933, General Potential Theory of Arbitrary Wing Sections, NACA Rept. 452.
- [12] Warchawski, S.E., 1945, On Theodorsen's method of conformal mapping of nearly circular regions. Quart. of Appl. Math., Vol.3.