

10<sup>èmes</sup> JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

Nantes, 7, 8 et 9 mars 2005

**MODELISATION DES ECOULEMENTS SUPERCAVITANTS  
SUIVANT LE PRINCIPE DE LOGVINIVICH**

**MODELLING OF SUPERCAVITATING FLOWS USING THE  
LOGVINIVICH INDEPENDENCE PRINCIPLE**

**J.P. FRANC\*, C. PELLONE\*\***

\* [Jean-Pierre.Franc@hmg.inpg.fr](mailto:Jean-Pierre.Franc@hmg.inpg.fr) 04 76 82 50 35

\*\* [Christian.Pellone@hmg.inpg.fr](mailto:Christian.Pellone@hmg.inpg.fr) 04 76 82 50 39

Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels, UMR 5519 du CNRS  
B.P. 53 – 38041 Grenoble Cedex 09 – France

**Résumé**

Une modélisation simple des écoulements supercavitants bidimensionnels est proposée. Elle est basée sur le principe de LOGVINOVICH selon lequel chaque section de cavité se comporte indépendamment des voisines. La dynamique de chaque section est contrôlée par la différence entre la pression à l'intérieur de la cavité et la pression à l'infini. L'équation d'évolution de l'interface, semblable à l'équation de RAYLEIGH-PLESSET régissant l'évolution d'une bulle sphérique, prend essentiellement en compte un effet de masse ajoutée. En configuration stationnaire, les résultats du modèle sont en bon accord avec la solution de TULIN et celle obtenue à l'aide de la méthode des singularités. Plusieurs cas de calcul sont présentés en régime instationnaire pour une oscillation périodique du paramètre de cavitation. Ils mettent en évidence l'existence d'une fréquence seuil au-delà de laquelle un pincement de la cavité apparaît, conduisant à son fractionnement et ainsi au lâcher d'une structure de vapeur qui implose à l'aval.

**Summary**

A simple model for two-dimensional cavity flows is presented. It is based upon the Logvinovich independence principle. Each section of the cavity is assumed to behave independently of the neighboring ones. The equation of evolution of the cavity interface is derived. It mainly takes into account an added mass effect and is similar to the well-known Rayleigh-Plesset equation relative to spherical bubbles. The dynamics of the 2D cavity is controlled by the pressure difference between infinity and the cavity. For a steady supercavitating flow, the model proves to be in good agreement with Tulin's solution and that provided by the boundary element method. Several examples of supercavitating unsteady flows are given for an oscillating value of the cavitation parameter. They show the existence of a threshold frequency above which the cavity exhibits local pinching and the subsequent break-off and shedding of a large scale vapor structure which collapses downstream.

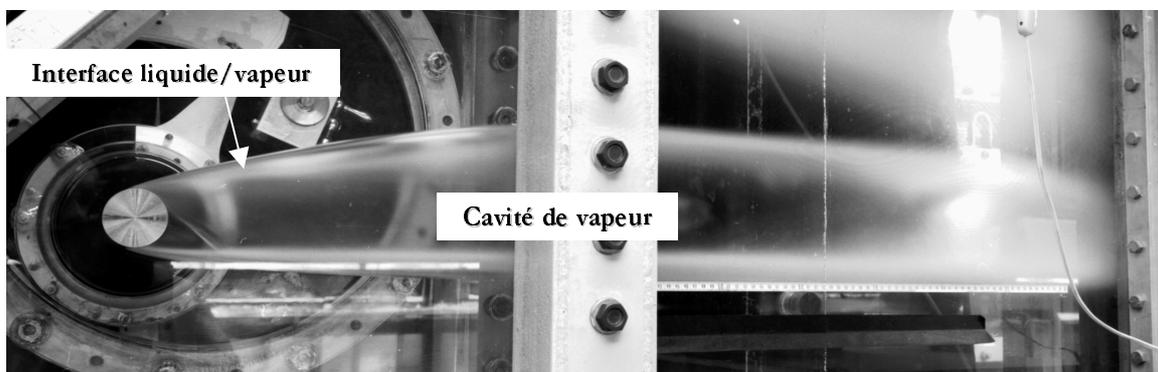
## I-INTRODUCTION

Les écoulements cavitants sont caractérisés par la coexistence de deux phases, une phase liquide majoritaire et une phase vapeur généralement localisée dans les zones de dépression. La phase vapeur peut avoir pour origine la vaporisation du liquide lorsqu'il transite dans des zones où la pression tombe en-dessous de la pression de vapeur saturante. Elle peut également être due à l'injection de gaz non condensables dans l'écoulement liquide comme c'est le cas pour les écoulements dits ventilés. Ces deux types d'écoulements supercavitants ont des caractéristiques globalement comparables, même si quelques différences de comportement peuvent être induites par la nature condensable ou non de la phase vapeur.

En supercavitation, la phase vapeur se rassemble sous la forme d'une poche dont la taille est habituellement bien supérieure à celle du cavitateur qui la génère. Dans la plus grande partie de l'écoulement, les deux phases sont séparées par une interface bien définie comme le montre la figure 1 qui présente une vue d'un écoulement supercavitant autour d'un cylindre dont l'axe est placé perpendiculairement à l'écoulement incident. D'un côté de l'interface, l'écoulement est purement liquide, alors que de l'autre, le taux de vide est égal à 1 et seule la phase vapeur est présente.

Les zones de mélange dans lesquelles les deux phases coexistent à petite échelle (par exemple sous la forme de petites bulles dispersées dans le liquide) ont une extension limitée le plus souvent au voisinage de la fermeture de la poche. Dans cette région, d'ailleurs fortement instationnaire, la vapeur est entraînée par l'écoulement liquide sous la forme de structures relativement petites qui sont arrachées à la poche.

De tels écoulements supercavitants sont rencontrés en particulier autour des torpilles supercavitantes à grande vitesse. La phase vapeur est alors composée d'un mélange de vapeur d'eau et de gaz non condensables utilisés pour la propulsion.



**Figure 1: Écoulement supercavitant autour d'un cylindre dans le tunnel hydrodynamique du LEGI.**

La dissymétrie entre les parties extrados et intrados de la cavité est due à la surface libre. Diamètre du cylindre 5 cm, hauteur de l'écoulement dans les conditions non perturbées 40 cm, vitesse de l'écoulement 12 m/s, nombre de cavitation 0,05.

Diverses techniques sont disponibles pour simuler les écoulements cavitants et en prévoir les principales caractéristiques. Outre les méthodes analytiques ou quasi-analytiques applicables à des configurations simples et souvent linéarisées (Franc & Michel 2004), la méthode des éléments aux frontières est particulièrement puissante et rapide en particulier en configuration stationnaire (Kinnas 1998). L'écoulement liquide, supposé potentiel, est calculé en répartissant des singularités sur les frontières (y compris sur la surface libre) et en ajustant leur intensité pour que les conditions aux limites (condition de glissement sur les parois et de pression constante sur la cavité) soient vérifiées. La forme de la cavité est obtenue à l'issue d'un processus itératif permettant d'assurer que la frontière de cavité est non seulement une ligne à pression constante mais également une ligne de courant.

D'autres méthodes basées sur la résolution des équations de Navier-Stokes sont disponibles pour simuler la cavitation. Elles présentent l'avantage de permettre des simulations instationnaires mais sont généralement très consommatrices de temps calcul.

Diéval et al. (2000) ont résolu les équations de Navier-Stokes pour l'écoulement liquide seul. Le calcul est initialisé en régime non cavitant. Au cours de la simulation, dès qu'une cellule présente une pression inférieure à la pression de vapeur saturante, elle est instantanément remplie de vapeur et l'interface ainsi formée est suivie au cours du temps par une méthode de type fraction de volume fluide (VOF).

D'autres techniques sont basées sur le modèle diphasique homogène pour lequel on suppose un mélange intime de la phase liquide et de la phase vapeur. Le taux de vide qui mesure la proportion de vapeur dans le mélange constitue une inconnue supplémentaire. Pour fermer le problème, il est nécessaire d'introduire une équation d'état du mélange liquide / vapeur ou un modèle de cavitation permettant de décrire la cinétique de changement de phase (voir par exemple Tsujimoto 2003, Kubota et al. 1992).

Dans cet article, on propose un modèle différent basé sur le principe d'indépendance de Logvinovich. Ce principe a été largement utilisé en Russie et en Ukraine pour la modélisation des écoulements supercavitants axisymétriques (Logvinovich 1969, Logvinovich & Serebryakov 1975, Semenenko 2001, Vasin 2001, voir aussi Franc & Michel 2004).

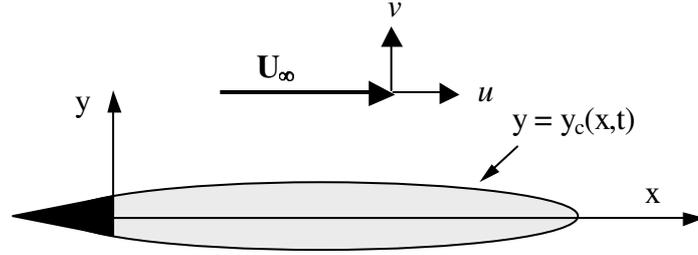
Le principe d'indépendance de Logvinovich suppose que chaque section transversale de cavité évolue indépendamment des voisines et que son évolution est régie principalement par la différence de pression entre la cavité et la pression à l'infini ou en d'autres termes par le nombre de cavitation  $\sigma$  (cf. Eq. (6) pour la définition de  $\sigma$ ). En comparaison avec les techniques basées sur la résolution des équations de Navier-Stokes, un des principaux avantages de cette technique est sa simplicité et sa rapidité de mise en oeuvre, en particulier pour les écoulements cavitants instationnaires, puisqu'elle se limite à la résolution d'une simple équation différentielle analogue à l'équation de Rayleigh-Plesset.

Les effets visqueux ne sont pas pris en compte, ce qui n'est généralement pas une limitation sérieuse pour les écoulements supercavitants puisqu'ils sont principalement régis par l'inertie. Le modèle présenté ici nécessite aussi que l'élanement de la cavité soit suffisamment petit. Cela est généralement vrai pour la supercavitation puisque la longueur de cavité augmente plus rapidement que son épaisseur quand le nombre de cavitation décroît (cf. Eq. (10)).

Pour ce type d'approche et dans des configurations axisymétriques, une singularité logarithmique apparaît classiquement quand la distance radiale à l'axe tend vers l'infini. Il est alors nécessaire de limiter artificiellement le domaine de calcul à un rayon maximum. Dans le cas bidimensionnel, on s'attend à ce que cette singularité soit plus forte et une procédure spéciale, présentée ici, doit être développée pour surmonter la difficulté.

## **II-EQUATION D'EVOLUTION DE L'INTERFACE DE LA CAVITE**

On considère l'écoulement autour d'un cavitateur bidimensionnel et de sa cavité dans un milieu liquide infini comme le montre le schéma de la figure 2. Pour simplifier, la configuration est supposée symétrique par rapport au plan  $y = 0$ . L'approximation du corps élané consiste à supposer que la vitesse est partout peu différente de la vitesse à l'infini  $U_\infty$ . En d'autres termes, les deux composantes  $u$  et  $v$  de la vitesse de l'écoulement représentées sur la figure 2 sont supposées petites devant  $U_\infty$ .



**Figure 2: Vue schématique d'un écoulement cavitant et notations générales.**

La composante  $v$  de la vitesse sur l'interface de la cavité (notée  $v_c$ ) est déduite de la condition cinématique sur l'interface. Cette condition traduit le fait qu'une particule fluide située sur l'interface à un instant donné  $y$  demeure à tout instant ultérieur jusqu'à ce qu'elle atteigne la zone de fermeture où elle se sépare définitivement de la cavité. La composante transversale  $v_c$  de la vitesse sur la cavité est donnée par:

$$v_c = \frac{\partial y_c}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial y_c}{\partial x} \quad (1)$$

où  $y = y_c(x,t)$  est l'équation de l'interface de cavité au temps  $t$ .

En outre, la composante  $v$  s'annule à l'infini puisque l'écoulement  $y$  est uniforme. Elle diminue donc lorsqu'on s'éloigne de la cavité. Pour une bulle sphérique, la vitesse radiale se comporte en  $1/r^2$ . Dans le cas axisymétrique, l'équation de continuité montre qu'elle décroît comme  $1/r$  <sup>(1)</sup>. Par intégration, une singularité logarithmique apparaît donc pour la pression.

Dans le cas bidimensionnel qui nous intéresse ici, nous supposons que la composante  $v$  se comporte en  $1/y^n$ ,  $n$  étant un exposant donné et  $y$  désignant la distance au plan de symétrie. On montrera plus loin que l'exposant  $n$  dépend du nombre de cavitation  $\sigma$  et tend vers 1 quand  $\sigma$  tend vers 0 c'est-à-dire dans le cas limite d'une supercavité infiniment longue. On supposera cependant que l'exposant  $n$  est toujours strictement supérieur à 1 de sorte qu'aucun comportement singulier n'apparaisse. La composante  $v$  est donc finalement donnée par:

$$v(x, y, t) = v_c \left[ \frac{y_c}{y} \right]^n = \left[ \frac{\partial y_c}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial y_c}{\partial x} \right] \left[ \frac{y_c}{y} \right]^n \quad (2)$$

Dans l'approximation du corps élancé et pour un fluide non visqueux, le bilan de quantité de mouvement suivant la direction transversale  $y$  s'écrit:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

où  $p$  est la pression,  $\rho$  la masse volumique du liquide et  $d/dt$  la dérivée particulière donnée classiquement par:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \quad (4)$$

L'équation d'évolution de l'interface est obtenue en introduisant l'expression (2) de la composante  $v$  dans le bilan de quantité de mouvement (3) et en intégrant de l'interface  $y_c$  (où la pression est égale à la pression de cavité  $p_c$ ) jusqu'à l'infini (où  $p$  est dénoté  $p_\infty$ ). Tous calculs faits, on obtient l'équation suivante:

$$\boxed{y_c \frac{d^2 y_c}{dt^2} + n \left( \frac{dy_c}{dt} \right)^2 = -(n-1) U_\infty^2 \frac{\sigma}{2}} \quad (5)$$

Dans cette équation  $\sigma$  est le nombre de cavitation défini classiquement par:

<sup>1</sup>  $r$  est la distance au centre de la bulle dans le cas sphérique ou à l'axe de la cavité dans le cas axisymétrique

$$\sigma = \frac{p_{\infty} - p_c}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2} \quad (6)$$

L'équation (5) est semblable à l'équation de Rayleigh-Plesset qui permet le calcul de l'évolution au cours du temps d'une bulle sphérique soumise à une différence de pression donnée  $p_{\infty} - p_c$ . Le premier membre de l'équation de Rayleigh-Plesset est effectivement identique à celui de l'équation (5) dans le cas où  $n$  est égal à  $3/2$ .

Cette équation suggère de suivre chaque section transversale de la cavité d'une manière lagrangienne. Au cours de son mouvement vers l'aval à la vitesse  $U_{\infty}$ , l'évolution temporelle de la section est régie par l'équation (5). Des conditions initiales doivent être spécifiées au moment du lâcher de la section transversale par le cavitateur. Elles concernent la taille initiale de la section transversale  $y_c$  et sa dérivée initiale  $dy_c/dt$  qui sont reliées respectivement à la taille du cavitateur et à la pente de la paroi au point de détachement de cavité.

L'équation (5) exprime le principe de Logvinovich selon lequel l'évolution temporelle d'une section transversale donnée de la cavité est indépendante de ses voisines. L'effet principal qui est pris en compte dans l'équation (5) est un effet de masse ajoutée lié à l'inertie du liquide environnant.

### III-VALIDATION DANS LE CAS STATIONNAIRE

À cette étape, l'exposant  $n$  est toujours inconnu. Afin de le déterminer, le cas stationnaire est examiné. La forme de la cavité est donnée par la version stationnaire de l'équation (5):

$$\frac{d^2(y_c^2)}{dx^2} = -(n-1) \sigma \quad (7)$$

Cette équation a été obtenue en supposant que l'exposant  $n$  est très voisin de 1 et qu'il peut donc être assimilé à 1 dans le premier membre de l'équation (5). Par contre,  $n$  est conservé dans le second membre où il apparaît sous la forme de son écart à l'unité. On vérifie plus loin que cette hypothèse est effectivement satisfaisante. Cette équation donne pour la forme de l'interface de cavité la solution elliptique suivante:

$$\frac{y_c^2}{(n-1) \frac{\sigma \ell^2}{2 \cdot 4}} + \frac{\left(x - \frac{\ell}{2}\right)^2}{\frac{\ell^2}{4}} = 1 \quad (8)$$

où  $\ell$  est la longueur de cavité. Cette solution est telle que l'épaisseur de cavité est nulle aux extrémités  $x = 0$  et  $x = \ell$ . L'élancement de la cavité est:

$$\delta = \sqrt{(n-1) \frac{\sigma}{2}} \quad (9)$$

Afin de déterminer  $n$ , cette solution est comparée à la solution classique obtenue par Tulin (1953) dans le cas de l'écoulement cavitant autour d'un coin symétrique en milieu infini (voir aussi Franc & Michel 2004). D'après la solution linéarisée de Tulin, la cavité est également elliptique et son élancement est donné par:

$$\delta = \frac{\sigma/2}{1 + \sigma/2} \quad (10)$$

L'identification de (9) et (10) permet la détermination de l'exposant  $n$ :

$$n = 1 + \frac{\sigma/2}{(1 + \sigma/2)^2} \quad (11)$$

L'exposant  $n$  apparaît alors toujours supérieur à 1 et tend vers 1 lorsque  $\sigma$  tend vers 0, comme nous l'avions supposé à priori. En conclusion, l'équation d'évolution de la cavité stationnaire est:

$$\frac{d^2(y_c^2)}{dx^2} = -2 \left[ \frac{\sigma/2}{1 + \sigma/2} \right]^2 \quad (12)$$

Sur la figure 3, la solution de l'équation (12) en terme d'évolution de la longueur de cavité en fonction du nombre de cavitation est comparée d'une part à la solution de Tulin et d'autre part à un calcul par la méthode des éléments aux frontières dans le cas particulier d'un coin symétrique à incidence nulle.

Pour le calcul numérique par la méthode des éléments aux frontières un modèle à cavité ouverte et à nombre de cavitation fixé a été réalisé. Ce modèle est développée dans le cadre de l'écoulement potentiel incompressible en milieu infini, ce qui revient à résoudre une équation de Laplace, pour le potentiel des vitesses, dans le domaine fluide.

Les conditions aux limites sont une condition de glissement sur le coin et une condition de pression constante sur la cavité. Dans le cas stationnaire, les frontières extrados et intrados formant l'enveloppe de la cavité doivent donc être des lignes de courant à pression constante, ce qui se traduit par une condition de vitesse tangentielle constante. Le point d'intersection de ces deux lignes (point théorique de fermeture de la cavité) devrait donc être à la fois un point d'arrêt et un point où les vitesses tangentielles de part et d'autre à l'extrados et à l'intrados sont égales et non nulles. Cette incompatibilité vient du fait que, dans la réalité, la zone de fermeture de la cavité est une zone instationnaire et diphasique où il a des échanges de masse entre la vapeur et l'eau. En particulier, la vapeur née par évaporation de l'eau au voisinage des bords de fuite du coin, se condense à nouveau dans la zone de fermeture de la cavité, générant un débit de fuite. Afin de prendre en compte, de façon très approximative ce phénomène, on fait l'hypothèse que, dans cette zone, ce débit est localisé sur une ouverture de largeur donnée. Le contour devenant ainsi ouvert, la conservation du débit est assurée en introduisant un puits ponctuel placé à l'intérieur de la cavité plus ou moins proche de l'ouverture.

La répartition des éléments inconnus sur les frontières consistent en une distribution de sources et de tourbillons. Sur les frontières de la cavités on assure la continuité de la vitesse tangentielle, ce qui élimine la distribution de tourbillons sur celle-ci. D'autre part, la distribution de sources étant mal adaptée pour imposer une vitesse tangentielle; on prend la distribution équivalente en double couche, à savoir des doublets tangentiels sur la cavité. De fait, les inconnues du problème sont une distribution de sources et de tourbillons sur le coin, une distribution de doublets tangentiels sur la cavité et le puits.

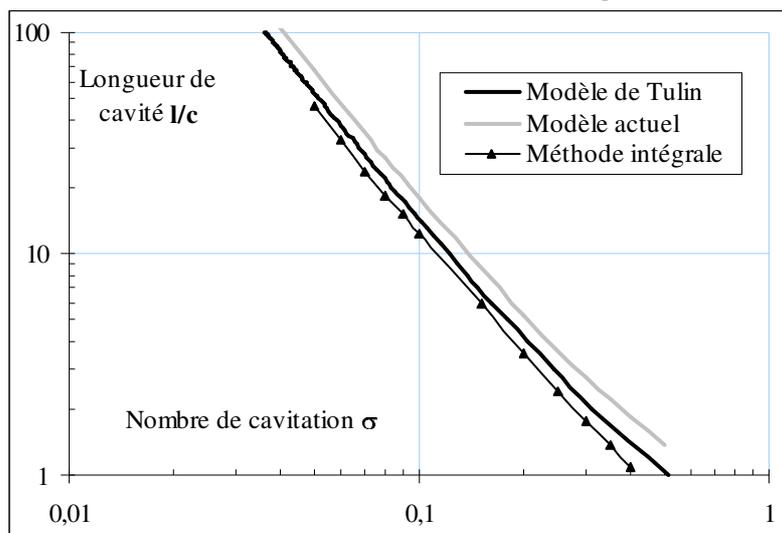
Par rapport aux conditions aux limites, les inconnues sont donc en surnombre (tourbillons sur le coin et puits). Il est bien connu en méthode des éléments aux frontières que la solution n'est pas unique lorsqu'on emploie à la fois des simple et double couches. On choisit alors la distribution de tourbillons proportionnelle à une fonction connue de l'abscisse curviligne. Cette fonction peut être arbitraire mais choisie de façon à ce que la distribution de tourbillons soit nulle au bord d'attaque (non contournement) et maximale au bord de fuite du coin. Dans ce cas les inconnues sont les distributions de sources sur le corps et de doublets tangentiels sur la cavité, plus le puits et le coefficient de proportionnalité. En plus des conditions aux limites indiquées, on introduit, pour fermer le problème, deux conditions supplémentaires, à savoir une condition de sortie tangentielle aux deux bords de fuite extrados et intrados du coin.

Remarquons que cette résolution présuppose une forme de cavité ce qui implique qu'elle ne peut être obtenue qu'à l'aide d'une procédure itérative. Supposant cette forme connue à une itération donnée, le problème est résolu comme indiqué ci-dessus, ce qui nous permet d'avoir le champ de vitesse partout et en particulier sur les frontières de la cavité. Si ce

champ n'est pas tangent à la cavité on déforme celle-ci de façon à ce qu'elle devienne une ligne de courant. La méthode de déformation se fait, dans cette étude, à abscisse curviligne constante et suivant les normales. A chaque itération, la méthode développée permet d'obtenir le point d'intersection des frontières extrados et intrados de la cavité. A partir de ce point la cavité est tronquée de façon à respecter la largeur d'ouverture imposée au départ. La cavité est initialisée simplement, à l'extrados et à l'intrados, par deux segments parallèles à la vitesse à l'infini amont, ces segments devant être assez longs pour assurer une longueur de cavité finale calculée inférieure à leurs longueurs. La figure 4 présente plusieurs formes de cavité obtenues pour des nombres de cavitation variant de 0,1 à 0,4. Il est évident que le modèle de fermeture a d'autant plus d'influence sur les résultats que la longueur de cavité est petite.

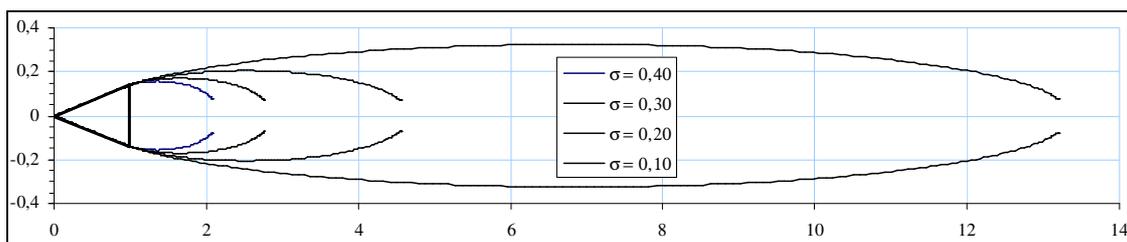
Les solutions données par les trois méthodes sont en bon accord entre elles (figure 3). La méthode des singularités semble minimiser la longueur de cavité, ce qui est cohérent avec le modèle ouvert qu'elle utilise. Les différences systématiques qui sont observées entre les trois modèles ne sont pas essentielles puisqu'il est bien connu que, d'un point de vue expérimental, la fermeture de cavité est affectée par de fortes fluctuations dues au caractère localement instationnaire de l'écoulement et que la longueur de cavité n'est donc pas très précisément définie dans la pratique. Le bon accord constaté avec les résultats du calcul par la méthode des éléments aux frontières tend à valider la version stationnaire du modèle développé ici.

Notons que si l'on prend pour  $n$  la valeur exacte donnée par l'équation (11) à la place de l'unité dans le premier membre de l'équation (12), aucune différence significative n'est observée pour la gamme des nombres de cavitation considérés dans la figure 3.



**Figure 3: Comparaison du modèle actuel avec le modèle de Tulin et la méthode intégrale aux frontières pour l'évolution de la longueur de cavité en fonction du nombre de cavitation.**

Cas d'un coin symétrique de longueur de corde  $c$  et de demi-angle au sommet  $8^\circ$  en milieu infini. La longueur de cavité est adimensionnée par la longueur de corde du coin.



**Figure 4: Formes des poches obtenues dans le cas de la méthode des éléments aux frontières.**

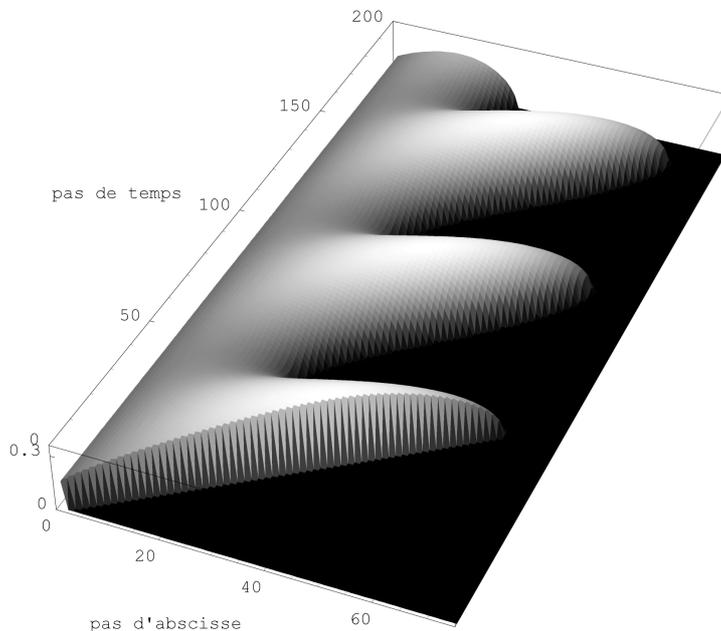
Le rapport d'échelles entre l'axe des ordonnées et des abscisses est d'environ de 3.

**IV APPLICATION A DES REGIMES INSTATIONNAIRES**

Dans les cas instationnaires, l'évolution temporelle de la cavité est toujours régie par l'équation (5). Le principe de simulation d'une cavité instationnaire est alors le suivant. À chaque pas de temps, une nouvelle section de cavité est lâché par le cavitateur. Chaque tranche subit une advection vers l'aval au cours de laquelle sa section évolue conformément à l'équation (5). À chaque pas de temps, la cavité entière peut être reconstruite par empilement des différentes tranches de cavité lâchées aux précédents pas de temps.

L'instationnarité peut avoir plusieurs origines. Elle peut être due à des variations de pression et donc du nombre de cavitation dans l'équation (5). Elle peut également avoir pour origine le mouvement du cavitateur lui-même ou la déformation de ses parois à nombre de cavitation constant. Dans ce cas, le comportement instationnaire de la cavité ne provient pas de l'équation (5) elle-même mais des conditions initiales, c'est-à-dire relatives à l'instant du lâcher de chaque section transversale, qui sont dépendantes du temps. L'instationnarité peut aussi être due à des oscillations de pression à l'intérieur de la cavité, comme on l'observe pour les supercavités pulsantes ventilées. Le présent modèle est a priori capable de rendre compte de ces diverses sources d'instationnarité.

Une difficulté apparaît quant à la détermination de l'exposant  $n$  dans le cas instationnaire. Dans le cas stationnaire, on a montré que  $n$  est une fonction du nombre de cavitation. Il semble alors raisonnable d'utiliser la même détermination de  $n$  (équation (11)) pour le cas instationnaire. Ce choix n'est cependant pas entièrement justifié et nécessiterait d'être validé par comparaison avec des résultats expérimentaux ou d'autres simulations instationnaires.

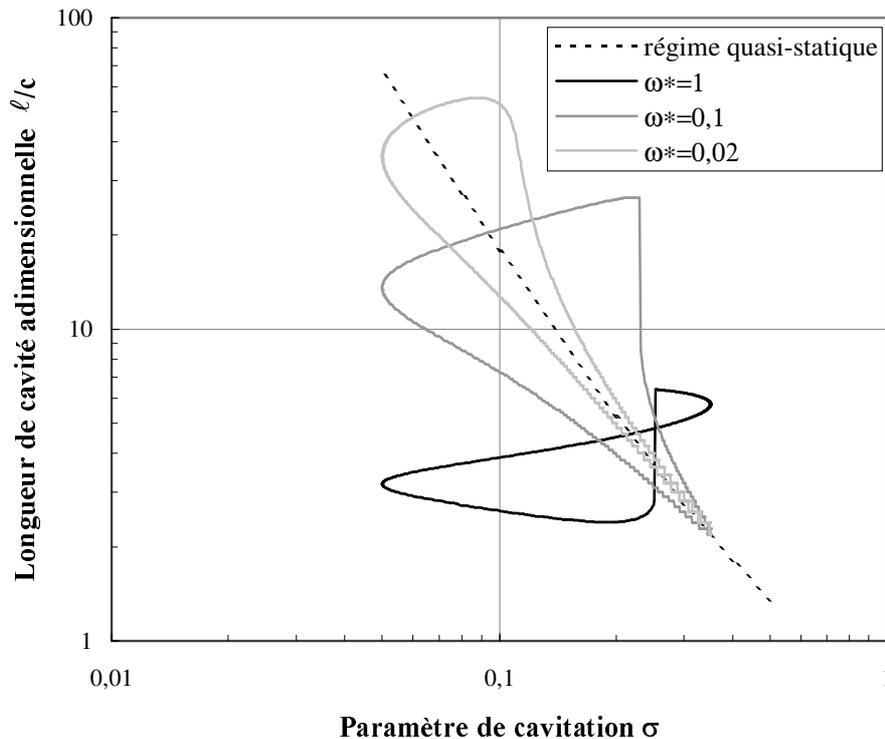


**Figure 5: Comportement instationnaire de la cavité derrière un coin symétrique dans le cas d'oscillations sinusoïdales du nombre de cavitation  $\sigma$  donnée par la relation  $\sigma = 0,2 - 0,15 \sin(t)$  en fonction du temps  $t$ .**

La pulsation adimensionnelle  $\omega$  vaut donc ici 1 (longueur de corde  $c = 1$ , demi-angle au sommet  $8^\circ$ , pas de temps  $\Delta t = 0,1$ , vitesse de l'écoulement  $U_\infty = 1$ , pas d'abscisse  $\Delta x = \Delta t U_\infty = 0,1$ ). L'origine des abscisses correspond à la base du coin à laquelle la cavité est attachée.

Un exemple de solution est donné en figure 5 pour un nombre de cavitation oscillant dans le cas du coin symétrique déjà considéré pour la figure 3. Il s'agit d'un diagramme de type espace / temps présentant l'évolution au cours du temps de la forme de l'interface. La partie linéaire en bas de la figure correspond à l'étape initiale et plus précisément à l'advection de la toute première section transversale de cavité lâchée au premier pas de temps. Une fois cette phase de démarrage passée, la longueur de cavité tend à varier périodiquement. Pour la valeur de la pulsation  $\omega = 1$  considérée ici, il apparaît que les oscillations de la longueur de cavité sont loin d'être périodiques. Des effets instationnaires importants se manifestent donc à cette fréquence.

Les effets instationnaires sont particulièrement visibles sur le diagramme  $\ell(\sigma)$  représentant la longueur de cavité en fonction du paramètre de cavitation et donné en figure 6. Outre la courbe correspondant au régime quasi-statique déjà présentée à la figure 3, les résultats correspondants à trois valeurs différentes de la pulsation ( $\omega = 0,02 - 0,1$  et  $1$ ) y sont présentés. Dans ce diagramme, le point représentatif de la longueur de cavité décrit un cycle grossièrement centré sur la réponse stationnaire. Le cycle est d'autant plus épais que la fréquence est plus grande, ce qui témoigne de l'augmentation des effets instationnaires avec la fréquence.



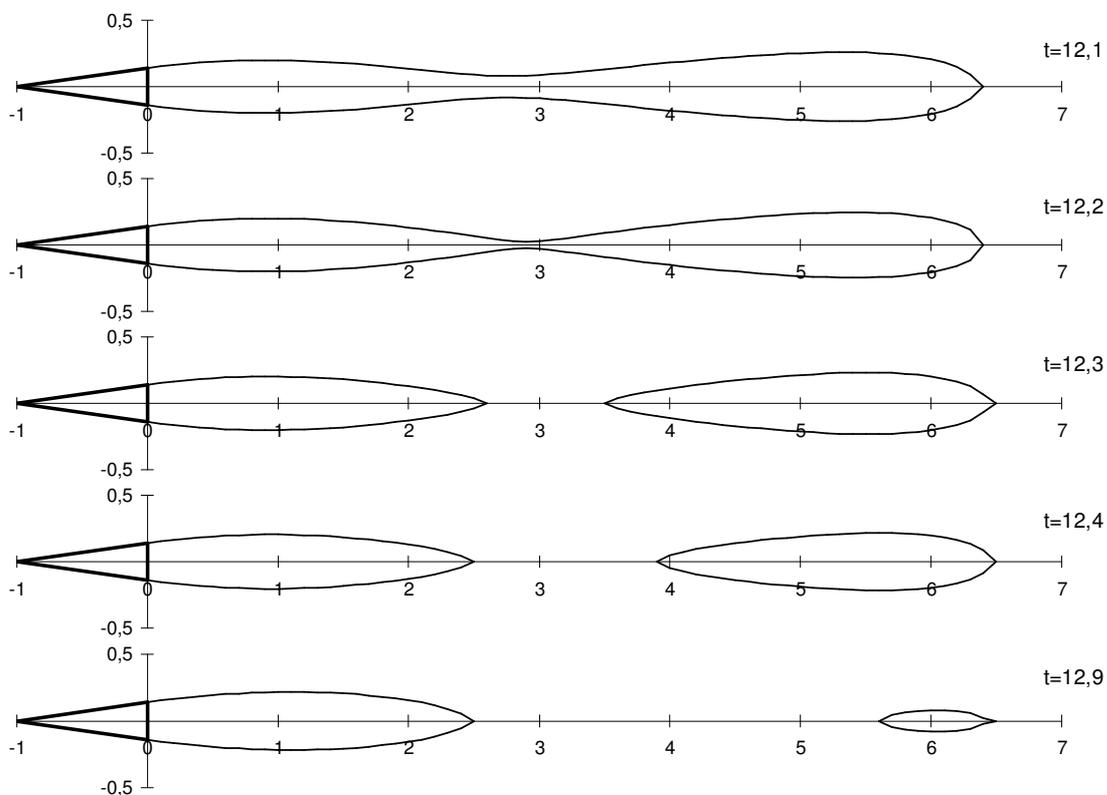
**Figure 6: Cycles limites décrits par la longueur de cavité en fonction du paramètre de cavitation pour diverses pulsations d'oscillations, les variations du paramètre de cavitation étant décrites par la relation suivante  $\sigma = 0,2 - 0,15 \sin(\omega t)$ .**

Les cycles sont décrits dans le sens horaire. (Tous les autres paramètres sont identiques à ceux indiqués dans la légende de la figure 5).

L'importance des effets instationnaires dépend de l'ordre de grandeur de la période de pulsation par rapport au temps caractéristique de l'écoulement. Ce temps caractéristique peut être estimé sur la base du temps de transit d'une particule sur la longueur  $\ell$  de la cavité, soit  $\ell / U_\infty$ . En prenant  $\ell \approx 6$  comme ordre de grandeur moyen de la longueur de cavité pour le cas présent, le temps de transit le long de la cavité est voisin de 6, alors que les périodes

considérées  $2\pi/\omega$  sont respectivement de l'ordre de 6, 60 et 300 pour  $\omega = 1 - 0,1$  et  $0,02$ . Pour que les effets instationnaires restent secondaires et que le régime puisse être considéré comme quasi-statique, il faut que la période d'oscillation soit sensiblement plus grande que le temps de transit ce qui donne la condition suivante  $2\pi/\omega \gg \ell/U_\infty$ . Cette condition équivaut à la condition suivante sur le nombre de Strouhal  $\omega\ell/2\pi U_\infty \ll 1$ .

Pour les deux plus grandes valeurs de la fréquence, on peut observer sur la figure 6 un saut au cours de la phase de diminution de la longueur de cavité traduisant un raccourcissement brutal de la cavité. Cette discontinuité dans la variation de la longueur de cavité correspond au pincement de la cavité qui aboutit à sa rupture et au lâcher d'une fraction de la poche qui implose plus à l'aval. Ce mécanisme est illustré sur la figure 7. Il ne se produit qu'au delà d'une certaine fréquence critique. En deçà, la longueur de cavité varie beaucoup plus régulièrement au cours du cycle d'oscillation et aucun fractionnement n'est observé.



**Figure 7: Evolution de la forme de la poche au voisinage de l'instant de pincement et de lâcher d'une structure de vapeur.**

Mêmes conditions que que figure 5, en particulier  $\omega = 1$ .

## V-CONCLUSION

La technique de modélisation des écoulements supercavitants présentée ici est basée sur le principe d'indépendance de Logvinovich. La cavité est assimilée à un empilement de sections, chacune étant advectée à la vitesse moyenne de l'écoulement et évoluant indépendamment des voisines sous l'influence de la différence de pression existant entre l'intérieur de la cavité et l'infini. Ce type de modélisation a été largement utilisé pour simuler les écoulements supercavitants axisymétriques (Logvinovich 1969, Logvinovich et Serebryakov 1975, Semenko 2001...).

Selon cette approche, la vitesse radiale décroît en  $1/r$  en axisymétrique, ce qui induit une singularité logarithmique pour la pression à l'infini et nécessite de limiter artificiellement le

domaine d'intégration à un rayon maximal fini. En configuration bidimensionnelle, cette difficulté, inexistante en 3D, est aggravée. On montre ici qu'elle peut être contournée.

Pour cela, on suppose que la vitesse transversale décroît comme une fonction puissance  $1/y^n$  de la distance transversale  $y$ . L'exposant  $n$  est déterminé par comparaison avec le cas stationnaire pour lequel on dispose de solutions de référence (Tulin, 1953). Cet exposant  $n$ , donné en fonction du paramètre de cavitation par la relation 11, est d'autant plus proche de 1 que  $\sigma$  est petit.

Moyennant cette hypothèse, on obtient, comme dans le cas axisymétrique, une équation d'évolution de la section de cavité tout à fait comparable à l'équation de Rayleigh-Plesset et applicable aux cas bidimensionnels. Les variations de la longueur de cavité  $\ell$  avec le paramètre de cavitation  $\sigma$  données par cette équation ont été comparées à celles obtenues par la méthode des éléments aux frontières. On montre qu'il y a un bon accord en ce qui concerne la loi  $\ell(\sigma)$ , ce qui tend à valider la version stationnaire de cette nouvelle approche.

L'intérêt de la méthode présentée ici est sa facilité de mise en œuvre dans les cas instationnaires. A titre d'exemple, la technique est appliquée au cas d'une variation périodique de pression à l'infini. On montre que les effets instationnaires sont d'autant plus importants que la fréquence d'oscillation du paramètre de cavitation est plus importante. Les effets instationnaires sont particulièrement visibles dans le diagramme  $\ell(\sigma)$  où le point représentatif de la longueur de cavité décrit un cycle limite d'autant plus épais que la fréquence est élevée.

On met enfin en évidence l'existence d'une fréquence critique au delà de laquelle un pincement de la cavité se produit. Ce pincement conduit à la rupture de la cavité et au lâcher d'une fraction de la poche qui implose plus à l'aval. La présente approche est ainsi capable de rendre compte de l'effet de fractionnement de la cavité observé expérimentalement.

Bien que les résultats fournis par cette simulation en instationnaire apparaissent réalistes, l'approche n'a pour l'instant été validée qu'en stationnaire. Il conviendrait en particulier d'analyser si la loi de variation de l'exposant  $n$  en fonction du paramètre de cavitation qui décrit comment la vitesse transversale décroît avec la distance à la cavité et qui a été obtenue sur la base d'une approche stationnaire reste applicable en non permanent.

## **REFERENCES**

Diéval, L. Pellone, C. Franc J.P. & Arnaud M. (2000) "Une technique de suivi d'interfaces pour la modélisation de la cavitation par poche" C. R. Acad. Sci. Paris, Série II b 328 (2000) 809-812

Franc J.P. & Michel J.M. (2004) "Fundamentals of Cavitation" Kluwer

Kinnas S.A. (1998) "The prediction of unsteady sheet cavitation" Proc. 3rd Int. Symp. on Cavitation, Grenoble, France, J.M. Michel & H. Kato (Eds.), Vol.1, , pp 19-36

Kubota A., Kato H. & Yamaguchi H. (1992) "A new modelling of cavitating flows: a numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section" J. Fluid Mech., Vol. 240, pp. 59-96

Logvinovich G.V. (1969) "Hydrodynamics of free surface flows" Nauvoka Dunka Ed., Kiev (en russe)

Logvinovich G.V. & Serebryakov V.V. (1975) "The methods for the calculation of the shape of slender axisymmetric cavities" Hydromechanics, Nauvoka Dunka Ed., Kiev (en russe)

Semenenko V.N. (2001) "Artificial supercavitation. Physics and calculation" VKI/RTO Special Course on Supercavitation, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Bruxelles

Tsujimoto Y. (2003) Workshop on physical models and CFD tools for computation of cavitating flows, Proc. 5th Int. Symp. on Cavitation, Osaka, Japan, Y.Tsujimoto (Ed.)

Tulin M.P. (1953) "Steady two-dimensional cavity flows about slender bodies" DTMB Rept. 834

Vasin A. (2001) "The principle of independence of the cavity sections expansion as the basis for investigation on cavitation flows" VKI/RTO Special Course on Supercavitation, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Bruxelles